ISSN 0100 - 8862

Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária
Centro Nacional de Pesquisa de Suínos e Aves
Ministerio da Agricultura e do Abastecimento
Caixa Postal 21, 89700-000, Concórdia, SC
Telefone: (49) 442-8555, Fax: (49) 442-8559
http://www.cnpsa.embrapa.br/
sac@cnpsa.embrapa.br

COMUNICADO TÉCNICO

CT/237/Embrapa Suínos e Aves, Setembro/1999, p. 1–4

INTERPRETAÇÃO DA CURVA DE CRESCIMENTO DE GOMPERTZ

Flávio Bello Fialho[1]

A curva de Gompertz é uma função comumente usada para descrever o crescimento de animais e de tecidos. Ela expressa massa em função da idade do animal, da seguinte forma:

$$M = A \cdot e^{-e^{-B\cdot(t-C)}} \tag{1}$$

M = massa de tecido ou corporal (kg)
t = idade (dias)
A = massa na maturidade (kg)
B = crescimento relativo no ponto de inflexão (kg/dia por kg)
C = idade no ponto de inflexão (dias)
e = 2,718281828459

A taxa de crescimento, em kg/dia, é dada pela derivada da função acima:

$$\frac{dM}{dt} = A \cdot B \cdot e^{-B\cdot(t-C)-e^{-B\cdot(t-C)}} \tag{2}$$

A curva de crescimento de Gompertz e a sua derivada (a taxa de crescimento ao longo do tempo) estão representadas graficamente na Figura 1. A função de Gompertz tem propriedades desejáveis numa curva de crescimento. Ao contrário de outras funções, a massa corporal inicial é sempre superior a zero, o que reflete o fato de que o animal já nasce com alguma massa. A massa corporal tende a atingir um valor máximo, dado pelo parâmetro A da função, conforme pode ser observado na Figura 1. Teoricamente, esse valor somente seria alcançado após um tempo infinito, mas ele pode ser extrapolado a partir de dados experimentais.

As características da curva de Gompertz giram em torno do ponto de inflexão, em que a taxa de crescimento é máxima. A idade em que ocorre o ponto de inflexão é dada pelo parâmetro C da função. Nesse ponto, a massa corporal é igual a A/e (36,8% do máximo) e a taxa de crescimento é igual a $A \cdot B/e$, como pode ser visto na Figura 1. A taxa de crescimento relativo (R) é definida como a taxa de crescimento dividida pela massa corporal. R é dada por uma função exponencial negativa simples:

$$R = \frac{dM/dt}{M} = B \cdot e^{-B\cdot(t-C)} \tag{3}$$

O valor de R decai ao longo do tempo, conforme mostrado na Figura 2. No momento do ponto de inflexão, R é igual a B. Em outras palavras, B é a taxa de crescimento relativo, em kg/dia por kg de massa corporal, no ponto em que o crescimento é máximo. Por exemplo, para um animal que chega a uma taxa de crescimento máxima de 0,9 kg/dia aos 90 kg, o valor de B é igual a 0,01.

