



**Avaliação de eficiência por  
Análise de Envoltória de Dados: conceitos,  
aplicações à agricultura e integração com  
Sistemas de Informação Geográfica**

# **República Federativa do Brasil**

*Luiz Inácio Lula da Silva*

Presidente

## **Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento - MAPA**

*Roberto Rodrigues*

Ministro

## **Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária - Embrapa**

### **Conselho de Administração**

*José Amauri Dimárzio*

Presidente

*Clayton Campanhola*

Vice-Presidente

*Alexandre Kalil Pires*

*Dietrich Gerhard Quast*

*Sérgio Fausto*

*Urbano Campos Ribeiral*

Membros

### **Diretoria-Executiva da Embrapa**

*Clayton Campanhola*

Diretor-Presidente

*Gustavo Kauark Chianca*

*Herbert Cavalcante de Lima*

*Mariza Marilena T. Luz Barbosa*

Diretores-Executivos

### **Embrapa Monitoramento por Satélite**

*Ademar Ribeiro Romeiro*

Chefe-Geral

*Luís Gonzaga Alves de Souza*

Chefe-Adjunto de Administração

*Ivo Pierozzi Júnior*

Chefe-Adjunto de Pesquisa e Desenvolvimento

*Evaristo Eduardo de Miranda*

Supervisor da Área de Comunicação e Negócios



*Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária  
Embrapa Monitoramento por Satélite  
Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento*

*ISSN 0103-78110  
Agosto, 2003*

## ***Documentos 28***

### **Avaliação de Eficiência por Análise de Envoltória de Dados: Conceitos, Aplicações à Agricultura e Integração com Sistemas de Informação Geográfica**

**Eliane Gonçalves Gomes  
João Carlos Correia Baptista Soares de Mello  
Luiz Biondi Neto**

Embrapa Monitoramento por Satélite. Documentos, 28

Exemplares desta publicação podem ser adquiridos na:

**Embrapa Monitoramento por Satélite**

Av. Dr. Júlio Soares de Arruda, 803 - Parque São Quirino

CEP 13088-300 Campinas, SP – BRASIL

Caixa Postal 491, CEP 13001-970

Fone: (19) 3256-6030

Fax: (19) 3254-1100

[sac@cnpm.embrapa.br](mailto:sac@cnpm.embrapa.br)

<http://www.cnpm.embrapa.br>

**Comitê de Publicações da Unidade**

Presidente: *Ivo Pierozzi Júnior*

Membros: *Ana Lúcia Filardi, Carlos Alberto de Carvalho, Eliane Gonçalves Gomes, Graziella Galinari, Luciane Dourado, Maria de Cléofas Faggion Alencar, Mateus Batistella*

Secretária: *Shirley Soares da Silva*

**Equipe Editorial**

Coordenação: *Eliane Gonçalves Gomes*

Revisão do texto: *Graziella Galinari, Ivo Pierozzi Jr., Luciane Dourado, Maria de Cléofas F. Alencar e Mateus Batistella*

Normalização bibliográfica: *Maria de Cléofas Faggion Alencar*

Diagramação e editoração eletrônica: *Shirley Soares da Silva, Eliane Gonçalves Gomes*

**1ª edição**

1ª impressão (2003): 30 exemplares

**Fotos:** Arquivo da Unidade

**Todos os direitos reservados.**

A reprodução não autorizada desta publicação, no todo ou em parte, constitui violação dos direitos autorais (Lei nº 9.610).

---

GOMES, E.G.; SOARES DE MELLO, J.C.C.B.; BIONDI NETO, L.

Avaliação de eficiência por Análise de Envoltória de Dados: conceitos, aplicações à agricultura e integração com Sistemas de Informação Geográfica / Eliane Gonçalves Gomes. – Campinas : Embrapa Monitoramento por Satélite, 2003.

39 p. : il. (Embrapa Monitoramento por Satélite. Documentos, 28)

ISSN 0103-78110

1. Análise de Envoltória de Dados. 2. Pesquisa Operacional. 3. Sistemas de Informação Geográfica. I. Embrapa. Centro Nacional de Pesquisa de Monitoramento por Satélite (Campinas, SP). II. João Carlos Correia Baptista Soares de Mello. III. Luiz Biondi Neto. IV. Título. V. Série.

CDD 658

# **Autores**

## **Eliane Gonçalves Gomes**

Pesquisador II

Embrapa Monitoramento por Satélite

Av. Dr. Júlio Soares de Arruda, 803 – Parque São Quirino

13088-300, Campinas, SP

[eliane@cnpm.embrapa.br](mailto:eliane@cnpm.embrapa.br)

## **João Carlos Correia Baptista Soares de Mello**

Professor Adjunto

Universidade Federal Fluminense

Rua Passo da Pátria, 156 – São Domingos

24210-240, Niterói, RJ

[gmajcsm@vm.uff.br](mailto:gmajcsm@vm.uff.br)

## **Luiz Biondi Neto**

Professor Adjunto

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Rua São Francisco Xavier, 524, Bl. E, Sala 5025 – Maracanã

20550-900, Rio de Janeiro, RJ

[lbiondi@uerj.br](mailto:lbiondi@uerj.br)

# Sumário

Objetivo .....	7
Considerações Gerais.....	7
A abordagem por Análise de Envoltória de Dados .....	10
Modelos DEA clássicos .....	13
Modelo CCR.....	13
Modelo BCC.....	16
Outros Modelos .....	19
Modelo Aditivo .....	19
Modelo FDH .....	20
Modelos DEA com restrições aos pesos .....	22
Restrições Diretas aos Pesos .....	23
Método de Regiões de Segurança.....	23
Restrições aos <i>Inputs</i> e <i>Outputs</i> Virtuais.....	24
Aplicações à Agricultura: Estado da arte .....	25
DEA na Embrapa.....	28
Integração entre DEA e Sistemas de Informação Geográfica .....	29
Conclusões.....	30
Referências.....	31

## Objetivo

Avaliar a eficiência com a qual uma unidade produtiva opera tem importância tanto para fins estratégicos (comparação entre unidades produtivas), quanto para o planejamento (avaliação dos resultados do uso de diferentes combinações de fatores) e para a tomada de decisão (como melhorar o desempenho atual, por meio da análise da distância entre a produção atual e potencial).

A eficiência de uma unidade produtiva é medida através da comparação entre os valores observados e os valores ótimos de seus produtos (saídas) e recursos (insumos). Esta comparação pode ser feita, em linhas gerais, pela razão entre a produção observada e a produção potencial máxima alcançável, dados os recursos disponíveis, ou pela razão entre a quantidade mínima necessária de insumos e a quantidade efetivamente empregada, dada a quantidade de produtos gerados. Combinações dessas razões podem igualmente prover informações importantes.

