

Campinas, SP
Dezembro, 2009

Autores

Alexandre de Castro

Mestre em Física,
Doutorando em Ciências
pela Universidade Federal
de São Paulo (UNIFESP);
Pesquisador da Embrapa
Informática Agropecuária
acastro@cnptia.embrapa.br
+55 (19) 3211-5700

Anderson Luis Ruhoff

Mestre em Geomática,
Doutorando em
Recursos Hídricos e
Saneamento Ambiental
pela Universidade Federal
do Rio Grande do Sul
(UFRGS), Professor
Assistente da Universidade
Federal do Rio Grande
(FURG)
anderson.ruhoff@ufrgs.br
+55 (53) 3233-8698

Estudo de regionalização de vazões médias na região do Médio Uruguai

Introdução

No Brasil ainda existem regiões onde os dados hidrológicos básicos são reduzidos ou inexistentes, devido aos elevados custos de implantação, operação e manutenção de uma rede hidrométrica, principalmente em grandes bacias. Além disso, muitos postos hidrológicos com poucos anos de dados não retratam necessariamente uma amostra representativa.

A necessidade de se estimar a médio e longo prazo as vazões máximas, médias e mínimas, em áreas com carência de dados hidrológicos é de extrema importância para a previsão de cheias, planejamento hídrico para a agricultura, dimensionamento do volume de reservatórios, dimensionamento de obras hidráulicas para irrigação etc. Uma das técnicas comumente utilizadas para tratamento da informação em recursos hídricos é a regionalização hidrológica ou regionalização de vazões.

Como um método estatístico da Hidrologia, a regionalização objetiva, principalmente, estimar o escoamento superficial médio na rede de drenagem de uma bacia hidrográfica. A regionalização é realizada a partir das séries históricas de vazão por meio de uma função de regressão relacionando a vazão com uma ou mais variáveis independentes, tais como a área de contribuição ou precipitação na bacia.

Neste artigo a regionalização de vazões é aplicada para estimar as vazões médias de longo período para a Região do Médio Uruguai, tendo como variáveis independentes a área da bacia (A), o número de confluências de drenagem (D) e o comprimento do rio principal (L).

Material e Métodos

A Região Hidrográfica do Médio Uruguai localiza-se no norte do Estado do Rio Grande do Sul. O clima da Região Hidrográfica do Médio Uruguai é temperado e apresenta uma distribuição regular intra-anual de chuvas, porém com alguma elevação no período de maio a setembro, que coincide com o inverno. A precipitação média anual é de 1.784 mm, com temperatura média anual variando entre 16 e 20°C, e evapotranspiração média anual de 1.041 mm. A disponibilidade hídrica natural da bacia hidrográfica da Região Hidrográfica do Médio Uruguai é muito influenciada por importantes variações espaciais e temporais de alguns dos parâmetros climáticos, como o regime pluviométrico, o que se reflete nas atividades desenvolvidas, principalmente na agricultura.

A região também apresenta um regime de precipitações marcado por uma distribuição regular de chuvas ao longo do ano, com totais mensais superiores a 60 mm, sem ocorrência de grandes extremos: máximos ou mínimos. A análise do regime de chuvas não permite caracterizar um período de estiagem característico, já que os valores médios mensais de precipitação são muito próximos entre si. O que pode ser constatado é um acentuado déficit de umidade nos meses de verão, já que os valores de evapotranspiração superam os de precipitação.

Tabela 1. Dados de área, comprimento do rio principal, número de confluências e vazão média para a Região Hidrográfica do Médio Uruguai, no Estado do Rio Grande do Sul. Fonte: Instituto de Pesquisas Hidráulicas (UFRGS).

