

**Modelos Hipsométricos  
para *Eucalyptus cloeziana*  
e *Eucalyptus urophylla* x  
*Eucalyptus grandis* em Sistema  
Agrossilvipastoril**



ISSN 1676-918X  
ISSN online 2176-509X  
Julho, 2010

*Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária  
Centro de Pesquisa Agropecuária dos Cerrados  
Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento*

# ***Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento* 286**

## **Modelos Hipsométricos para *Eucalyptus cloeziana* e *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis* em Sistema Agrossilvipastoril**

*Sebastião Pires de Moraes Neto  
Karina Pulrolnik  
Lourival Vilela  
Daniel Junqueira de Moraes Munhoz  
Roberto Guimarães Junior  
Robélio Leandro Marchão*

Embrapa Cerrados  
Planaltina, DF  
2010

Exemplares desta publicação podem ser adquiridos na:

**Embrapa Cerrados**

BR 020, Km 18, Rod. Brasília/Fortaleza

Caixa Postal 08223

CEP 73310-970 Planaltina, DF

Fone: (61) 3388-9898

Fax: (61) 3388-9879

<http://www.cpac.embrapa.br>

[sac@cpac.embrapa.br](mailto:sac@cpac.embrapa.br)

**Comitê de Publicações da Unidade**

Presidente: *Fernando Antônio Macena da Silva*

Secretária-Executiva: *Marina de Fátima Vilela*

Secretária: *Maria Edilva Nogueira*

Supervisão editorial: *Jussara Flores de Oliveira Arbués*

Equipe de revisão: *Francisca Elijani do Nascimento*

*Jussara Flores de Oliveira Arbués*

Assistente de revisão: *Elizelva de Carvalho Menezes*

Normalização bibliográfica: *Paloma Guimarães Correa de Oliveira*

Editoração eletrônica: *Wellington Cavalcanti*

Capa: *Wellington Cavalcanti*

Foto da capa: *Karina Pulrolnik*

Impressão e acabamento: *Alexandre Moreira Veloso*

*Divino Batista de Souza*

**1ª edição**

1ª impressão (2010): tiragem 100 exemplares

Edição online (2010)

**Todos os direitos reservados**

A reprodução não-autorizada desta publicação, no todo ou em parte, constitui violação dos direitos autorais (Lei no 9.610).

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

**Embrapa Cerrados**

---

M689 Modelos hipsométricos para *Eucalyptus cloeziana* e *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis* em sistema agrossilvipastoril / Sebastião Pires de Moraes Neto... [et al.]. – Planaltina, DF : Embrapa Cerrados, 2009.

33 p. — (Boletim de pesquisa e desenvolvimento / Embrapa Cerrados, ISSN 1676-918X, ISSN online 2176-509X ; 286).

1. Modelo matemático. 2. Árvore florestal. 3. Altura. I. Moraes Neto, Sebastião Pires. II. Série.

519.5 - CDD-21

---

© Embrapa 2010

# Sumário

Resumo .....	5
Abstract.....	6
Introdução.....	7
Material e Métodos.....	8
Resultados e Discussão.....	15
Conclusões.....	32
Referências .....	32

# Modelos Hipsométricos para *Eucalyptus cloeziana* e *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis* em Sistema Agrossilvipastoril

*Sebastião Pires de Moraes Neto*<sup>1</sup>; *Karina Pulrolnik*<sup>2</sup>;  
*Lourival Vilela*<sup>3</sup>; *Daniel Junqueira de Morais*  
*Munhoz*<sup>4</sup>; *Roberto Guimarães Júnior*<sup>5</sup>;  
*Robélio Leandro Marchão*<sup>6</sup>

## Resumo

O presente trabalho teve como objetivo testar vários modelos matemáticos que expressam a relação entre a altura com o diâmetro à altura do peito (DAP) e diâmetro à altura do colo (DAC) de troncos do híbrido de *Eucalyptus urophylla* X *Eucalyptus grandis* e de *Eucalyptus cloeziana* em sistema agrossilvipastoril, e selecionar o modelo de melhor ajuste e precisão. Foram ajustados 19 modelos tradicionais utilizados no setor florestal. A seleção do melhor modelo foi baseada nos seguintes critérios: coeficiente de determinação ajustado, erro padrão da estimativa e análise gráfica de resíduos. Concluiu-se que o melhor modelo para expressar a altura individual de árvores para as duas espécies em função do DAP e DAC foi o logístico.

Termos para indexação: relação diâmetro-altura, modelo hipsométrico, estimação de altura.

<sup>1</sup> Engenheiro Florestal, D.Sc., pesquisador da Embrapa Cerrados, spmoraesn@cpac.embrapa.br

<sup>2</sup> Engenheira Florestal, D.Sc., pesquisadora da Embrapa Cerrados, karina.pulrolnik@cpac.embrapa.br

<sup>3</sup> Engenheiro Agrônomo, M.Sc., pesquisador da Embrapa Cerrados, lvilela@cpac.embrapa.br

<sup>4</sup> Assistente da Embrapa Cerrados, daniel.munhoz@cpac.embrapa.br

<sup>5</sup> Médico Veterinário, D.Sc., pesquisador da Embrapa Cerrados, guimaraes@cpac.embrapa.br

<sup>6</sup> Engenheiro Agrônomo, D.Sc., pesquisador da Embrapa Cerrados, robelio.leandro@cpac.embrapa.br

# Height–Diameter Models in *Eucalyptus cloeziana* e *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis* in Agricultural-Forestry- Pasture System

---

## Abstract

*The objective of this research was to test several mathematical models that express the relationship of the height with diameter at breast height (DBH) and diameter at collar height (DCH) of **Eucalyptus urophylla** x **Eucalyptus grandis** hybrid and **Eucalyptus cloeziana** of trunks in agricultural-forestry-pasture systems, and to select the best one. Nineteen traditional models used in the forest sector were selected. The selection of the best model was based on the following choice approaches: adjusted determination coefficient, standard error of estimate in percent and graphic analysis of residuals. Concluded that the logistical model was the best one for height estimating of individual trees for the two species as a function of DBH and DCH.*

*Index terms: height-diameter relationship, hypsometric models, height estimation.*

## Introdução

No Brasil, o sistema agrossilvipastoril tem se desenvolvido especialmente a partir do início do ano 2000. No setor florestal desse sistema, o gênero *Eucalyptus*, até o momento, é o mais utilizado, cuja a espécie *Eucalyptus cloeziana* e o híbrido de *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis* se destacam. O *Eucalyptus cloeziana* apresenta bom crescimento, fuste reto, é livre de galhos e sua madeira é de coloração castanho-amarelada, forte, dura e extremamente durável. A densidade de sua madeira é superior a de outras espécies plantadas tais como *E. urophylla* e *E. grandis*. Uma das características dessa espécie é seu crescimento lento até os três anos, após o qual, torna-se relativamente rápido. Apesar de produzir sementes em grande quantidade, sua germinação é baixa e de difícil trato em viveiros (MOURA, 2001). O *E. cloeziana* tem demonstrado bom desempenho, tanto em regiões de mata como de Cerrado. Em condições de Cerrado, a procedência de Kennedy, Queensland, foi a mais produtiva, com incremento em volume de 35,00 m<sup>3</sup>/ha/ano (MOURA; GUIMARÃES, 1988). Na região de Uberaba, em povoamento de 10,5 anos, a densidade básica média da árvore foi de 0,69 g cm<sup>-3</sup> e o poder calorífico superior do carvão de 7.748 cal g<sup>-1</sup> (PEREIRA et al., 2000). De acordo com Paiva et al. (2001), a madeira de *E. cloeziana* é utilizada para lenha e carvão, dormentes, postes, serraria e construções.