A mensuração dessas medidas de desempenho é feita via envelopamento dos dados, limitados por regiões (fronteiras) de máxima produção ou de mínimo custo. Esta modelagem envolve uma boa variedade de técnicas econométricas e de programação matemática. Neste último caso, os modelos existentes são os que recebem a denominação de modelos de Análise de Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* - DEA).

O uso de DEA para medir eficiência relativa de unidades produtivas tem se mostrado bastante atrativo em diversos setores de aplicação. O emprego de modelos DEA em agricultura pode apoiar as decisões dos agricultores, ao indicar as fontes de ineficiência e as unidades que podem servir de referência às práticas adotadas (*benchmarks*).

Assim, o objetivo deste documento é fazer uma breve descrição sobre os modelos DEA clássicos, bem como uma revisão do estado da arte de sua aplicação à agricultura. Além disso, é apresentada uma breve discussão sobre a possibilidade de integração dos resultados de DEA aos Sistemas de Informação Geográfica, como forma de apoio ao entendimento do problema.

## Considerações Gerais

Funções (ou fronteiras) de produção, funções de custos e de lucros, entre outras, dominam as teorias econômicas. A grande maioria dos trabalhos em economia faz uso de regressão por mínimos quadrados ordinários, e suas variantes, para medir eficiência de empreendimentos. Essa abordagem traça o melhor ajuste aos dados (COELLI, 1995), ou seja, é uma função de médias. Uma outra possibilidade para medir eficiência de unidades produtivas é usar fronteiras de produção. Estimar fronteiras de produção, ao invés de funções de médias, tem as seguintes vantagens:

- Reflete a tecnologia usada, já que a estimativa de uma fronteira de produção é influenciada pelas unidades de melhor desempenho dentro da amostra de unidades analisada, enquanto que as funções de médias fornecem a forma da tecnologia de uma unidade média;

- A função de produção representa as melhores práticas e, assim, as eficiências das unidades podem ser medidas.

Os modelos de Análise de Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* – DEA), aqui detalhados, estão inseridos nesse último contexto, já que são modelos de avaliação de eficiência. Entretanto, antes de uma discussão sobre DEA, é necessário fazer a distinção entre os termos eficiência e produtividade que, em muitas ocorrências na literatura, são usados como sinônimos.

O aumento de produtividade pode ser obtido de duas maneiras: por mudanças tecnológicas (novos fertilizantes, planos de rotação de cultura etc.), que causam um movimento ascendente da fronteira, ou por procedimentos que assegurem uso mais eficiente da tecnologia (por exemplo, treinamento dos agricultores na tecnologia praticada), que faz com que as unidades operem mais próximas à fronteira. Essas duas formas de melhoria da produtividade (progresso tecnológico e aumento de eficiência) requerem políticas de ação diferenciadas (COELLI, 1995). Este trabalho concentra-se nas medidas de eficiência.

Matematicamente, produtividade de uma empresa ou unidade organizacional é a relação entre as saídas (produtos ou *outputs*) produzidas e as entradas (insumos ou *inputs*) necessárias para a geração destas saídas (COELLI et al., 1998). Para casos que envolvam apenas uma única entrada (*input*) e uma única saída (*output*), é comum definir a medida de produtividade como apresentado em (1).

$$\text{Produtividade} = \frac{\text{saída}}{\text{entrada}} \quad (1)$$

No caso mais geral onde existem várias entradas e várias saídas, ou seja, a unidade emprega em seu processo de transformação múltiplos insumos, que produzem múltiplos produtos, a produtividade é definida como a combinação linear das saídas dividida pela combinação linear das entradas.

Farrel (1957) propôs um índice de eficiência para o caso de múltiplas entradas e múltiplas saídas, mostrado na equação (2). Nela,  $Y_{jk}$  representa a saída  $j$  da unidade  $k$ ,  $X_{ik}$  é a entrada  $i$  da unidade  $k$ ,  $v_i$  e  $u_j$  representam, respectivamente, os pesos de cada saída  $j$  e de cada entrada  $i$ . Estes pesos são, em geral, arbitrados.

$$\text{Eficiência}_k = \frac{\sum_j u_j Y_{jk}}{\sum_i v_i X_{ik}} \quad (2)$$

A Figura 1 (BIONDI, 2001), que mostra um processo de produção envolvendo uma única entrada ( $X$ ) e uma única saída ( $Y$ ), apresenta as diferenças entre produtividade e eficiência. A curva OS representa a fronteira de produção, isto é, relaciona a entrada  $X$  com a saída  $Y$ . Os dois métodos mais usados na estimativa de fronteiras de produção são DEA, com o uso de programação linear, e análise de



fronteiras estocásticas (*Stochastic Frontiers Analysis* – SFA), que utiliza métodos econométricos, paramétricos (COELLI et al., 1998). Em Lovell (1993) encontra-se uma introdução a este tema.

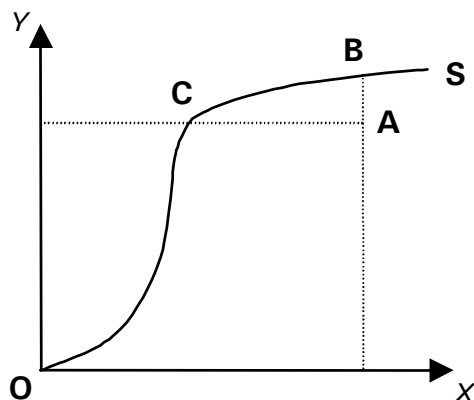


Fig. 1. Curva de um processo de produção.

A curva OS representa a quantidade máxima que a saída pode atingir, dados os níveis de entrada utilizados. A região entre a fronteira de produção e o eixo dos X engloba todas as combinações viáveis entre saída e entrada, formando o conjunto de possibilidades de produção.

A empresa que operar sobre qualquer ponto da curva de produção é considerada tecnicamente eficiente, caso contrário, ineficiente. As empresas que operam nos pontos B e C, sobre a fronteira de produção são eficientes, e a que opera no ponto A é ineficiente.

Para determinar a produtividade de cada uma das três empresas representadas pelos pontos A, B e C, traçam-se as retas radiais que passam por esses pontos, conforme mostra a Figura 2 (BIONDI, 2001).

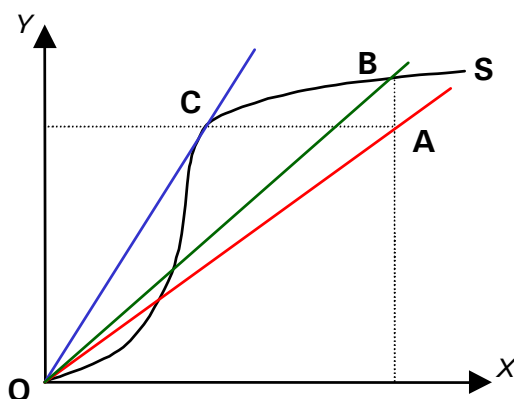


Fig. 2. Produtividade X Eficiência.