Estação	Área da Bacia (km ²)	Comprimento do rio principal (km)	Nº de confluências	Vazão média (m ³ /s)
43	62.199,00	800,00	1.850,00	1.295,18
44	442,00	42,50	11,00	9,97
45	5.298,00	343,50	222,00	132,86
46	328,00	68,50	3,00	7,02
47	902,00	78,50	25,00	31,33
48	604,00	62,50	19,00	17,03
49	2.008,00	158,50	53,00	55,69
50	536,00	195,00	15,00	11,98
51	1.545,00	292,50	44,00	37,07
52	2.201,00	151,50	113,00	49,42
53	1.113,00	116,00	56,00	25,06
54	355,00	40,00	16,00	7,62
55	822,00	106,00	64,00	19,99
56	1.240,00	154,50	100,00	34,92
57	1.951,00	93,00	113,00	46,06
58	593,00	66,50	79,00	14,31
59	609,00	68,00	158,00	19,17
60	784,00	75,00	172,00	22,92
61	5.050,00	233,00	453,00	119,20
62	867,00	57,50	206,00	24,33
63	2.005,00	158,00	348,00	54,13
64	9.030,00	358,50	973,00	228,03
65	915,00	60,00	83,00	23,50
66	3.174,00	162,50	270,00	80,98
67	5.146,00	286,50	417,00	108,64
68	3.724,00	165,00	324,00	49,43
69	2.765,00	105,50	300,00	55,05
70	3.323,00	134,20	375,00	65,55
71	12.210,00	192,50	681,00	208,08
72	2.339,00	158,00	225,00	49,64
73	921,00	58,00	83,00	26,37
74	4.574,00	208,50	472,00	104,47
75	27.260,00	256,50	2.287,00	481,87
76	379,60	28,00	54,00	10,15
77	28.820,00	293,50	2.570,00	541,07
78	2.451,00	125,00	272,00	56,83
79	3.089,00	147,50	108,00	82,31
80	1.426,00	94,00	90,00	31,11
81	5.776,00	182,50	245,00	116,85
82	35.935,00	493,50	2.760,00	806,90

nação de alguns critérios para se construir um modelo representativo da região estudada, ou seja:

1) estabelecimento da relação empírica entre valores da função e características conhecidas do sistema hidrológico; e,

2) estabelecimento de uma função com base nos valores do item anterior ou de relações adimensionais.

Geralmente, as principais variáveis explicativas das características físicas utilizadas na regionalização são:

- 1) área de drenagem,
- 2) comprimento do rio principal,
- 3) declividade média do rio principal,
- 4) densidade de drenagem,
- 5) precipitação, entre outras.

A área da bacia corresponde à área drenada pelo rio principal e por todos seus afluentes. Considerando que, para cada bacia existe um rio principal, o comprimento deste é definido como o curso d'água que drena a maior área no interior da bacia. A densidade de drenagem corresponde a um indicador do relevo superficial e das características geológicas da bacia. A densidade de drenagem é dada pela razão entre o somatório do comprimento de todos os segmentos de drenagem e a área da bacia. Em função da morosidade de medição, utiliza-se o número de confluências como determinante da densidade de drenagem.

Metodologia e eficiência do modelo

Como não são conhecidas as variáveis independentes que melhor explicam a variável dependente, torna-se necessário procurar a melhor combinação possível de variáveis independentes que melhor representem a distribuição dos valores da variável dependente. Para buscar o modelo mais eficiente que permita estimar com pequeno erro as vazões da região estudada, e que inclua o menor número possível de variáveis independentes, são utilizadas as técnicas estatísticas da análise de regressão e da análise de variância.

Análise de regressão

A função matemática que relaciona a variável dependente y com as variáveis independentes x_i , sendo i equivalente a 1, 2, 3, ..., n pode ser linear, conforme a equação (1).

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + b \quad (1)$$

Quando $n=1$ a equação é linear simples, pois apresenta somente uma variável independente. Quando $n>1$, a regressão torna-se linear múltipla (HINES et al., 2006).