O *Eucalyptus urograndis* é um híbrido desenvolvido no Brasil, através do cruzamento de *E. grandis* x *E. urophylla*. Atualmente mais de 600 mil hectares são cultivados com esse híbrido, constituindo-se a base da silvicultura clonal brasileira, contudo são plantadas grandes áreas através de mudas provenientes de sementes. O objetivo do cruzamento dessas duas espécies é obter plantas com um bom crescimento, características do *E. grandis* e um leve aumento na densidade da madeira e melhorias no rendimento e propriedades físicas da celulose, características de *E. urophylla*. A rusticidade, propriedades da madeira e resistência ao déficit hídrico do *E. urophylla* também fazem parte desse interesse no cruzamento de *E. grandis* com *E. urophylla* (EUCACLONE, 2010). Por sua vez, o *E. urophylla* tem sido muito requisitado pelos

produtores florestais no Cerrado do Centro Oeste e, em todo o Brasil, devido a sua taxa de crescimento superior a outras espécies desse gênero, e pode ser utilizado para papel e celulose, lenha, carvão vegetal, serraria em geral, construção civil, móveis, pontalotes, laminação e postes (CARVALHO; NAHUZ 2001, 2004; ALMEIDA, 2002).

Por outro lado, a quantificação do volume de madeira de um povoamento é um parâmetro importante na área econômica do empreendimento e, para a sua determinação, é necessário se conhecer a altura e o diâmetro do tronco. Entre as diversas variáveis que afetam a relação altura-diâmetro, destacam-se: sítio, idade, variação genética, tratos silviculturais e sistema de amostragem (BATISTA et al. 2001; GUIMARÃES et al. 2009).

A determinação da altura das árvores em pé através de instrumentos é uma operação onerosa e sujeita a erros. Desse modo, procuram-se medir algumas alturas nas parcelas de Inventário e, através de relações hipsométricas, estimar as demais (COUTO; BASTOS, 1987). De acordo com Fang e Bailey (1998), o erro em predições de volume vem principalmente do erro de estimação da média das alturas nas classes de diâmetro. Então, a escolha de modelos para predizer precisamente a altura da árvore proveniente do diâmetro à altura do peito melhoraria significativamente a precisão dos inventários florestais, que seria traduzida em avaliação econômica do material existente, planejamento da produção e tomada de decisões mais eficientes. O presente trabalho teve como objetivo testar 19 modelos hipsométricos, comumente usados no setor florestal, para verificar quais se adequaram melhor em povoamentos de *Eucalyptus cloeziana* e do híbrido *Eucalyptus urograndis* (*Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis*) implantados em sistema agrossilvipastoril no Cerrado do DF.

## Material e Métodos

O experimento está sendo conduzido na Embrapa Cerrados, em Planaltina, DF. O experimento de integração lavoura-pecuária-floresta (ILPF) foi implantado em janeiro de 2009 em área anteriormente ocupada por pastagem degradada de *Brachiaria brizantha* (6 anos).

A área experimental está localizada geograficamente na latitude: 15°36'38,82" S e longitude: 47°42'13,63" W, com altitude de 980 m, e possui precipitação média de 1.100 mm concentrada nos meses de outubro a abril, temperatura média de 21,7 °C, e a classificação climática segundo Köppen é Aw. O solo é caracterizado como Latossolo Vermelho, com textura argilosa. As características químicas do solo se apresentam na Tabela 1.

**Tabela 1.** Características químicas do solo da área do experimento nas camadas de 0 cm-20 cm e 20 cm-40 cm de profundidade.

Camada (cm)	pH (H <sub>2</sub> O)	P (mg/L)	K (mg/L)	Al	Ca	Mg	H+Al	T	V (%)	MO (%)
				.....		cmol <sub>c</sub> /dm <sup>3</sup>	.....			
0-20	5,55	0,48	67,24	0,14	1,45	0,86	4,41	6,90	35,70	2,86
20-40	5,47	0,64	33,44	0,23	0,96	0,57	4,19	5,81	27,37	2,32

Os tratamentos experimentais foram definidos pelos espaçamentos entre plantas das espécies florestais e entre renques, gerando diferentes populações de plantas das espécies florestais (Tabela 2). A área experimental compreende aproximadamente 20 ha, com base em diferentes arranjos espaciais de eucalipto, de plantas nativas e pastagem. No ano de 2007, a área recebeu em cobertura, conforme recomendação obtida pela análise química do solo, as doses de 2,0 t/ha e 800 kg/ha de calcário e gesso agrícola, respectivamente. Os tratamentos, parcelas de 1,4 ha, foram distribuídos em blocos ao acaso com três repetições.

As mudas produzidas por sementes de espécies nativas e *Eucalyptus cloeziana* foram obtidas do viveiro da Embrapa Cerrados e as mudas de *Eucalyptus urograndis* foram obtidas de viveiro comercial local. Inicialmente as linhas de plantio foram dessecadas com glifosato e foi realizado o controle do ataque de formigas na área experimental e áreas adjacentes. Após, fez-se sulco de plantio com implemento tipo bico de pato na profundidade de 30 cm e, no plantio, as plantas de eucalipto (*E. cloeziana* e *E. urograndis*) foram adubadas com 150 g de NPK

(0-20-20) na cova e as plantas nativas receberam 150 g de 8-20-15 (NPK) + micro na cova de plantio. Nas faixas intercalares, entre renques das espécies florestais e no tratamento testemunha, foi cultivado sorgo (plantio direto, onde utilizaram-se somente trator acoplado com sulcador, sementeira e adubadeira, sem aração e gradagem) no primeiro ano (2009), onde o solo foi adubado com 350 kg/hectare de 8-20-15 (NPK) + micro, e soja (plantio direto) no segundo ano (2009-2010), onde o solo foi adubado com 350 kg/hectare de 00-20-20 (NPK). Antes do plantio de sorgo foi feito dessecamento da pastagem com glifosato. No terceiro ano (2011), será cultivada uma mistura de leguminosas e introduzido o componente animal, consolidando a implantação do sistema integração lavoura-pecuária-floresta (SILPF).

**Tabela 2.** Relação dos tratamentos experimentais (sistemas) em implantação na Embrapa Cerrados, Planaltina, DF.

Sistema <sup>1</sup>				Espaçamento (m)		Nº de linhas do renque	Densidade (árvores/ha)
Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Entre árvores	Entre renques		
L	L	L	P	-	-	-	sem árvore
L+Eu	L+Eu	L+Eu	P+Eu	2 x 2	22	2	417
L+Eu	L+Eu	L+Eu	P+Eu	2 x 2	12	2	715
L+Ec	L+Ec	L+Ec	P+Ec	2 x 2	22	7	1030
L+N	L+N	L+N	P+N	4 x 4	12	2	313

<sup>1</sup>L = lavoura de grãos; P = pastagem consorciada; Eu = *Eucalyptus urograndis*; Ec = *Eucalyptus cloeziana*; N = espécies nativas arbóreas.

Para o ajuste dos modelos (Tabela 3), foram utilizadas amostras de 947 árvores de *Eucalyptus cloeziana* (um tratamento) e 1.559 árvores de *E. urograndis* (dois tratamentos com mesmo espaçamento entre plantas) de 18 meses de idade. Para cada espécie, o número de plantas amostradas em cada bloco foi igual. Os modelos, com exceção da equação 9, foram baseados em trabalho de Batista et al. (2001). A seleção do melhor modelo foi baseada nos seguintes critérios estatísticos de escolha: coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ ), erro padrão da estimativa ( $S_{yx}$ ) e análise gráfica do resíduo (MACHADO et al., 2002).