A inclinação dessas três retas, dada pela relação  $Y/X$  correspondente a cada unidade em avaliação, mede a produtividade de cada ponto. Logo, a empresa localizada no ponto C apresenta a maior produtividade dentre as três.

Verifica-se que uma unidade produtiva pode ser eficiente tecnicamente, isto é, operar sobre a fronteira de produção, e não ser a de maior produtividade, ou seja, não possui a maior relação  $Y/X$ . Nota-se que a reta radial que passa pelo ponto C é tangente à fronteira de produção e a que passa por B é secante a essa fronteira. Assim, o ponto C, além de eficiente, é considerado de escala econômica ótima (COOPER et al., 2000).

Uma outra medida de eficiência é a eficiência alocativa, que incorpora as características de minimização dos custos ou maximização dos lucros à medida de eficiência. Ou seja, dado um conjunto de entradas das quais são conhecidos previamente os preços, pode-se medir a eficiência alocativa como a quantidade de saída produzida com custo mínimo.

## Abordagem por Análise de Envoltória de Dados

No estudo dos temas produtividade e eficiência, pode surgir a seguinte questão: existe erro em usar toneladas de grão por hectare como medida de eficiência de um agricultor? Medidas desse tipo apresentam a deficiência de não considerarem outros recursos, como mão-de-obra, maquinarias, combustível, fertilizantes etc., na medida de eficiência. O uso dessa medida na formulação de políticas pode resultar no uso excessivo dos recursos não incluídos na medida de eficiência. A abordagem por Análise de Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* – DEA), que utiliza programação linear para estimar a fronteira eficiente, é capaz de incorporar diversos insumos e produtos para o cálculo da eficiência.

DEA foi desenvolvida para determinar a eficiência de unidades produtivas, onde não seja relevante ou não se deseja considerar somente o aspecto financeiro. Dispensa-se, assim, a conversão de todos os insumos e produtos em unidades monetárias e sua atualização para valores presentes. Em DEA, a unidade produtiva é chamada de unidade tomadora de decisão (*Decision Making Unit* – DMU).

Em contraste com as aproximações paramétricas, que otimizam um plano de regressão a partir das observações (Figura 3), DEA otimiza cada observação individual com o objetivo de calcular uma fronteira de eficiência, determinada pelas unidades que são Pareto eficientes. Uma unidade é Pareto eficiente se, e somente se, ela não consegue melhorar alguma de suas características sem piorar as demais.

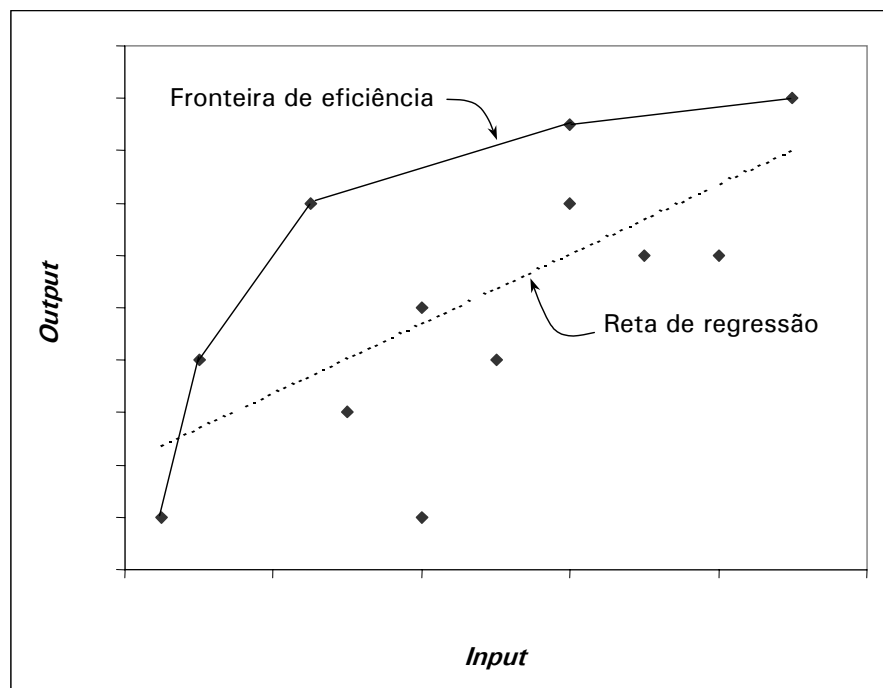


Fig. 3. Comparação entre DEA (abordagem não paramétrica) e regressão (técnica paramétrica).

O objetivo primário de DEA consiste em comparar um certo número de DMUs que realizam tarefas similares e se diferenciam nas quantidades de *inputs* que consomem e de *outputs* que produzem (GOMES et al., 2001a). Ainda destacam-se os seguintes objetivos:

- Identificar as DMUs eficientes, medir e localizar a ineficiência e estimar uma função de produção linear por partes (*piece-wise linear frontier*), que fornece o *benchmark* (referência) para as DMUs ineficientes. Ao identificar as origens e quantidades de ineficiência relativas de cada uma das DMUs, é possível analisar qualquer de suas dimensões relativas a entradas e/ou saídas. A fronteira de eficiência compreende o conjunto de DMUs Pareto eficientes;
- Determinar a eficiência relativa das DMUs, contemplando cada uma, relativamente a todas as outras que compõem o grupo a ser estudado. Assim, sob determinadas condições, DEA pode ser usado na problemática da ordenação como ferramenta multicritério de apoio à decisão (BARBAROMERO, POMEROL, 1997), já que, neste caso, estabelece uma relação binária de pré-ordem entre as DMUs;
- Subsidiar estratégias de produção que maximizem a eficiência das DMUs avaliadas, corrigindo as ineficientes através da determinação de alvos;
- Estabelecer taxas de substituição entre as entradas, entre as saídas e entre entradas e saídas, permitindo a tomada de decisões gerenciais. O estabelecimento dessas taxas de substituição nem sempre tem solução única (ROSEN et al., 1998; SOARES DE MELLO et al., 2001c);
- Considerar a possibilidade de os *outliers* não representarem apenas desvios em relação ao comportamento "médio", mas possíveis *benchmarks* a serem analisados pelas demais DMUs. Os *outliers* podem representar as melhores práticas dentro do universo investigado;

- Não necessidade de determinar uma forma funcional para a estimativa da fronteira, como é feito nos modelos de SFA (AIGNER et al., 1977; MEEUSEN, VAN DEN BROECK, 1977). Coelli (1995) apresenta uma rápida comparação entre SFA e DEA.

Segundo Angulo-Meza (1998), em modelagem por DEA, três etapas tornam-se necessárias à implementação do problema:

### ***Definição e Seleção de DMUs***

O conjunto de DMUs adotado deve ter a mesma utilização de entradas e saídas, variando apenas em intensidade. Deve ser homogêneo, isto é, realizar as mesmas tarefas, com os mesmos objetivos, trabalhar nas mesmas condições de mercado e ter autonomia na tomada de decisões.