Para funções matemáticas não-lineares, procura-se transformar esta equação em uma expressão linear. Uma das funções usadas normalmente em hidrologia segue a equação (2).

$$y = Cx_1^{a_1} * x_2^{a_2} * \dots * x_n^{a_n} \quad (2)$$

onde C , a_1 , a_2 , ..., a_n são parâmetros. Transformando a equação em uma equação logarítmica, obtém-se a equação (3).

$$\ln y = \ln C + a_1 * \ln x_1 + a_2 * \ln x_2 + \dots + a_n * \ln x_n \quad (3)$$

Esta equação é semelhante à equação (1), na qual os termos em logaritmo são transformados conforme a equação (4).

$$z = a_1 * w_1 + a_2 * w_2 + \dots + a_n * w_n + b \quad (4)$$

em que $z = \ln y$ e $w_i = \ln x_i$.

Para se verificar a adequação do ajuste da função matemática aos dados observados, existe uma série de avaliações objetivas que podem ser utilizadas. Dentre estas avaliações as mais adotadas são o coeficiente linear de correlação e o desvio-padrão dos erros de ajustamento, também conhecido como erro padrão de estimativa.

Considerando uma equação de regressão original não-linear para estimar vazões Q , o erro padrão calculado para a expressão linearizada pelo operador logaritmo refere-se ao logaritmo da variável dependente, havendo a necessidade de se estabelecer uma expressão para o intervalo de variação da estimativa da vazão e não para seu logaritmo. Para tanto se utiliza o erro padrão fatorial (TUCCI, 2002), dado pela equação (5).

$$\sigma_f = e^s \quad (5)$$

onde s corresponde ao erro padrão dos logarítmicos de y (erro padrão do logaritmos da vazão Q). O erro padrão fatorial é multiplicativo e o intervalo de um desvio padrão encontra-se entre $\frac{Q}{\sigma_f}$ e $Q \sigma_f$.

O coeficiente linear de correlação ao quadrado (R^2), ou seja, coeficiente de determinação múltipla representa a proporção com que a variação dos valores da variável independente em torno da média é explicada por uma função linear. Sua faixa de variância é entre 0 e 1, sendo que uma função linear é mais adequada, quanto mais próximo de 1 for o R^2 . O coeficiente de determinação não-tendencioso é dado pela equação (6).

$$R^2 = 1 - \frac{s^2}{s_y^2} \quad (6)$$

Para R^2 , no entanto, tem-se um aumento deste coeficiente na medida em que se acrescentam mais variáveis independentes. O maior valor para R^2 é obtido através da inserção de todas as variáveis na equação, mas o melhor modelo não se utiliza necessariamente de todas as variáveis. Em função dessa falha, utiliza-se o coeficiente de determinação ajustado R^2 , dado pela equação (7).

$$R^2 \text{ ajustado} = 1 - \frac{(n-1)}{[n-(k+1)]} (1 - R^2) \quad (7)$$

onde n corresponde ao tamanho amostral e k corresponde ao número de variáveis independentes.

Análise de Variância ANOVA

A análise de variância ANOVA é um método de se testar a igualdade de três ou mais médias populacionais, através da análise das variâncias amostrais. Dessa forma, torna-se possível avaliar a correlação entre cada variável independente e as possíveis combinações das demais variáveis independentes. O resultado apresentado conterá os maiores coeficientes de correlação encontrados para cada variável e a combinação das demais variáveis independentes que gerou tal correlação. Esta opção efetua todas as possíveis combinações entre as variáveis independentes e efetua a regressão entre estas combinações e uma variável independente específica e, por isto, pode reduzir a performance de execução (HIRSCH et al., 1993).

A tabela ANOVA contém a análise da variância, os graus de liberdade gl , a soma quadrática, a variância quadrática média, o teste F de Fischer e a probabilidade p de significância para F ou para a equação de regressão múltipla linear como um todo.