**Tabela 3.** Forma de ajuste e forma funcional dos modelos de relação hipsométrica estudados.

Modelo	Forma de ajuste	Forma funcional
Modelos Lineares		
Polinômios	1) $h = b_0 + b_1d + e$	-
	2) $h = b_0 + b_1d + b_2d^2 + e$	-
	3) $h = b_0 + b_1d + b_2d^2 + b_3d^3 + e$	-
Hiperbólicos	4) $h = b_0 + b_1(1/d^2) + e$	-
	5) $1/\sqrt{h} = b_0 + b_1(1/d^2) + e$	$h = [(d^2)/(b_0d^2 + b_1)]^2$
	6) $1/h = b_0 + b_1(1/d) + b_2(1/d^2) + e$	$h = d^2/(b_0d^2 + b_1d + b_2)$
	7) $d^2/h = b_0 + b_1d + b_2d^2 + e$	$h = d^2/(b_0 + b_1d + b_2d^2)$
	8) $d/\sqrt{h} = b_0 + b_1d + b_2d^2 + e$	$h = d^2/(b_0 + b_1d + b_2d^2)^2$
Potência	9) $d^2/\sqrt{h} = b_0 + b_1d + b_2d^2 + e$	$h = d^4/(b_0 + b_1d + b_2d^2)^2$
	10) $\ln(h) = b_0 + b_1\ln(d) + e$	$h = [\exp(b_0)]d^{b_1}$
	11) $\ln(1/h) = b_0 + b_1\ln(d) + b_2\ln^2(d) + e$	$h = [1/\exp(b_0)]d^{-[b_1 + b_2\ln(d)]}$
Exponencial	12) $\ln(h) = b_0 + b_1\ln(d/(1+d)) + e$	$h = \exp(b_0)[d/(1+d)]^{b_1}$
	13) $\ln(h) = b_0 + b_1(1/d) + e$	$h = \exp(b_0)\exp(b_1d^{-1})$
Semilogarítmico	14) $h = b_0 + b_1\ln(d) + e$	-

Continua...

**Tabela 3.** Continuação.

Modelo	Forma de ajuste	Forma funcional
Modelos Não Lineares		
Cahpman-Richards	15) $h = b_0[1 - \exp(-b_1 d)]^{b_2} + e$	-
Weibull	16) $h = b_0[1 - \exp(-b_1 d^{b_2})] + e$	-
Monomolecular	17) $h = b_0[1 - b_1 \exp(-b_2 d)] + e$	-
Gompertz	18) $h = b_0 \exp[-b_1 \exp(-b_2 d)] + e$	-
Logístico	19) $h = b_0 / [1 + b_1 \exp(-b_2 d)]$	-

h – altura total das árvores individuais (metros); d – diâmetro à altura do peito (DAP) ou do colo (DAC) (centímetros);  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  – parâmetros a serem estimados por quadrados mínimos; e – erro estatístico com distribuição Normal, média zero e variância constante; ln – logaritmo neperiano.

O coeficiente de determinação usado foi:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (H_i - Hest_i)^2}{\sum_{i=1}^n (H_i - Hm)^2}$$

Em que:

$Hest_i$  = altura total estimada da árvore  $i$  (m).

$Hm$  = altura média dos valores observados (m).

$H_i$  = altura observada da árvore  $i$  (m).

$n$  = número total de árvores amostradas.

E o coeficiente de determinação ajustado amostral foi calculado assim:

$$R^2_{aj} = 1 - \frac{(n-1)(1-R^2)}{(n-p-1)}$$

Em que:

$n$  = número total de árvores amostradas.

$R^2$  = coeficiente de determinação.

$p$  = número de parâmetros estimados pelo modelo.

O erro padrão da estimativa ( $S_{y_x}$ ) é uma estatística que mede a dispersão média entre os valores observados e estimados ao longo da linha de regressão, sendo que, quanto mais baixo for o valor do  $S_{y_x}$ , melhor terá sido o ajuste. O erro padrão da estimativa amostral foi calculado pela forma:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (H_i - Hest_i)^2}{n - p - 1}}$$

e o  $S_{yx}\%$  foi calculado assim:

$$S_{yx}\% = \frac{S_{yx}}{\bar{H}} \times 100$$

Em que:

$\bar{H}$  = altura observada média

Para se verificar os melhores modelos, a prioridade foi o  $S_{yx}$ , classificando-os do menor para o maior valor, em que seleccionou-se 10 dos 19 modelos. Quando houve empate no décimo modelo, usou-se o  $R^2_{aj}$  para desempatar. Mesmo sendo os estimadores de ajuste bons indicadores para a escolha do melhor modelo, considera-se como indispensável para a escolha em questão a análise gráfica de resíduos, pois ela permite detectar se há ou não tendenciosidade na estimativa da variável dependente ao longo da linha de regressão, se os resíduos são independentes ou se há homogeneidade na variância (MACHADO et al., 2005). O resíduo % foi calculado assim:

$$\text{Resíduo \%} = ((H_i - Hest_i)/H_i) \times 100$$

Os parâmetros das equações foram determinados pelos procedimentos PROC REG e PROC MODEL do SAS (SAS INSTITUTE, 2003). O primeiro foi usado para as equações lineares e o segundo para equações não lineares. Os valores iniciais para as iterações, nos modelos não lineares, foram extraídas de trabalho de Fang e Bailey (1998). Para considerações de como estimar os coeficientes das equações não lineares, ver Calegario et al. (2005).

## Resultados e Discussão

Observa-se, na Tabela 4, em relação aos modelos de altura em função do diâmetro à altura do peito (DAP) de *Eucalyptus cloeziana*, que os modelos 3 (polinomial), 18 (Gompertz) e 19 (logístico) mostraram os menores valores de desvios padrões das estimativas ( $S_{yx}$ ), e os três maiores  $S_{yx}$  foram obtidos nos modelos 13 (exponencial), 4 e 5 (hiperbólicos). Como houve empate para a seleção do décimo modelo, onde teve que se optar entre os modelos 1 (polinomial), 6 e 7 (hiperbólicos), excluiu-se o modelo 1, por ter o menor  $R^2_{aj}$ . O  $S_{yx} \%$  é o desvio-padrão da estimativa dividido pela altura observada média multiplicado por 100.

Verifica-se, na Tabela 5, em relação aos modelos de altura em função do diâmetro à altura do colo (DAC) para *Eucalyptus cloeziana*, que os modelos 2 e 3 (polinomiais), 15 (Chapman-Richards), 16 (Weibull), 17 (monomolecular), 18 (Gompertz) e 19 (logístico) mostraram os menores desvios-padrões das estimativas ( $S_{yx}$ ); os três maiores foram 4 e 5 (hiperbólicos) e 11 (potência).

Observa-se, na Tabela 6, em relação aos modelos de altura em função do diâmetro à altura do peito (DAP) de *Eucalyptus urograndis*, que os modelos 2 e 3 (polinomiais), 18 (Gompertz) e 19 (logístico) mostraram os menores desvios-padrões das estimativas ( $S_{yx}$ ); os três maiores foram 11 (potência), 4 e 5 (hiperbólicos). Como houve empate na seleção do décimo modelo [6 e 7 (hiperbólicos) e 10 (potência)], optou-se por excluir o modelo 10, que apresentou menor  $R^2_{aj}$ .

Verifica-se, na Tabela 7, em relação aos modelos de altura em função do diâmetro à altura do colo (DAC) para *Eucalyptus urograndis*, que os menores valores dos desvios-padrões das estimativas ( $S_{yx}$ ) foram obtidos nos modelos 3 (polinomial), 18 (Gompertz) e 19 (logístico); os três maiores  $S_{yx}$  foram obtidos nos modelos 4 e 6 (hiperbólicos) e 11 (potência). Como houve empate na seleção do décimo modelo [1 (polinomial) e 10 (potência)], optou-se em excluir o modelo 1 que apresentou menor  $R^2_{aj}$ .

**Tabela 4.** Forma funcional dos modelos de relação altura – diâmetro à altura do peito (DAP) para *Eucalyptus cloeziana*.