### ***Seleção das Variáveis***

As variáveis de entrada e saída, relevantes à determinação da eficiência relativa das DMUs, deve ser feita a partir de uma ampla lista de possibilidades de variáveis ligadas ao modelo. A ampla lista de variáveis permite maior conhecimento sobre as unidades a serem avaliadas, explicando melhor suas diferenças.

É possível que um grande número de DMUs se localizem na fronteira. Isto reduz a capacidade de DEA em discriminar unidades eficientes de ineficientes. Deve-se, assim, procurar um ponto de equilíbrio na quantidade de variáveis e DMUs escolhidas, visando aumentar o poder discriminatório de DEA. Na literatura são encontradas duas abordagens para o problema de seleção de variáveis: por método estatístico (LINS, MOREIRA, 1999) e com técnicas multicritério (SOARES DE MELLO et al., 2001b).

### ***Escolha e aplicação do modelo***

Os modelos DEA mais conhecidos são o Modelo CCR ou CRS – *constant returns to scale* – (CHARNES et al., 1978), que apresenta retornos constantes de escala, e o modelo BCC ou VRS – *variable returns to scale* – (BANKER et al., 1984), que apresenta retornos variáveis de escala.

A escolha por um modelo particular determina (CHARNES et al., 1994):

1. as propriedades implícitas dos retornos de escala;
2. a geometria da superfície de envelopamento dos dados, que tem relação com as medidas de eficiência;
3. as projeções de eficiência, ou seja, o caminho das DMUs ineficientes até a fronteira de eficiência.

O *benchmark* das unidades ineficientes é determinado pela projeção destas na fronteira de eficiência. A forma como é feita esta projeção determina a orientação do modelo: orientação a *inputs*, quando a eficiência é atingida por uma redução equiproporcional de entradas, mantidas as saídas constantes, e orientação a *outputs*, quando se deseja maximizar os resultados sem diminuir os recursos.

## Modelos DEA clássicos

### Modelo CCR

O modelo CCR, apresentado originalmente por Charnes et al. (1978), constrói uma superfície linear por partes, não paramétrica, envolvendo os dados. Trabalha com retornos constantes de escala, isto é, qualquer variação nas entradas (*inputs*) produz variação proporcional nas saídas (*outputs*).

Este modelo determina a eficiência pela divisão entre a soma ponderada das saídas (*output* virtual) e a soma ponderada das entradas (*input* virtual) generalizando, assim, a definição de Farrel. O modelo permite que cada DMU escolha os pesos para cada variável (entrada ou saída) da forma que lhe for mais benevolente, desde que esses pesos aplicados às outras DMUs não gerem uma razão superior a 1.

Estas condições são formalizadas nas equações (3), onde  $Eff_o$  é a eficiência da DMU  $o$  em análise;  $v_i$  e  $u_j$  são os pesos de *inputs* e *outputs*, respectivamente;  $x_{ik}$  e  $y_{jk}$  são os *inputs*  $i$  e *outputs*  $j$  da DMU  $k$ ;  $x_{io}$  e  $y_{jo}$  são os *inputs*  $i$  e *outputs*  $j$  da DMU  $o$ .

$$\begin{aligned} \text{Max } Eff_o &= \left( \frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{jo}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{io}} \right) \\ \text{sujeito a} & \\ \frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{jk}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{ik}} &\leq 1, \quad k = 1, \dots, n \\ u_j \text{ e } v_i &\geq 0 \quad \forall j, i \end{aligned} \tag{3}$$

Este problema de programação fracionária, que deve ser resolvido para cada uma das DMUs, pode ser transformado em um problema de programação linear (PPL). Para tal, obriga-se que o denominador da função objetivo deva ser igual a uma constante, normalmente igual à unidade. A formulação do modelo CCR é, então, apresentada em (4), e recebe o nome de Modelo dos Multiplicadores, com orientação a *inputs*.

$$\begin{aligned}
\text{Max } Eff_o &= \sum_{j=1}^s u_j y_{jo} \\
\text{sujeito a} \\
\sum_{i=1}^r v_i x_{io} &= 1 \\
\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} &\leq 0, \quad k = 1, \dots, n \\
u_j \text{ e } v_i &\geq 0 \quad \forall j, i
\end{aligned} \tag{4}$$

Alternativamente, pode-se desenvolver um modelo orientado a *outputs*, ou seja, que maximiza as saídas mantendo inalteradas as entradas. Neste modelo, as variáveis de decisão são as mesmas do modelo orientado a *inputs*. As equações apresentadas em (5) mostram o modelo DEA CCR orientado a *outputs*, na forma fracionária. Em (6) é apresentado o modelo linearizado. Em ambos  $h_o = 1/Eff_o$ .

$$\begin{aligned}
\text{Min } h_o &= \left( \frac{\sum_{i=1}^r v_i x_{io}}{\sum_{j=1}^s u_j y_{jo}} \right) \\
\text{sujeito a} \\
\frac{\sum_{i=1}^r v_i x_{io}}{\sum_{j=1}^s u_j y_{jo}} &\geq 1, \quad k = 1, \dots, n \\
u_j \text{ e } v_i &\geq 0 \quad \forall j, i
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
\text{Min } h_o &= \sum_{i=1}^r v_i x_{io} \\
\text{sujeito a} \\
\sum_{j=1}^s u_j y_{jo} &= 1 \\
\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} &\leq 0, \quad k = 1, \dots, n \\
u_j \text{ e } v_i &\geq 0 \quad \forall j, i
\end{aligned} \tag{6}$$

Da teoria de programação linear (BREGALDA et al., 1983), sabe-se que é possível deduzir o dual do modelo dos multiplicadores (primal). Pelo teorema da dualidade forte, ambos os modelos apresentarão o mesmo valor ótimo para a função

objetivo, quando esse existir. Em (7) e (8) apresentam-se os duais dos modelos (4) e (6), respectivamente, conhecidos na literatura como Modelo do Envelope.

$$\begin{aligned}
& \text{Min } h_o \\
& \text{sujeito a} \\
& h_o x_{jo} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \quad i = 1, \dots, r \\
& -y_{jo} + \sum_{k=1}^n x_{jk} \lambda_k \geq 0, \quad j = 1, \dots, s \\
& \tilde{e}_k \geq 0, \quad \forall k
\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
& \text{Max } h_o \\
& \text{sujeito a} \\
& x_{jo} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \quad i = 1, \dots, r \\
& -h_o y_{jo} + \sum_{k=1}^n x_{jk} \lambda_k \geq 0, \quad j = 1, \dots, s \\
& \tilde{e}_k \geq 0, \quad \forall k
\end{aligned} \tag{8}$$

Em (7) e (8)  $h_o$  é a eficiência e  $\lambda_k$  é a contribuição da DMU  $k$  na formação do alvo da DMU  $o$ .