O teste de significância da análise de regressão pode ser obtido pela estatística F , de acordo com a equação (8).

$$F = \frac{s_y^2}{s^2} \quad (8)$$

onde s corresponde ao erro padrão dos logaritmos de y .

O teste segue uma distribuição F com p e $n-p-1$ graus de liberdade, desde que os coeficientes das p variáveis sejam iguais a zero. Esses termos são determinados como os termos da equação (7), sendo, portanto, transformada para a equação (9).

$$F = \frac{(n-p-1) R^2}{p (1+R^2)} \quad (9)$$

Quando o valor calculado de F é maior que o F da distribuição de Fischer, para um nível de significância de 100 $(1 - \alpha)$, a hipótese de que os coeficientes da equação de regressão são nulos pode ser rejeitada e a regressão é aceita a esse nível de significância.

Resultados e Discussão

Com a correlação das vazões médias de longo período da área de estudo e suas características físicas e climáticas, foram definidas as equações de regressão.

Como características físicas das bacias foram escolhidas aquelas mais representativas da distribuição da vazão média e as mais facilmente mensuráveis.

Como a análise de regressão procura inferir a relação matemática entre uma variável dependente y e uma ou mais variáveis independentes x_1, x_2, \dots, x_n , a equação de regressão para a vazão pode ser definida conforme a equação (10), utilizando-se as variáveis descritas anteriormente.

$$Q = f(A, D, L) \quad (10)$$

A função mais utilizada na literatura para a regressão da vazão é do tipo não-linear, expressa conforme a equação (11).

$$Q = a * A^b * D^f * L^d \quad (11)$$

onde a, b, d e f são parâmetros constantes (TUCCI, 2004).

A equação (11) pode ser transformada numa equação linear aplicando-se o operador logaritmo, conforme a equação (13).

$$\ln Q = \ln a + b \ln A + f \ln D + d \ln L \quad (12)$$

Neste trabalho foram examinadas todas as combinações possíveis de regressão múltipla, mantendo-se a área como a variável constante em todas as regressões. Dessa forma, quatro combinações são possíveis.

A partir da combinação das variáveis independentes (A, AD, AL e ADL), com base nas estatísticas do R^2 ajustado e do teste σ_f definiu-se a equação de regressão para a regionalização das vazões médias de longo período.

A Tabela 2 apresenta as estatísticas de regressão da variável independente Área (A). A Tabela 3 apresenta as estatísticas de regressão das variáveis independentes área (A) e número de confluências (D). A Tabela 4 apresenta as estatísticas de regressão das variáveis independentes área (A) e comprimento do rio principal (L). A Tabela 5 apresenta as estatísticas de regressão das variáveis independentes área (A), número de confluências (D) e comprimento do rio principal (L).

A hipótese nula é rejeitada se o Valor P for muito pequeno, tal que menor que 0,05 (nível de significância) (TRIOLA, 2005). A partir da análise do Valor P para as quatro combinações de variáveis independentes, para um nível de significância $\alpha = 0,05$, desconsideram-se as variáveis independentes comprimento do rio principal (L) e número de confluências (D), uma vez que

Tabela 2. Estatísticas de regressão para a variável independente A, com intervalo de 95% de confiança.

	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor P
Interseção	-3,26112238	0,1516359	-21,506258	7,117E-23
A	0,93595842	0,0194086	48,223745	1,073E-35

Tabela 3. Estatísticas de regressão para as variáveis independentes área (A) e número de confluências (D), com intervalo de 95% de confiança.

	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor P
Interseção	-3,15370195	0,18521298	-17,0274349	4,3034E-19
D	0,036676873	0,0363301	1,009545018	0,31927011
A	0,898143497	0,04218487	21,29065644	2,3408E-22

Tabela 4. Estatísticas de regressão para as variáveis independentes área (A) e comprimento do rio principal (D), com intervalo de 95% de confiança.