[1]Eng. Agr., Ph. D., Embrapa Suínos e Aves

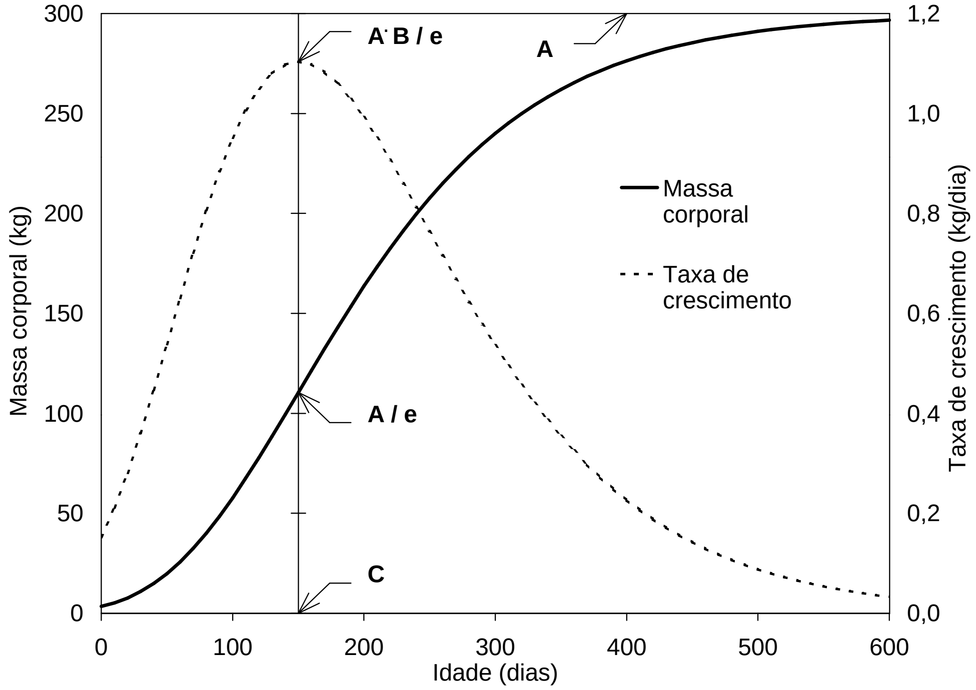


Figura 1 – Massa corporal e taxa de crescimento em função da idade, usando a curva de Gompertz

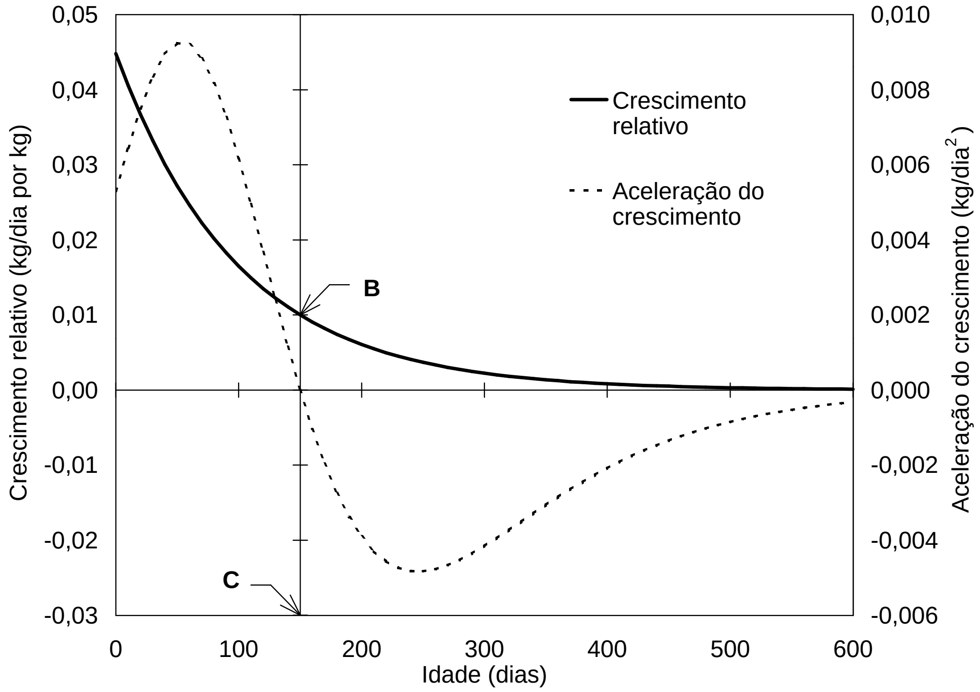
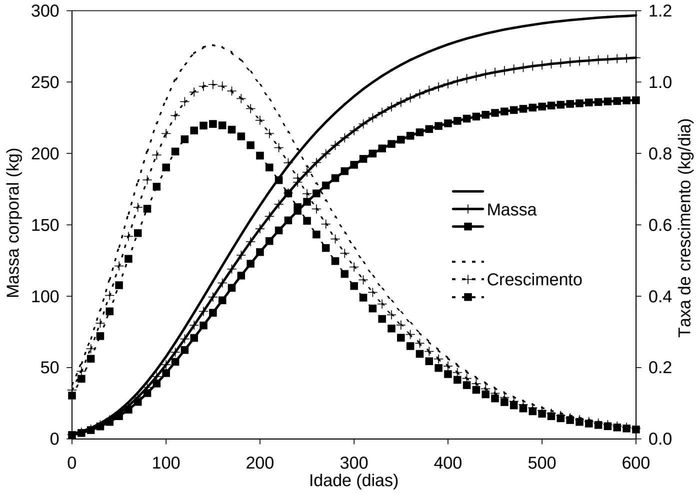
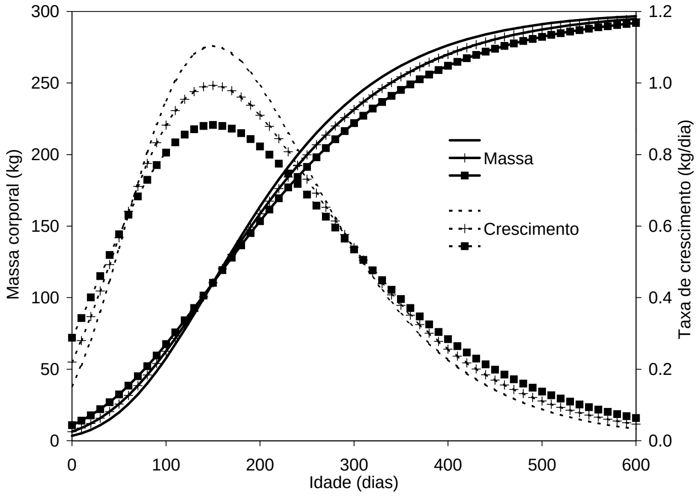