A estrutura matemática destes modelos permite que uma DMU seja considerada eficiente por serem atribuídos pesos nulos a algumas variáveis. Estas variáveis são desconsideradas na avaliação da eficiência daquela unidade, podendo acarretar uma avaliação incompleta. Torna-se possível complementar o modelo matemático adicionando restrições que permitem variar os pesos em certas faixas predefinidas, minimizando a quantidade de variáveis que recebem peso zero (LINS, ANGULO-MEZA, 2000). A correspondência entre o modelo CCR primal e dual é mostrada na Tabela 1 (BIONDI, 2001).

**Tabela 1.** Correspondência entre o modelo DEA CCR primal (multiplicadores) e dual (envelope).

<i>Restrição Primal</i>	<i>Variável Dual</i>	<i>Restrição Dual</i>	<i>Variável Primal</i>
$\mathbf{v} \mathbf{x}_o = 1$	$\theta$	$\theta \mathbf{x}_o - \mathbf{X} \lambda \geq 0$	$\mathbf{v} \geq 0$
$-\mathbf{v} \mathbf{x} + \mathbf{u} \mathbf{Y} \leq 0$	$\lambda \geq 0$	$\mathbf{Y} \lambda \geq \mathbf{y}_o$	$\mathbf{u} \geq 0$

### **Modelo BCC**

O modelo BCC, devido a Banker et al. (1984), considera retornos variáveis de escala, isto é, substitui o axioma da proporcionalidade entre *inputs* e *outputs* pelo axioma da convexidade. Ao obrigar que a fronteira seja convexa, o modelo BCC permite que DMUs que operam com baixos valores de *inputs* tenham retornos crescentes de escala e as que operam com altos valores tenham retornos decrescentes de escala. Matematicamente, a convexidade da fronteira equivale a uma restrição adicional ao Modelo do Envelope, que passa a ser o indicado em (9), para orientação a *inputs* e (10), para orientação a *outputs*.

$$\begin{aligned}
 &\text{Min } h_o \\
 &\text{sujeito a} \\
 &h_o x_{io} - \sum_k x_{ik} \lambda_k \geq 0, \forall i \\
 &-y_{jo} + \sum_k y_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall j \\
 &\sum_k \lambda_k = 1 \\
 &\lambda_k \geq 0, \forall k
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{Max } h_o \\
 &\text{sujeito a} \\
 &x_{io} - \sum_k x_{ik} \lambda_k \geq 0, \forall i \\
 &-h_o y_{jo} + \sum_k y_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall j \\
 &\sum_k \lambda_k = 1 \\
 &\lambda_k \geq 0, \forall k
 \end{aligned} \tag{10}$$

Na prática, um aumento equiporcional de *inputs* pode gerar um aumento de *outputs* proporcionalmente menor. A DMU, neste caso, estaria em uma região de retornos decrescentes de escala. Caso o aumento de *outputs* seja proporcionalmente maior, diz-se que a unidade avaliada está em região de retornos crescentes de escala.

Os duais dos PPLs (9) e (10) geram os modelos BCC dos Multiplicadores apresentados em (11) e (12), respectivamente. Nestes modelos  $u_*$  e  $v_*$  são as variáveis duais associadas à condição  $\sum_k \lambda_k$  e são interpretados como fatores de escala: quando positivos, indicam retornos decrescentes de escala; quando negativos, indicam retornos crescentes de escala; caso sejam nulos, a situação é de retornos constantes de escala.



$$\text{Max } Eff_o = \sum_j u_j y_{jo} - u_*$$

sujeito a

$$\sum_i v_i x_{io} = 1 \quad (11)$$

$$-\sum_i v_i x_{ik} + \sum_j u_j y_{jk} - u_* \leq 0, \forall k$$

$$u \geq 0, v \geq 0, u_* \in \Re$$

$$\text{Min } Eff_o = \sum_i v_i x_{io} - v_*$$

sujeito a

$$\sum_j u_j y_{jo} = 1 \quad (12)$$

$$-\sum_i v_i x_{ik} + \sum_j u_j y_{jk} + v_* \leq 0, \forall k$$

$$u \geq 0, v \geq 0, u_* \in \Re$$

A Tabela 2 apresenta a correspondência entre os modelos BBC do envelope e dos multiplicadores (SOARES DE MELLO, 2002).

**Tabela 2.** Correspondência entre o modelo DEA BCC do envelope e dos multiplicadores.

<i>Restrição Primal</i>	<i>Variável Dual</i>	<i>Restrição Dual</i>	<i>Variável Primal</i>
$\theta \mathbf{x}_o - \mathbf{X}\lambda \geq 0$	$\mathbf{v} \geq 0$	$\mathbf{v}\mathbf{x}_o = 1$	$\theta$
$\mathbf{Y}\lambda \geq \mathbf{y}_o$	$\mathbf{u} \geq 0$	$-\mathbf{v}\mathbf{x} + \mathbf{u}\mathbf{Y} - I\mathbf{u}_* \leq 0$	$\lambda \geq 0$
$I\lambda = 1$	$\mathbf{u}_*$		

A Figura 4 representa os modelos CCR e BCC para uma fronteira bidimensional. Nesta figura, a eficiência da DMU E é dada por  $\frac{\overline{E''E'}}{\overline{E''E}}$  para o modelo BCC, e por  $\frac{\overline{E''E'''}}{\overline{E''E}}$  no modelo CCR, ambos para orientação a *inputs*.

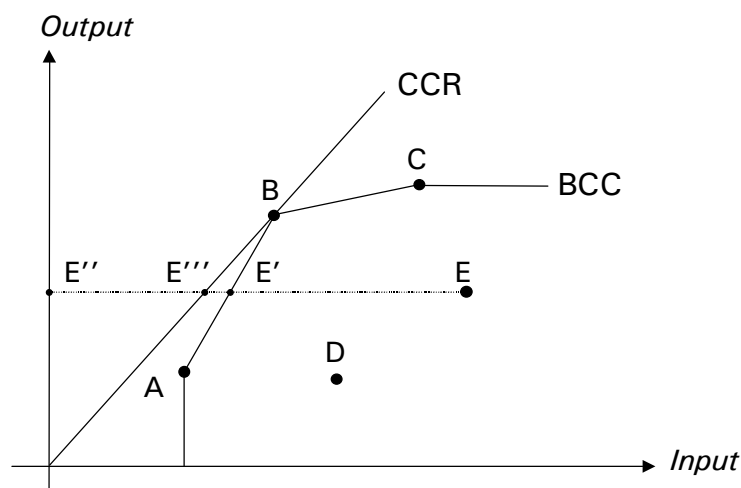


Fig. 4. Representação das fronteiras BCC e CCR.