Modelo	Forma Funcional	R <sup>2</sup> <sub>aj</sub> <sup>(1)</sup>	Syx <sup>(2)</sup>	Syx%
Modelos Lineares				
Polinômios	1) $h = 1,7678 + 0,895dap$	0,80	0,89(3) <sup>(3)</sup>	13,8%
	2) $h = 0,9682 + 1,2616dap - 0,0356dap^2$	0,81	0,88(2)	13,6%
	3) $h = 1,543 + 0,8146dap + 0,061dap^2 - 0,0062dap^3$	0,81	0,87(1)	13,5%
Hiperbólicos	4) $h = 7,027 - 6,8192/dap^2$	0,32	1,65(10)	25,6%
	5) $h = [(dap^2)/(0,3826 dap^2 + 0,3439)]^2$	0,54	1,53(9)	23,7%
	6) $h = (dap^2)/(0,0382 dap^2 + 0,6612 dap - 0,2623)$	0,87	0,89(3)	13,8%
	7) $h = (dap^2)/(-0,2139 + 0,6591 dap + 0,0363 dap^2)$	0,92	0,89(3)	13,8%
	8) $h = (dap^2)/[(0,3906 + 0,3733 dap - 0,0104 dap^2)]^2$	0,93	0,90(4)	13,9%
Potência	9) $h = dap^4/(-0,6144 + 0,9817 dap + 0,2262 dap^2)^2$	0,98	0,90(4)	13,9%
	10) $h = \exp(0,7491)dap^{0,6788}$	0,84	0,88(2)	13,6%
	11) $h = \exp(0,7178)dap^{[(0,6907 + 0,0344 \ln(dap))]}$	0,82	1,13(7)	17,5%
Exponencial	12) $h = \exp(2,38036)[(dap/(1 + dap))]^{2,7387}$	0,76	1,04(6)	16,1%
	13) $h = \exp[(2,2497 dap - 1,8324)/dap]$	0,71	1,14(8)	17,7%
Semilogarítmico	14) $h = 0,696 + 3,6901 \ln(dap)$	0,77	0,96(5)	14,9%

Continua...

**Tabela 4.** Continuação.

Modelo	Forma Funcional	R <sup>2</sup> <sub>aj</sub> <sup>(1)</sup>	Syx <sup>(2)</sup>	Syx%
Modelos Não Lineares				
Cahpman-Richards	15) $h = 31,3797 [1 - \exp(-0,0243dap)]^{0,7342}$	0,81	0,88(2)	13,6%
Weibull	16) $h = 50,6775 [1 - \exp(-0,041dap^{0,7385})]$	0,81	0,88(2)	13,6%
Monomolecular	17) $h = 18,2821 [1 - 0,9491 \exp(-0,0754dap)]$	0,81	0,88(2)	13,6%
Gompertz	18) $h = 11,9964 \exp[-2,0409 \exp(-0,2349dap)]$	0,81	0,87(1)	13,5%
Logístico	19) $h = 10,5928/[1 + 4,6441 \exp(-0,3895dap)]$	0,81	0,87(1)	13,5%

<sup>(1)</sup>R<sup>2</sup><sub>aj</sub> = coeficiente de determinação ajustado; <sup>(2)</sup>Syx = desvio padrão da estimativa. <sup>(3)</sup>Ordenamento dos Syx a partir do menor valor.

**Tabela 5.** Forma funcional dos modelos de relação altura – diâmetro à altura do colo (DAC) para *Eucalyptus cloeziana*.

Modelo	Forma Funcional	R <sup>2</sup> <sub>aj</sub> <sup>(1)</sup>	Syx <sup>(2)</sup>	Syx%
Modelos Lineares				
Polinômios	1) $h = 1,026 + 0,7727dac$	0,70	1,09(2) <sup>(3)</sup>	16,9%
	2) $h = -0,0399 + 1,1147dac - 0,0247dac^2$	0,71	1,08(1)	16,7%
	3) $h = 1,7908 + 0,16478dac + 0,123dac^2 - 0,0071dac^3$	0,71	1,08(1)	16,7%
Hiperbólicos	4) $h = 7,6394 - 38,3701/dac^2$	0,42	1,52(8)	23,6%
	5) $h = [(dac^2)/(0,3571dac^2 + 1,7621)]^2$	0,59	1,37(7)	21,2%
	6) $h = (dac^2)/(0,00313dac^2 + 1,1889dac - 0,6391)$	0,72	1,11(4)	17,2%
	7) $h = (dac^2)/(0,2628 + 0,8714dac + 0,0279dac^2)$	0,80	1,10(3)	17,1%
	8) $h = (dac^2)/[(0,8433 + 0,3183dac - 0,00606dac^2)]^2$	0,82	1,10(3)	17,1%
Potência	9) $h = dac^4/(-0,8013 + 1,4114dac + 0,2094dac^2)^2$	0,97	1,09(2)	16,9%
	10) $h = \exp(0,1980)dac^{0,8507}$	0,73	1,09(2)	16,9%
	11) $h = \exp(0,2685)dac^{[(0,7885 + 0,1104 \ln(dac))]}$	0,73	3,69(9)	57,2%
Exponencial	12) $h = \exp(2,5790)[(dac/(1 + dac))]^{5,2046}$	0,70	1,14(5)	17,7%
	13) $h = \exp[(2,4847dac - 4,1874)/dac]$	0,68	1,16(6)	18,0%
Semilogarítmico	14) $h = -2,4364 + 4,6965\ln(dac)$	0,69	1,12(4)	17,4%

Continua...

**Tabela 5.** Continuação.

Modelo	Forma Funcional	R <sup>2</sup> <sub>aj</sub> <sup>(1)</sup>	Syx <sup>(2)</sup>	Syx%
Modelos Não Lineares				
Cahpman-Richards	15) $h = 17,1782[1 - \exp(-0,0753dac)]^{1,0794}$	0,71	1,08(1)	16,7%
Weibull	16) $h = 16,1789[1 - \exp(-0,06399dac^{1,0763})]$	0,71	1,08(1)	16,7%
Monomolecular	17) $h = 19,5734[1 - 1,0037\exp(-0,0586dac)]$	0,71	1,08(1)	16,7%
Gompertz	18) $h = 12,1817\exp[-2,4583\exp(-0,1969dac)]$	0,71	1,08(1)	16,7%
Logístico	19) $h = 10,6250/[1 + 6,3588\exp(-0,3326dac)]$	0,71	1,08(1)	16,7%

<sup>(1)</sup>R<sup>2</sup><sub>aj</sub> = coeficiente de determinação ajustado; <sup>(2)</sup>Syx = desvio padrão da estimativa. <sup>(3)</sup>Ordenamento dos Syx a partir do menor valor.

**Tabela 6.** Forma funcional dos modelos de relação altura – diâmetro à altura do peito (DAP) para *Eucalyptus urograndis*.

Modelo	Forma Funcional	R <sup>2</sup> <sub>aj</sub> <sup>(1)</sup>	Syx <sup>(2)</sup>	Syx%
Modelos Lineares				
Polinômios	1) $h = 1,5541 + 0,8772dap$	0,87	0,78(5)	12,2%
	2) $h = 0,4463 + 1,3617dap - 0,04381dap^2$	0,88	0,74(1)	11,6%
	3) $h = 1,3203 + 0,7219dap + 0,0854dap^2 - 0,0077dap^3$	0,88	0,74(1)	11,6%
Hiperbólicos	4) $h = 6,8812 - 5,7831/dap^2$	0,25	1,87(11)	29,2%
	5) $h = [(dap^2)/(0,3924dap^2 + 0,3007)]^2$	0,41	1,75(10)	27,3%
	6) $h = (dap^2)/(0,03243dap^2 + 0,7253dap - 0,2594)$	0,91	0,76(3)	11,9%
	7) $h = (dap^2)/(0,0767 + 0,5747 dap + 0,0457dap^2)$	0,95	0,76(3)	11,9%
	8) $h = dap^2/(0,5153 + 0,3370dap - 0,0070dap^2)^2$	0,95	0,77(4)	12,0%
Potência	9) $h = dap^4/(-0,3478 + 0,9042dap + 0,2363dap^2)^2$	0,99	0,75(2)	11,7%
	10) $h = \exp(0,62551)dap^{0,72707}$	0,90	0,76(3)	11,9%
	11) $h = \exp(0,5958)dap^{[0,7371 + 0,0337 \ln(dap)]}$	0,90	1,11(9)	17,3%
Exponencial	12) $h = \exp(2,4167)[(dap/(1 + dap))]^{3,077}$	0,82	0,94(7)	14,7%
	13) $h = \exp[(2,2684dap - 2,0389)/dap]$	0,74	1,09(8)	17,0%
Semilogarítmic	14) $h = 0,1667 + 3,900\ln(dap)$	0,84	0,86(6)	13,4%

Continua...