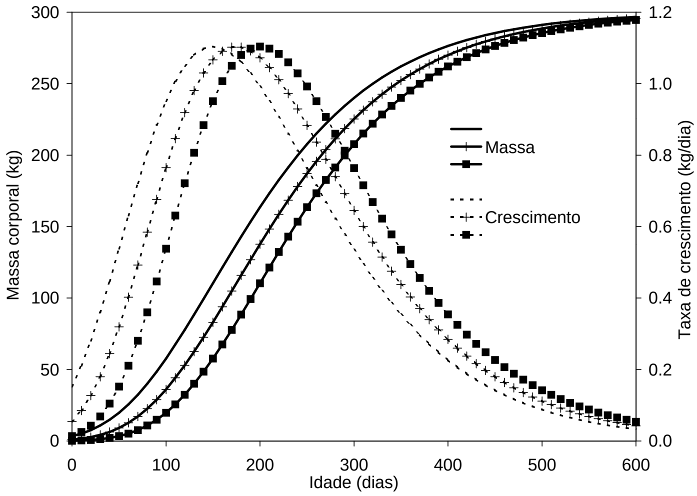
Figura 2 – Crescimento relativo e taxa de aceleração do crescimento em função da idade, usando a curva de Gompertz



3.1: Mudanças em A



3.2: Mudanças em B



3.3: Mudanças em C

Figura 3 – Efeito de mudanças nos parâmetros da função de Gompertz

A aceleração do crescimento é definida como a variação na taxa de crescimento ao longo do tempo, e é dada pela derivada da taxa de crescimento (derivada segunda da massa):

$$\frac{d^2M}{dt^2} = A \cdot B^2 \cdot e^{-B\cdot(t-C)-e^{-B\cdot(t-C)}} \cdot \left(e^{-B\cdot(t-C)} - 1\right) \tag{4}$$

Como pode ser visto na Figura 1, a taxa de crescimento é assimétrica em torno do ponto de inflexão. Isso pode ser melhor verificado na Figura 2, comparando-se os valores extremos da taxa de aceleração antes e depois do ponto de inflexão. Constata-se que, em termos absolutos, a aceleração inicial no crescimento é maior do que a desaceleração após o ponto de inflexão.