A forma linear por partes da fronteira não paramétrica DEA pode causar algumas dificuldades na medida da eficiência, em especial no que se refere aos segmentos da fronteira paralelos aos eixos coordenados. A Figura 5 apresenta o exemplo de uma fronteira DEA CCR, na qual as DMUs eficientes C e D definem a fronteira.

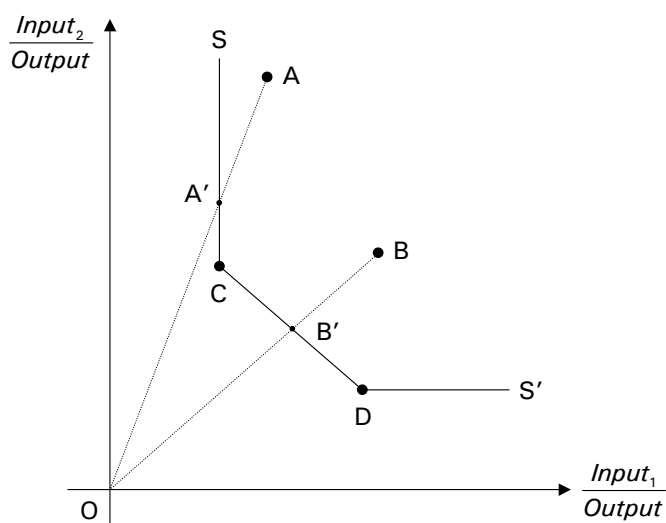


Fig. 5. Medida de eficiência e folgas nos inputs.

A medida de eficiência técnica para A e B é dada, respectivamente, por  $OA'/OA$  e  $OB'/OB$ . Entretanto, é questionável se o ponto A' é um ponto eficiente, já que é possível reduzir o *input*<sub>2</sub> usado (quantidade CA') e ainda produzir a mesma quantidade de *output*. Essa quantidade que ainda é possível ser reduzida é conhecida como folga. Para o modelo DEA CCR orientado a *inputs*, a folga igual a zero ocorre quando  $\sum_{k=1}^n x_{jk} \lambda_k - y_{jo} = 0$  e  $h_o x_{jo} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k = 0$ , para *outputs* e *inputs*, respectivamente, com valores ótimos de  $h_o$  e  $\lambda_k$ .

Alguns autores (ALI, SEIFORD, 1993; COPPER et al., 2000) sugerem que o cálculo de eficiência seja feito em duas fases: identificação da fronteira eficiente e cálculo das folgas. Nessa 2ª etapa é resolvido um PPL (para cada DMU) que minimiza a soma das folgas (COPPER et al., 2000).

## ***Outros Modelos***

### **Modelo Aditivo**

O modelo aditivo (CHARNES et al., 1985) pode ser visto como uma combinação dos modelos DEA BCC orientados a *input* e a *output*, ou seja, não impõe orientação ao modelo. Esse modelo maximiza as folgas em direção a uma DMU eficiente, sem redução equiproporcional ou determinação de orientação.

Em outras palavras, o modelo aditivo maximiza a distância  $L_1$  da DMU em análise até a fronteira eficiente (ou superfície de envelopamento). A métrica  $L_1$  é uma função de distância na qual a diferença de todos os fatores é considerada diretamente proporcional à sua magnitude, o que leva ao resultado de máximo alcance agregado. A Figura 6 resume essa idéia. O uso da métrica  $L_\infty$  (métrica de Tchebycheff) é proposta por Tavares e Antunes (2001).

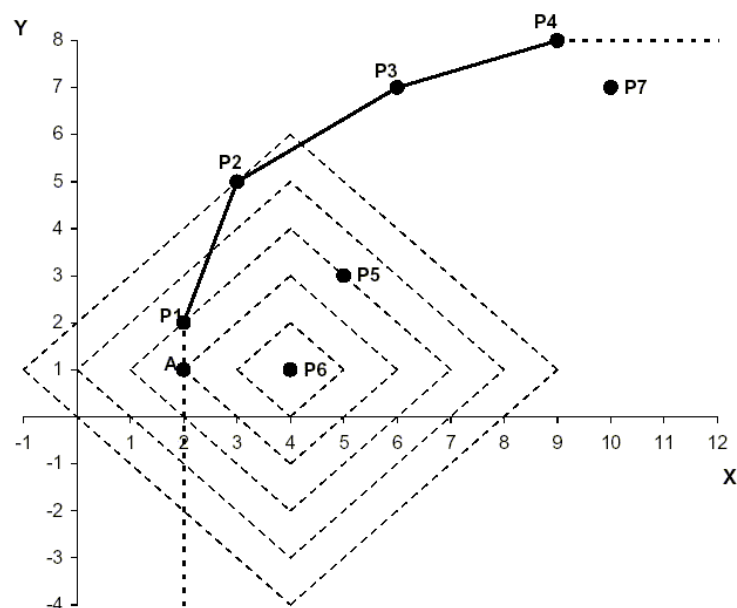


Fig. 6. Métrica  $L_1$  (TAVARES, ANTUNES, 2001).

Em (13) e (14) encontram-se as formulações do envelope e dos multiplicadores para o modelo aditivo.

$$\begin{aligned}
& \text{Max} \left( \sum_{i=1}^r s_i + \sum_{j=1}^s s_j \right) \\
& \text{sujeito a} \\
& \sum_k x_{ik} \lambda_k + s_i = x_{io}, \forall i \\
& \sum_k y_{jk} \lambda_k - s_j = y_{jo}, \forall j \\
& \sum_k \lambda_k = 1 \\
& \lambda_k, s_i, s_j \geq 0, \forall k, i, j
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
& \text{Min} \sum_i v_i x_{io} - \sum_j u_j y_{jo} + u_* \\
& \text{sujeito a} \\
& \sum_i v_i x_{ik} - \sum_j u_j y_{jk} + u_* \leq 0, \forall k \\
& \sum_i v_i \geq 1 \\
& \sum_j u_j \geq 1 \\
& u \geq 0, v \geq 0, u_* \in \mathbb{R}
\end{aligned} \tag{14}$$

Como conseqüência desse modelo, tem-se que (COOPER et al., 2000):

- Uma DMU é eficiente se, e somente se,  $s_i^* = 0$  e  $s_j^* = 0$ ;
- Uma unidade é eficiente no modelo DEA aditivo se, e somente se, for eficiente no modelo DEA BCC;
- Os pontos de projeção (alvos) para as DMUs ineficientes são dados por  $\hat{x}_o = x_o - s_i^*$  e  $\hat{y}_o = y_o + s_j^*$ ;
- É invariante à translação, ou seja, ao serem transladados os valores de *inputs* ou *outputs*, a solução ótima do modelo do envelope é mantida. O modelo DEA BCC orientado a *inputs* (*outputs*) é invariante à translação somente em relação aos *outputs* (*inputs*).