**Tabela 6.** Continuação.

Modelo	Forma Funcional	R <sup>2</sup> <sub>aj</sub> <sup>(1)</sup>	Syx <sup>(2)</sup>	Syx%
Modelos Não Lineares				
Cahpman-Richards	15) $h = 15,8696[1 - \exp(-0,0897dap)]^{0,9294}$	0,88	0,75(2)	11,7%
Weibull	16) $h = 15,9987[1 - \exp(-0,1057dap^{0,9491})]$	0,88	0,75(2)	11,7%
Monomolecular	17) $h = 15,9707[1 - 0,9760\exp(-0,0924dap)]$	0,88	0,75(2)	11,7%
Gompertz	18) $h = 11,3869\exp[-2,234\exp(-0,2576dap)]$	0,88	0,74(1)	11,6%
Logístico	19) $h = 10,2555/[1 + 5,4743\exp(-0,4187dap)]$	0,88	0,74(1)	11,6%

<sup>(1)</sup>R<sup>2</sup><sub>aj</sub> = coeficiente de determinação ajustado; <sup>(2)</sup>Syx = desvio padrão da estimativa; <sup>(3)</sup>Ordenamento dos Syx a partir do menor valor.

**Tabela 7.** Forma funcional dos modelos de relação altura – diâmetro à altura do colo (DAC) para *Eucalyptus urograndis*.

Modelo	Forma funcional	R <sup>2</sup> <sub>aj</sub> <sup>(1)</sup>	Syx <sup>(2)</sup>	Syx%
Modelos Lineares				
Polinômios	1) $h = 0,7864 + 0,7742dac$	0,83	0,88(4)	13,8%
	2) $h = -0,5354 + 1,1926dac - 0,0290dac^2$	0,84	0,86(2)	13,4%
	3) $h = 1,1854 + 0,3053dac + 0,1055dac^2 - 0,0062dac^3$	0,85	0,85(1)	13,3%
Hiperbólicos	4) $h = 7,435 - 31,1953/dac^2$	0,41	1,66(9)	25,9%
	5) $h = [(dac^2)/(0,3673dac^2 + 1,5098)]^2$	0,58	1,45(8)	22,7%
	6) $h = (dac^2)/(0,0137dac^2 + 1,3780dac - 0,8683)$	0,86	1,99(10)	31,1%
	7) $h = (dac^2)/(0,8846 + 0,7171dac + 0,0390dac^2)$	0,87	0,87(3)	13,6%
	8) $h = (dac^2)/(0,9896 + 0,2852dac - 0,0039dac^2)^2$	0,89	0,87(3)	13,6%
	9) $h = (dac^4)/(-0,2262 + 1,2757dac + 0,2197dac^2)^2$	0,98	0,86(2)	13,4%
Potência	10) $h = \exp(0,09006)dac^{0,8901}$	0,86	0,88(4)	13,8%
	11) $h = \exp(0,1593)dac^{[(0,8240 + 0,1265 \ln(dac))]}$	0,86	4,80(11)	75,0%
	12) $h = \exp(2,7183)[(dac/(1 + dac))]^{5,3746}$	0,81	0,95(6)	14,8%
Exponencial	13) $h = \exp[(2,4784dac - 4,2412)/dac]$	0,77	1,00(7)	15,6%
Semilogarítmico	14) $h = -2,7953 + 4,8213\ln(dac)$	0,82	0,92(5)	14,4%

Continua...

**Tabela 7.** Continuação.

Modelo	Forma funcional	R <sup>2</sup> <sub>aj</sub> <sup>(1)</sup>	Syx <sup>(2)</sup>	Syx%
Modelos Não Lineares				
Cahpman-Richards	15) $h = 14,3216[1 - \exp(-0,1116dac)]^{1,3154}$	0,84	0,86(2)	13,4%
Weibull	16) $h = 13,0206[1 - \exp(-0,05954dac^{1,2498})]$	0,84	0,86(2)	13,4%
Monomolecular	17) $h = 17,8001[1 - 1,0336\exp(-0,0681dac)]$	0,84	0,92(5)	14,4%
Gompertz	18) $h = 11,6723\exp[-2,7285\exp(-0,2162dac)]$	0,85	0,85(1)	13,3%
Logístico	19) $h = 10,3747/[1 + 7,6722\exp(-0,3591dac)]$	0,85	0,85(1)	13,3%

<sup>(1)</sup>R<sup>2</sup><sub>aj</sub> = coeficiente de determinação ajustado; <sup>(2)</sup>Syx = desvio padrão da estimativa; <sup>(3)</sup>Ordenamento dos Syx a partir do menor valor.

De acordo com Draper e Smith (1966), a estatística  $S_{yx}$  é a mais apropriada do que o  $R^2_{aj}$  para a seleção das equações de regressão. Contudo, nenhum modelo de estimativa deve ser usado antes de se proceder a uma análise gráfica de resíduos, mesmo que os índices de ajuste ( $R^2$ ) e de precisão ( $S_{yx}$ ) sejam julgados satisfatórios. Essa análise, embora visual, é que realmente vai indicar se a estimativa é boa ao longo de toda a linha de regressão, se não há tendências em nenhum de seus segmentos e se o modelo utilizado para as estimativas é realmente apropriada para esse fim (MACHADO et al., 2002).

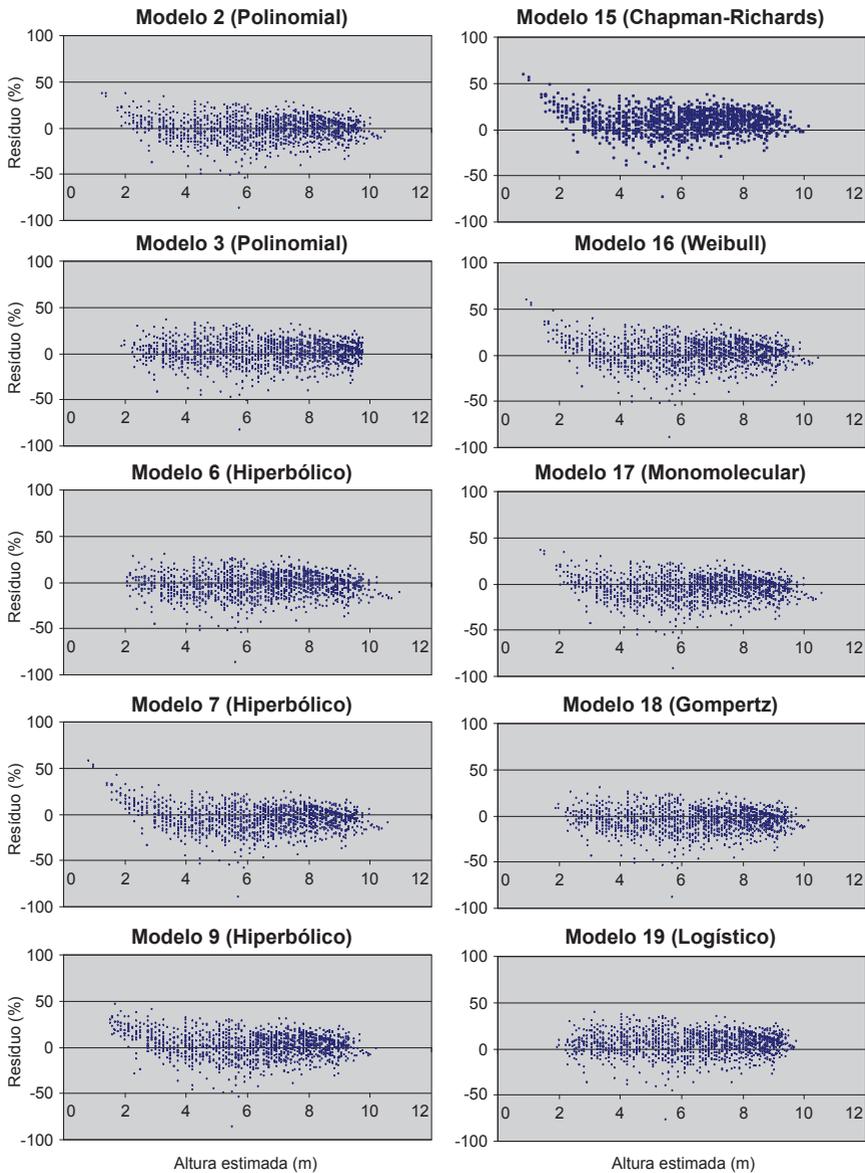
Seguindo esse raciocínio, foram realizados gráficos de resíduo escolhendo-se os 10 modelos ordenados por  $S_{yx}$  (primeiramente) e  $R^2_{aj}$  (secundariamente) (Tabelas 4, 5, 6 e 7) para verificar se a estimativas são boas ao longo de toda a linha de regressão (Figuras 1, 2, 3 e 4). Na Figura 1, dos modelos de altura em função do diâmetro à altura do peito (DAP) de *Eucalyptus urograndis*, os modelos que melhor aderiram ao eixo horizontal central foram o 3 (polinomial), o 6 (hiperbólico), o 18 (Gompertz) e o 19 (logístico). Contudo, no polinomial, nota-se que não existem resíduos próximo a altura de 10 m. De acordo com Batista et al. (2001), a representação da curvatura da relação altura-diâmetro nesses modelos é bastante artificial, pois a extrapolação para regiões ligeiramente fora da amplitude da amostra de ajuste pode resultar em grandes erros na estimativa da altura.