	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor P
Interseção	-3,31615672	0,175731	-18,87068	1,408E-20
A	0,915183661	0,038136	23,9977249	3,7399E-24
L	0,044017256	0,069361	0,63461008	0,5295875

Tabela 5. Estatísticas de regressão para as variáveis independentes área (A), número de confluências (D), e comprimento do rio principal (L), com intervalo de 95% de confiança.

	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor P
Interseção	-3,2092392	0,1926559	-16,657882	1,6878E-18
A	0,8488918	0,06356109	13,355527	1,6252E-15
L	0,0754324	0,07287257	1,0351278	0,30751284
D	0,049916	0,0384826	1,2971051	0,20284674

**Figura 2.** Vazões simuladas e observadas na Região Hidrográfica do Médio Uruguai.

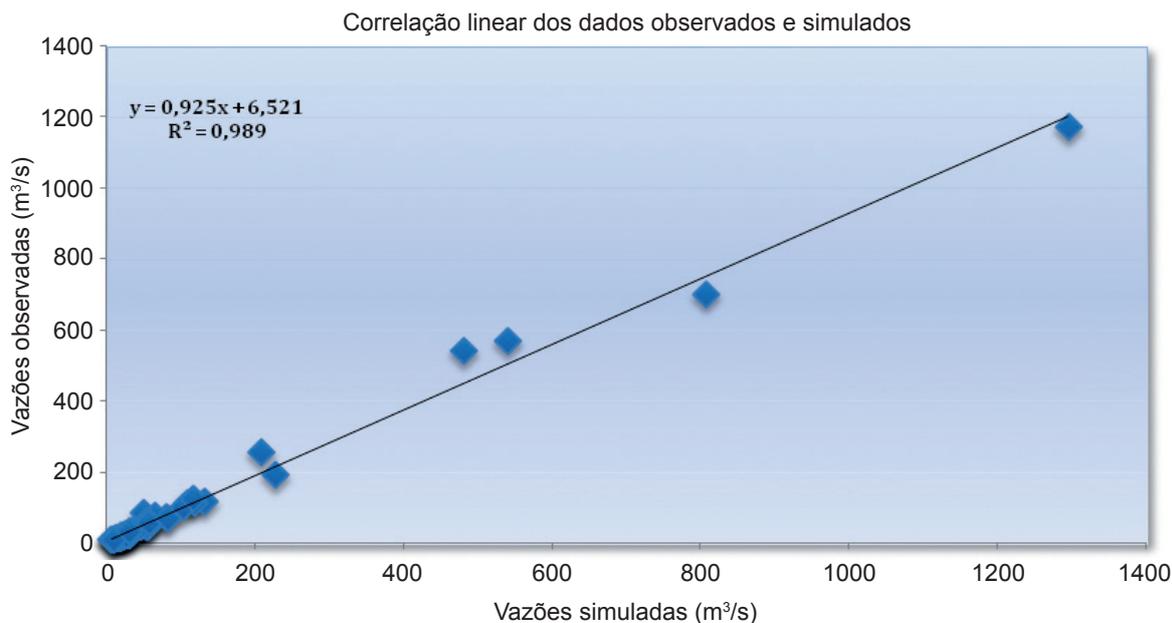


Figura 3. Gráfico de correlação linear de vazões simuladas e observadas na Região Hidrográfica do Médio Uruguai.

estas não apresentam significância (valores P maiores que 0,05). Rejeita-se a hipótese nula e aceita-se a regressão apenas para a variável independente área (A), em função de sua elevada significância, correspondente a $1,07 \cdot 10^{-35}$.

A partir do coeficiente de interseção e do coeficiente A, estabeleceu-se a equação de regressão (13).

$$Q = 0,0383 \cdot A^{0,9359} \quad (13)$$

A Figura 2 apresenta a distribuição dos valores das vazões observadas e simuladas pela regionalização de vazões (equação 13). Observa-se que o modelo apresentou um ótimo ajuste para os valores calculados.