O efeito de variar cada um dos parâmetros da função de Gompertz é mostrado na Figura 3. Mudanças em A causam uma variação proporcional tanto na massa corporal quanto na taxa de crescimento. Mudanças em C fazem com que ambas as curvas se desloquem ao longo do eixo da idade. Já mudanças em B alteram a forma da curva de crescimento. Valores maiores de B concentram o crescimento em torno do ponto de inflexão, aumentando a taxa de crescimento máximo, às custas de um crescimento inicial e final mais lento. Ao contrário, valores menores de B fazem com que o crescimento seja mais distribuído ao longo do tempo.

É conveniente que se possa expressar a taxa de crescimento como uma função da massa corporal, independente da idade, o que pode ser feito da seguinte forma:

$$\frac{dM}{dt} = B \cdot M \cdot \ln\left(\frac{A}{M}\right) \tag{5}$$

A expressão gráfica dessa função é dada na Figura 4.

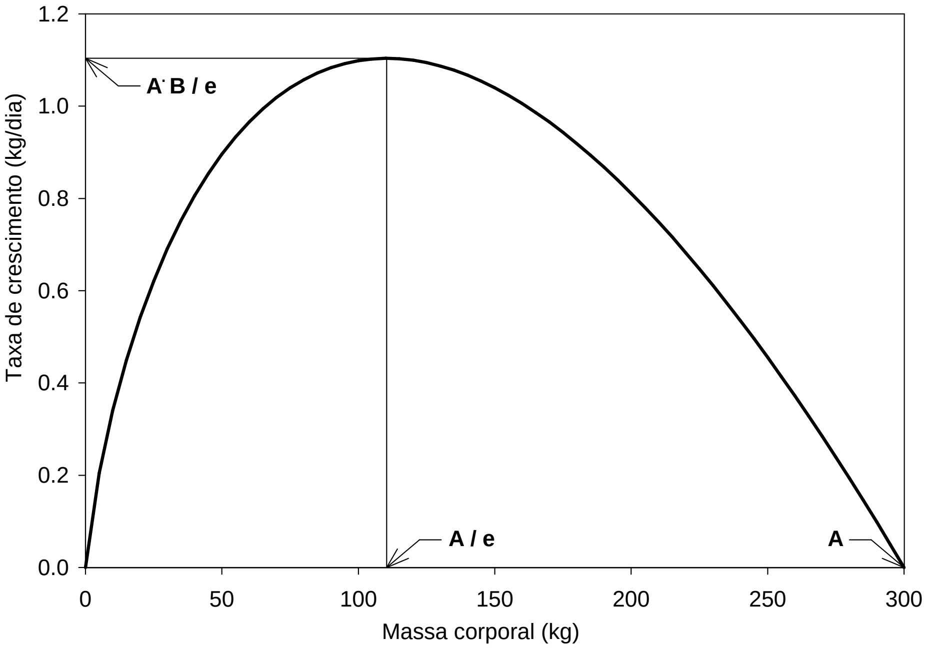


Figura 4 – Taxa de crescimento em função da massa corporal, usando a curva de Gompertz

A curva de Gompertz tem apenas três parâmetros, o que equivale em número a uma função quadrática. No entanto, ela se ajusta melhor às curvas de crescimento e pode ser usada num intervalo de tempo que abrange toda a vida do animal. Quando expressa como função do peso corporal, o parâmetro C deixa de ser utilizado e a função passa a ter apenas dois parâmetros.

Além das vantagens acima, os parâmetros da função de Gompertz têm significado biológico. Pode-se obter informações importantes a respeito do crescimento apenas pela interpretação desses parâmetros. Conclui-se que a função de Gompertz deve ser usada sempre que se analisar curvas de crescimento.