Na Figura 2, dos modelos de altura em função do diâmetro à altura do colo (DAC) de *Eucalyptus urograndis*, observa-se que os modelos que mais aderiram ao eixo central foram o 10 (potência), o 18 (Gompertz) e o 19 (logístico). De acordo com Batista et al. (2001), os modelos de potência têm forte apelo biológico. O modelo 10 é a própria expressão alométrica de uso generalizado nas ciências biológicas para modelar a relação entre as dimensões de um mesmo indivíduo.

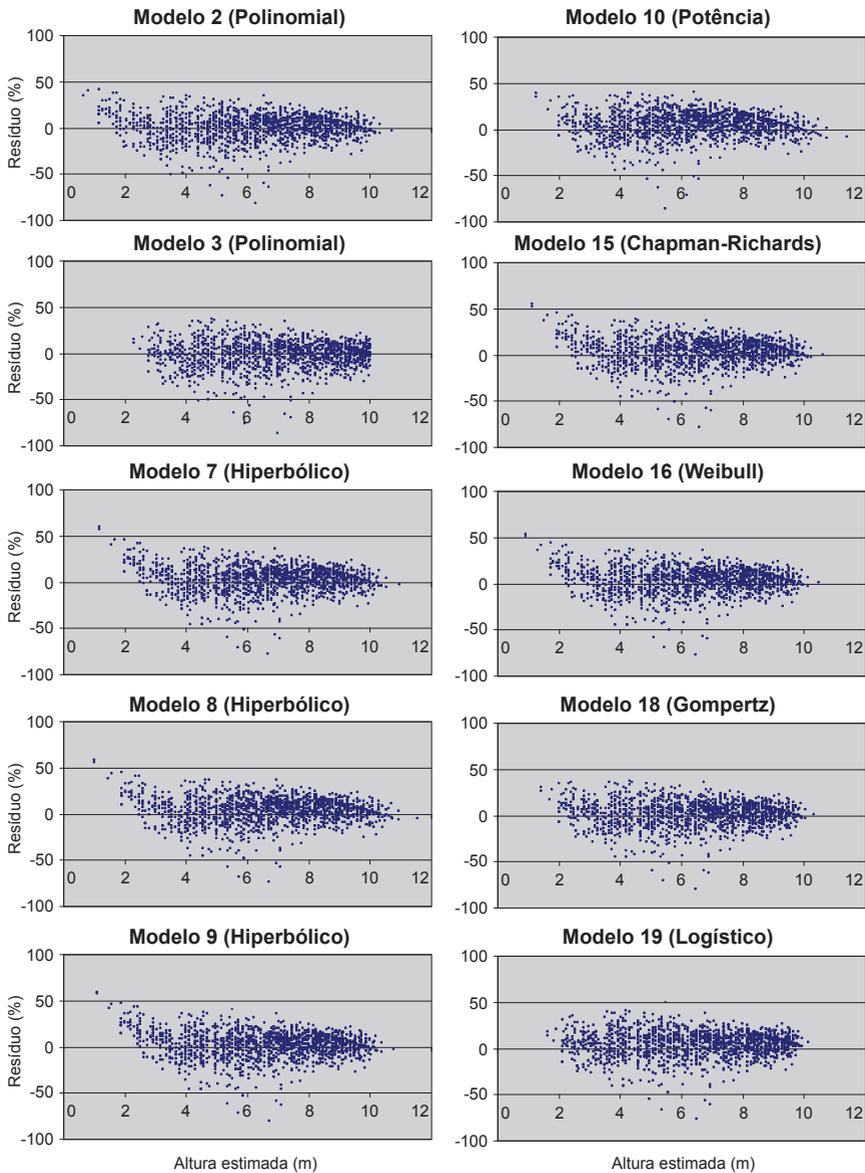
Na Figura 3, dos modelos de altura em função do DAP de *Eucalyptus cloeziana*, verifica-se que os modelos com maior aderência ao eixo central foram o 6 (hiperbólico), o 18 (Gompertz) e o 19 (logístico). Na Figura 4, dos modelos de altura em função do DAC de *Eucalyptus*

*cloeziana*, nota-se que a densidade de pontos que aderiu melhor ao longo do eixo central foi obtido através do modelo 19 (logístico). Guimarães et al. (2009) observaram que o modelo que melhor se adaptou aos dados de povoamentos de *Eucalyptus* sp. com idades entre 2 e 6 anos no sul da Bahia foi o logístico. Similarmente, Calegario et al. (2005) observaram, por meio de dados de plantios comerciais de clones de *Eucalyptus* de 2,5 a 5 anos na região costeira do Estado do Espírito Santo, que o melhor modelo foi o logístico.