De posse dos valores de vazão calculados pelo modelo, plotam-se os dados simulados e observados em um gráfico da Figura 3, que mostra o R^2 do ajuste feito entre os valores de vazões observados com os calculados de aproximadamente 99% de acerto do modelo.

A partir das Figuras 2 e 3, considera-se satisfatória a estimativa e a simulação das vazões da Região Hidrográfica do Médio Uruguai, a partir da variável independente área (A), uma vez que os dados simulados e observados apresentam uma forte correlação linear.

Conclusão

1. Para a regionalização de vazões médias de longo período para a região do Médio Uruguai, foram

utilizados os dados de vazão média, área da bacia, número de confluências e comprimento do rio principal. De posse das combinações, através de análise de regressão, foram obtidos os coeficientes das variáveis independentes que melhor se ajustaram à simulação da vazão média.

2. A estatística de regressão mostrou que, para o nível de confiança de 95%, a coluna de Valor P foi determinante na escolha dos coeficientes que melhor se ajustaram à regressão, uma vez que a hipótese nula foi rejeitada para a variável independente área (A), enquanto para as outras variáveis independentes, como número de confluências (D) e comprimento do rio principal (L), em nível de significância
3. As análises de variância e de regressão mostraram que os ajustes para as combinações $Q=ADL$, $Q=AD$ e $Q=AL$ não foram significativos para 95% de probabilidade. Para o ajuste da equação de regressão baseado em $Q=AP$, obteve-se um coeficiente R^2 com 99% de acerto para este modelo.

Referências

HINES, W. W.; MONTGOMERY, D. C.; GOLDSMAN, D. M.; BORROR, C. M. **Probabilidade e estatística na engenharia**. Rio de Janeiro: LTC, 2006. 592 p.

IRSCH, R. M.; HELSEL, D. R.; COHN, T. A.; GILROY, E. J. Statistical analysis of hydrologic data. In: MAIDMENT, D. R. **Handbook of hydrology**. New York: McGraw-Hill, 1993.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria Estadual do Meio Ambiente.

Sistema Estadual de Recursos Hídricos. Porto Alegre, 2006.
Disponível em: <<http://www.sema.rs.gov.br>>. Acesso em: 25 Jul. 2009.

TRIOLA, M. F. **Introdução a estatística.** 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2005. 656 p.

TUCCI, C. E. M. **Hidrologia:** ciência e aplicação. Porto Alegre: Ed. UFRGS, 2004. 944 p.

TUCCI, C. E. M. **Regionalização de vazões.** Porto Alegre: Ed. UFRGS, 2002. 250 p.

**Circular
Técnica, 04**



Embrapa Informática Agropecuária
Endereço: Caixa Postal 6041 - Barão Geraldo
13083-886 - Campinas, SP
Fone: (19) 3211-5700
Fax: (19) 3211-5754
<http://www.cnptia.embrapa.br>
e-mail: sac@cnptia.embrapa.com.br

Ministério da
Agricultura, Pecuária
e Abastecimento

Governo
Federal

1ª edição on-line - 2009

Todos os direitos reservados.

**Comitê de
Publicações**

Presidente: Sílvia Maria Fonseca Silveira Massruhá
Membros: Poliana Fernanda Giachetto, Roberto Hiroshi Higa, Stanley Robson de Medeiros Oliveira, Marcia Izabel Fugisawa Souza, Neide Makiko Furukawa, Adriana Farah Gonzalez, Suzilei Almeida Carneiro (secretária)
Suplentes: Alexandre de Castro, Fernando Attique Máximo, Maria Goretti Gurgel Praxedes, Paula Regina Kuser Falcão

Expediente

Supervisão editorial: Neide Makiko Furukawa, Suzilei Almeida Carneiro
Normalização bibliográfica: Maria Goretti Gurgel Praxedes
Revisão de texto: Nadir Rodrigues Pereira
Editoração eletrônica: Neide Makiko Furukawa