### **Modelo FDH**

As fronteiras de produção dos modelos até aqui apresentados são definidas por combinações lineares entre planos de produção eficientes observados. Assim, a fronteira é formada por planos de produção observados e hipotéticos.

Deprins et al. (1984) propuseram o modelo conhecido como *Free Disposal Hull* (FDH), que garante que a avaliação de eficiência seja afetada somente por desempenhos observados, ou seja, elimina as DMUs virtuais (combinações lineares) que servem de alvo para as unidades ineficientes.

Esse modelo assume um conjunto de possibilidades de produção,  $P$ , não convexo e na forma de degraus (Figura 7).

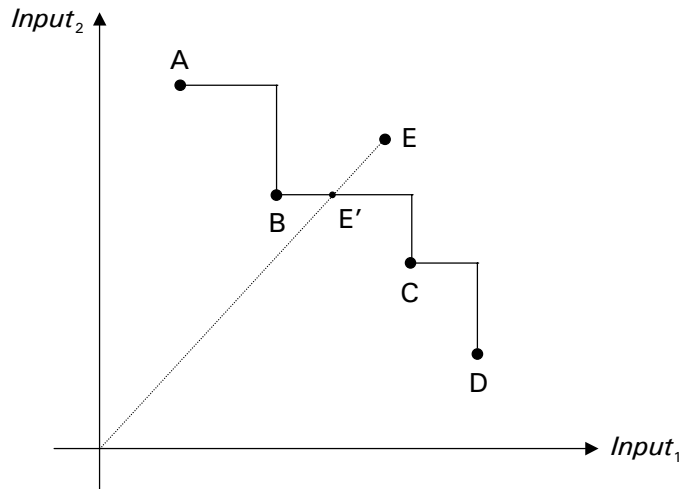


Fig. 7. Representação do modelo FDH.

Formalmente, o conjunto  $P$  pode ser representado por (15), onde  $x_k$  e  $y_k$  são os desempenhos observados.

$$P_{FDH} = \{ (x, y) \mid x \geq x_k, y \geq y_k, x, y \geq 0, k = 1, \dots, n \} \quad (15)$$

Tulkens (1993) sugeriu o uso de um algoritmo para cálculo da eficiência FDH que elimina todos os pontos dominados, candidatos para a geração da fronteira. As comparações pareadas executadas no algoritmo podem ser assim apresentadas: seja a DMU  $k$ , com coordenadas  $x_k, y_k$ , um ponto candidato; se para qualquer DMU  $j$ ,  $x_j \leq x_k$  ou  $y_j \geq y_k$ , com  $x_j \neq x_k$  ou  $y_j \neq y_k$ , então a DMU  $k$  é estritamente dominada e removida do grupo de candidatos. Assim, uma DMU é ineficiente se for possível encontrar outra que a domine; a dominante será a referência, ou *benchmark*, para a dominada.

O algoritmo proposto por Tulkens pode ser resolvido pelo problema de programação inteira mista formulado em (16).

$$\begin{aligned} &\text{Min } \theta \\ &\text{sujeito a} \\ &\theta x_{io} - \sum_k x_{ik} \lambda_k \geq 0 \\ &y_{jo} - \sum_k y_{jk} \lambda_k \leq 0 \\ &\sum_k \lambda_k = 1 \\ &\lambda_k \in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (16)$$

A abordagem por FDH pode ser considerada como o melhor cenário para o cálculo das eficiências, já que sua fronteira de produção envolve melhor os dados, ou seja, é envolvida pelas fronteiras de produção CCR e BCC. Assim, as eficiências obtidas pelo modelo FDH são maiores que as calculadas pelos modelos DEA clássicos. Em aplicações à agricultura, em especial se as DMUs forem produtores rurais, o modelo FDH apresenta a vantagem de que cada produtor estará sendo comparado a produtores reais (DMUs observadas) e não com cenários hipotéticos (um produtor virtual que é combinação linear de produtores reais). A formulação de estratégias de ação (busca de eficiência) para os agricultores ineficientes fica, assim, facilitada.

É importante ressaltar que nessa abordagem, as folgas diferentes de zero são ignoradas. Essa situação é contornada pelo modelo SBM – *Slacks-Based Measure of Efficiency* (COOPER et al., 2000; TONE, 2001).

## Modelos DEA com restrições aos pesos

Os modelos DEA clássicos permitem total liberdade em relação à seleção dos pesos que darão o máximo valor de eficiência a uma dada DMU. Essa liberdade é importante na identificação das unidades ineficientes, ou seja, aquelas DMUs que apresentam um baixo desempenho, inclusive com seu próprio conjunto de multiplicadores. A flexibilidade (com base no PPL) na escolha dos pesos é uma das vantagens apontadas à modelagem por DEA. Entretanto, os pesos calculados podem ser inconsistentes com os conhecimentos que se têm em relação aos valores relativos de *inputs* e *outputs*. Assim, a incorporação de julgamentos de valor no cálculo das eficiências surge como uma evolução natural das aplicações de DEA a problemas reais, ou seja, há a necessidade da introdução de condições além das de não negatividade.

A atribuição de pesos como forma de representar a estrutura de preferências do decisor, apesar da suposta simplicidade, pode encontrar alguma relutância por parte dos decisores. Atribuir pesos é uma tarefa para a qual muitos decisores não estão técnica nem psicologicamente preparados (GOMES et al., 2002). Por outro lado, uma vez dados os pesos, o decisor pode sentir-se alijado do processo de decisão, sendo-lhe apresentado um resultado final do qual julga que não participou. Na literatura do Apoio Multicritério à Decisão são encontrados alguns argumentos contra a utilização de pesos para deduzir e representar a informação de preferências do decisor (STEUER, 1986; KORHONEN, WALLENIUS, 1989; WIERZBICKI, 1986).

Quando há preferências entre os *inputs* e/ou *outputs*, por parte dos agentes de decisão, esses julgamentos de valor são incorporados aos modelos DEA por meio de restrições aos pesos (ou multiplicadores) associados aos *inputs* e/ou aos *outputs* das unidades avaliadas. Allen et al. (1997) apresentam uma completa revisão da evolução da incorporação de julgamentos de valor através de restrições aos pesos. Os mesmos autores identificam tipos de julgamento de valor usados no cálculo da eficiência de uma DMU:

- Julgamentos para identificar visões prévias em relação a *inputs* e *outputs* (DYSON, THANASSOULIS, 1988);

- Julgamentos para relacionar os valores de alguns *inputs* e/ou *outputs* (THANASSOULIS et al., 1995; WONG, BEASLEY, 1990);
- Julgamentos para incorporar visões prévias das DMUs eficientes e ineficientes (CHARNES et al., 1990);
- Julgamentos para satisfazer as necessidades de eficiência em relação às noções econômicas da substituição de *inputs/outputs* (BESSENT et al., 1988; OLESEN, PETERSEN, 1991);
- Julgamentos para permitir a discriminação entre unidades (THOMPSON et al., 1990).