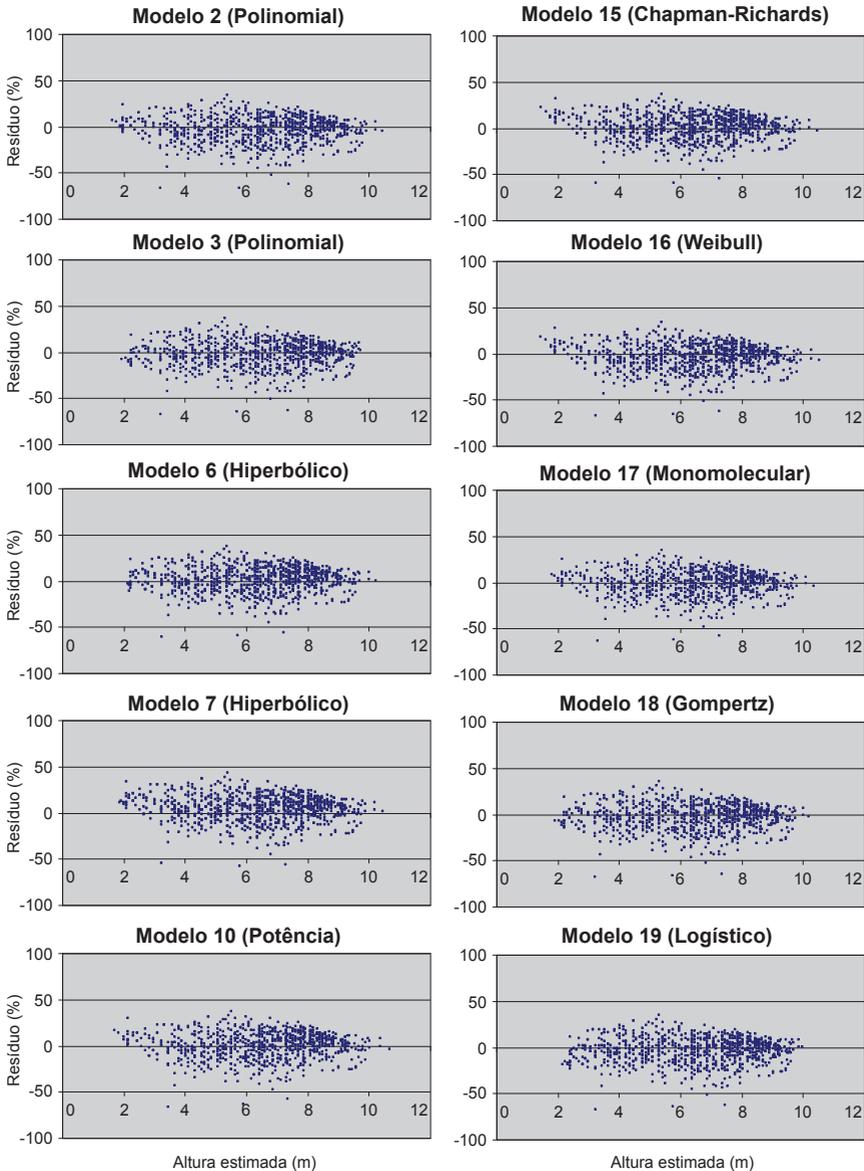
Nas Figuras 5 e 6, respectivamente para *Eucalyptus urograndis* e *Eucalyptus cloeziana*, mostram-se os melhores modelos de relações hipsométricas junto aos dados observados de altura, diâmetro à altura do peito (DAP) e diâmetro à altura do colo (DAC). Observa-se, nessas duas figuras, que os modelos não lineares, especialmente o 18 (Gompertz) e 19 (logístico), tiveram comportamento muito semelhantes entre si, indicando que o padrão da curva altura-diâmetro gerado é mais constante e independente das particularidades dos dados utilizados no ajuste.



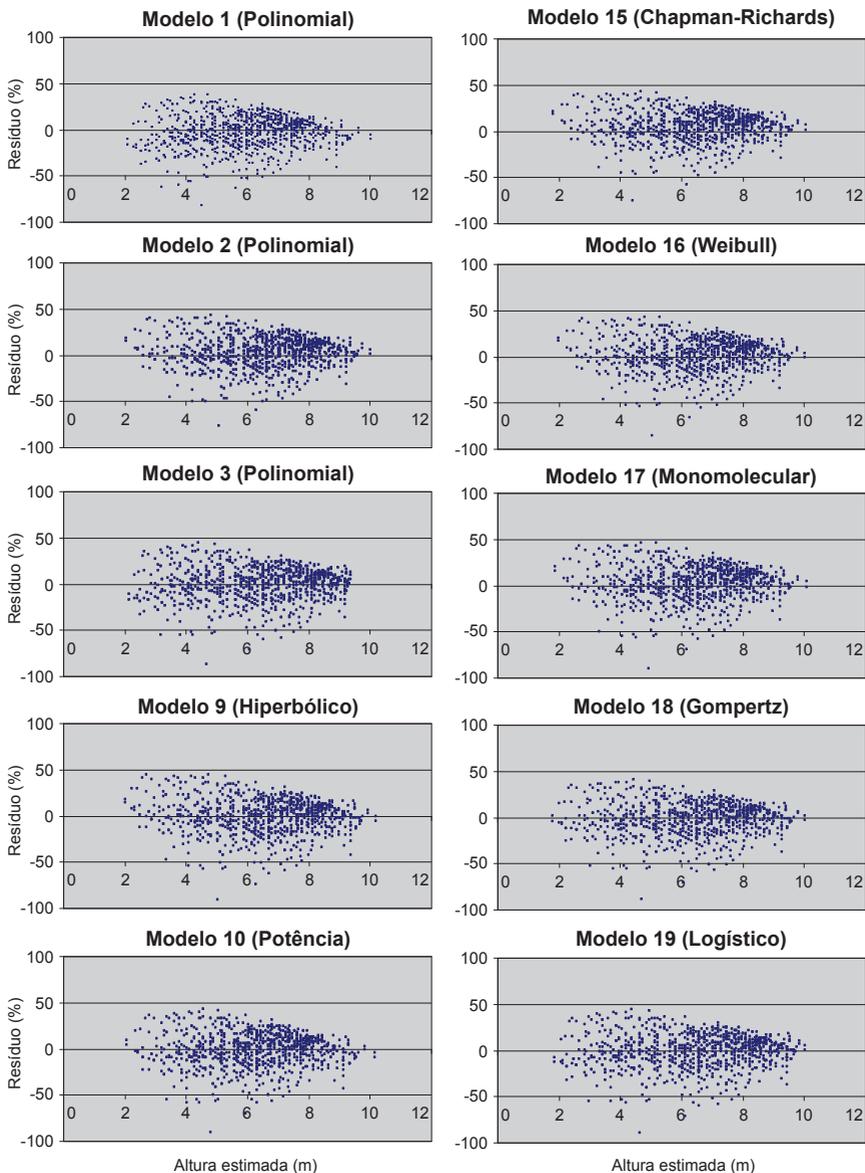
**Figura 1.** Gráfico de resíduo em (%) da altura estimada em função do DAP de *Eucalyptus urograndis*.



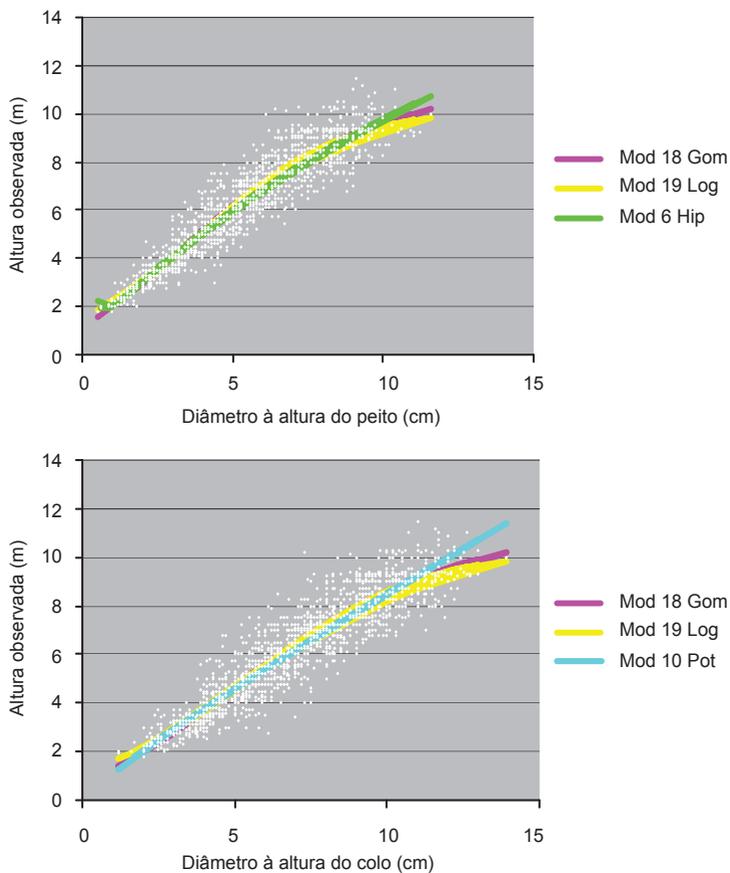
**Figura 2.** Gráfico de resíduo em (%) da altura estimada em função do DAC de *Eucalyptus urograndis*.



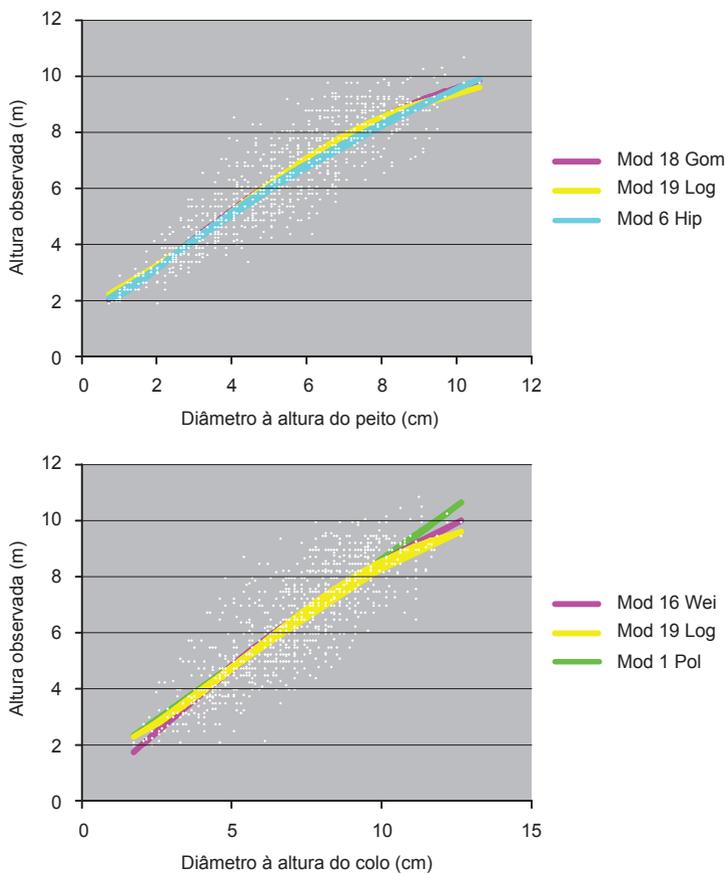
**Figura 3.** Gráfico de resíduo em (%) da altura estimada em função do DAP de *Eucalyptus cloeziana*.



**Figura 4.** Gráfico de resíduo em (%) da altura estimada em função do DAC de *Eucalyptus cloeziana*.



**Figura 5.** Melhores modelos para *Eucalyptus urograndis*.  
 Gom = Gompertz; Log = Logístico; Hip = hiperbólico; Pot = potência.



**Figura 6.** Melhores modelos para *Eucalyptus cloeziana*.

Gom = Gompertz; Log = Logístico; Hip = hiperbólico; Pol = polinomial; Wei = Weibull.

## Conclusões

Os melhores modelos de altura estimada em função do diâmetro à altura do peito (DAP) de *Eucalyptus urograndis* foram: 6 (hiperbólico), 18 (Gompertz) e 19 (logístico).

Os melhores modelos de altura estimada em função do diâmetro à altura do colo (DAC) de *Eucalyptus urograndis* foram: 10 (potência), 18 (Gompertz) e 19 (logístico).

Os melhores modelos de altura estimada em função do diâmetro à altura do peito (DAP) de *Eucalyptus cloeziana* foram: 6 (hiperbólico), 18 (Gompertz) e 19 (logístico).

O melhor modelo de altura estimada em função do diâmetro à altura do colo (DAC) de *Eucalyptus cloeziana* foi o logístico.

## Referências

ALMEIDA, R. R. **Potencial da madeira de clones do híbrido *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* para a produção de lâminas e manufatura de painéis compensados.** 2002. 75 f. Dissertação (Mestrado). Universidade de São Paulo. ESALQ. Pós-Graduação em Recursos Florestais na área de Tecnologia de Produtos Florestais. Piracicaba, SP.

BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z.; MARQUESINI, M. Desempenho de modelos de relações hipsométricas: estudo em três tipos de floresta. **Scientia Forestalis**, n. 60, p. 149-163, 2001.

CALEGARIO, N.; CALEGARIO, C. L. L.; MAESTRI, R.; DANIELS, R. Melhoria da qualidade de ajuste de modelos biométricos florestais pelo emprego da teoria dos modelos não lineares generalizados. **Scientia Forestalis**, n. 69, p. 38-50, 2005.

CARVALHO, A. M.; NAHUZ, M. A. R. Variação da madeira do híbrido *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* através da produção conjunta de madeira serrada em pequenas dimensões, celulose e lenha. **Scientia Forestalis**, n. 59, p. 61-76, 2001.

CARVALHO, A. M.; NAHUZ, M. A. R. Interferência na qualidade e rendimento de polpa celulósica de eucalipto devido ao uso múltiplo da madeira. **Cerne**, v. 10, n. 2, p. 242-256, 2004.

COUTO, H. T. Z.; BASTOS, N. L. M. Modelos de equações de volume e relações hipsométricas para plantações de *Eucalyptus* no estado de São Paulo. **IPEF**, n. 37, p. 33-44, 1987.

DRAPER, N.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. New York: John Wiley & Sons, 1966. 407 p.

EUCACLONE: *Eucalyptus urograndis*. Disponível em: <<http://www.eucaclone.com.br/eucalipto-urograndis.html>>. Acesso em: 27 jul. 2010.

FANG, Z.; BAILEY, R. L. Height-diameter models for tropical forests on Hainan Island in southern China. **Forest Ecology and Management**, v. 110, p. 315-327, 1998.

GUIMARÃES, M. A. M.; CALEGÁRIO, N.; CARVALHO, L. M. T.; TRUGILHO, P. F. Height-diameter models in forestry with inclusion of covariates. **Cerne**, v. 15, n. 3, p. 313-321, 2009.

MACHADO, S. A.; CONCEIÇÃO, M. B.; FIGUEIREDO, D. J. Modelagem do volume individual para diferentes idades e regimes de desbaste em plantações de *Pinus oocarpa*. **Revista Ciências Exatas e Naturais**, v. 4, n. 2, p. 185-197, 2002.

MACHADO, S. A.; URBANO, E.; CONCEIÇÃO, M. B. Comparação de métodos de estimativa de volume para *Pinus oocarpa* em diferentes idades e diferentes regimes de desbastes. **Boletim de Pesquisa Florestal**, n. 50, p. 91-98, 2005.

MOURA, V. P. G. **Potencial e uso de espécies de *Eucalyptus* e *Corymbia* de acordo com locais e usos**. Brasília, DF: Embrapa Recursos Genéticos e Biotecnologia, 2001. 32 p. (Embrapa Recursos Genéticos e Biotecnologia. Documentos, 68).

MOURA, V. P. G.; GUIMARÃES, D. P. Uma análise da atividade florestal nos Cerrados. In: SIMPÓSIO SOBRE CERRADO, 6., 1988, Brasília. **Anais...** Planaltina, DF: EMBRAPA – CPAC, 1988. p. 853-870.

PAIVA, H. N.; JACOVINE, L. A. G.; RIBEIRO, G. T.; TRINDADE, C. **Cultivo de eucalipto em propriedades rurais**. Viçosa, MG: Aprenda Fácil, 2001. 136 p.

PEREIRA, J. C. D.; STURION, J. A.; HIGA, A. R.; HIGA, R. C. V.; SHIMIZU, J. Y. **Características da madeira de algumas espécies de eucalipto plantadas no Brasil**. Colombo, PR: Embrapa Florestas, 2000. 113p. (Embrapa Florestas. Documentos, 38).

SAS INSTITUTE. **The SAS-system for windows: release 9.1 (Software)**. Cary, 2003.

**Embrapa**

---

*Cerrados*

Ministério da  
Agricultura, Pecuária  
e Abastecimento