Os resultados padrão de DEA têm interpretação alterada quando da imposição de restrições aos pesos. Allen et al. (1997) discutem essas situações.

A incorporação de julgamentos de valor através de restrições aos pesos pode ser dividida em três grupos de métodos (LINS, ANGULO-MEZA, 2000): restrições diretas sobre os multiplicadores; ajuste dos níveis de *input-output* observados para a captura de julgamentos de valor; restrição a *inputs* e *outputs* virtuais.

### ***Restrições Diretas aos Pesos***

Nesse enfoque, desenvolvido por Dyson e Thanassoulis (1988) e generalizado por Roll et al. (1991), são impostos limites numéricos aos multiplicadores com o objetivo de não superestimar ou ignorar *inputs* e *outputs* na análise.

Seja  $I_o = \sum_i v_i x_{io}$  o numerador da função objetivo na formulação original, no qual  $I_o$  é o *input* virtual consumido pela DMU  $o$ . Os limites impostos aos multiplicadores de *inputs*,  $v_i$ , e de *outputs*,  $u_j$ , são dados pelas relações apresentadas em (13), onde  $II_i$ ,  $SI_i$ ,  $IO_i$ ,  $SO_i$  são os limites inferior e superior para *inputs* e *outputs*, respectivamente.

$$\begin{aligned} II_i &\leq v_i \leq SI_i \\ IO_i &\leq u_i \leq SO_i \end{aligned} \tag{13}$$

Esse tipo de restrição pode levar à inviabilidade do PPL, já que estabelecer um limite superior ao peso de um *input* implica em um limite inferior no *input* virtual do restante das variáveis. Lins e Silva (2001) discutem em que condições as restrições aos pesos não tornam o PPL inviável.

### **Método de Regiões de Segurança**

O método de Regiões de Segurança – *Assurance Region Method* (AR) – desenvolvido por Thompson et al. (1990), recebe este nome pela adição de restrições aos modelos DEA clássicos que têm limites superior e inferior para cada multiplicador. Ou seja, limita a variação dos pesos a uma determinada região. As restrições da abordagem por AR são de dois tipos: Tipo I, ou método Cone Ratio, e Tipo II.

### Regiões de Segurança Tipo I: Método Cone Ratio

As restrições desse enfoque, desenvolvido por Charnes et al. (1990), são exemplificadas em (14) e (15) e incorporam na análise a ordenação relativa ou valores relativos de *inputs* ou *outputs*.

$$k_i v_i + k_{i+1} v_{i+1} \leq v_{i+2} \quad (14)$$

$$\alpha_i \leq \frac{v_i}{v_{i+1}} \leq \beta_i \quad (15)$$

A formulação (15) é a mais utilizada e reflete a taxa marginal de substituição. Os valores limites são dependentes da escala das variáveis, ou seja, são sensíveis às unidades de medida.

É ainda possível com o método do Cone Ratio selecionar DMUs como padrão e utilizar seus pesos como limites para o intervalo de variação dos pesos das demais DMUs.

### Regiões de Segurança Tipo II

Apresentadas por Thompson et al. (1990), são restrições que relacionam os pesos de *inputs* e *outputs*, conforme (16).

$$\gamma_i v_i \geq u_j \quad (16)$$

Em muitas aplicações de DEA são requeridas as relações entre pesos de *inputs* e *outputs*, já que a medida de eficiência reflete a combinação das variáveis.

Assim como nos modelos de AR do Tipo I, os modelos do Tipo II produzem os mesmos índices de eficiência relativa, independente da orientação do modelo, e são igualmente influenciados pela escala das variáveis *input* e *output*.

### Restrições aos Inputs e Outputs Virtuais

Esse tipo de restrição aos pesos dos multiplicadores considera os níveis de *inputs* e *outputs* das DMUs, ao incluir somente os *inputs* e *outputs* que contribuem significativamente aos custos totais ou benefícios de uma unidade.

Wong e Beasley (1990) propuseram esse tipo de restrição, que ao invés de restringir os valores dos pesos, limita a proporção de *output* (*input*) virtual total da DMU *o* utilizado pelo *output j* (*input i*) no intervalo  $[\phi_j, \varphi_j]$  ( $[\rho_i, \omega_i]$ ), ou seja, a importância dada ao *output j* pela DMU *o*. O intervalo  $[\phi_j, \varphi_j]$  é determinado pelo



decisor. A restrição ao *output* virtual  $j$  é apresentada em (17), na qual  $\sum_{j=1}^s u_j y_{jo}$  é o *output* virtual total da DMU  $o$ . Pode-se obter resultado semelhante para os *inputs*.

$$\phi_j \leq \frac{u_j y_{jo}}{\sum_{j=1}^s u_j y_{jo}} \leq \varphi_j \quad (17)$$

## Aplicações à Agricultura: Estado da arte

Na literatura são encontradas algumas referências ao uso de DEA para a análise de eficiência em agricultura.

Battese (1992) apresenta as aplicações de modelos de fronteiras paramétricas; aplicações de métodos de fronteiras à agricultura de países em desenvolvimento são resumidas por Bravo-Ureta e Pinheiro (1993). Coelli (1995) completa o estudo desses autores e mostra que de 38 artigos encontrados sobre o tema “fronteiras de produção e avaliação de eficiência”, somente 3 utilizavam DEA (FÄRE et al., 1985; RAY, 1985; CHAVAS, ALIBER, 1993).

Algumas referências mais recentes sobre o tema são comentadas a seguir.

A relação inversa entre tamanho da propriedade e produtividade foi testada com uso de DEA por Townsend et al. (1998). Os autores estudaram o caso de quatro áreas produtoras de vinho na África do Sul (número de DMUs variando entre 96 e 124). Foram testadas as relações entre tamanho da fazenda e produtividade da terra e produtividade total dos fatores (*Total Factor Productivity* – TFP) e mostrou-se que a hipótese de relação inversa nem sempre é verdadeira e dependente da região estudada. Os autores concluíram que não há um tamanho ótimo de fazendas produtoras de vinho na África do Sul, mas sim uma distribuição ótima de tamanhos.

O uso de DEA para o cálculo do índice de Malmquist e a decomposição do TFP em eficiência técnica e mudança tecnológica foi realizado para a avaliação da eficiência da agricultura chinesa (YUK-SHING, 1998). Para a investigação das fontes de crescimento da agricultura chinesa no período 1988-1995, foram usados os dados referentes a 64 condados da província de Jiangsu. Dos resultados do estudo puderam-se sugerir direções estratégicas, que promoveriam o crescimento contínuo da agricultura, ao dar-se atenção aos fatores que causam declínio na eficiência.

Gulati e Mishra (1999) avaliaram a eficiência e os retornos de escala de fazendas de algodão nos Estados Unidos, para uma amostra de 156 DMUs. Essas unidades puderam ser caracterizadas como de retornos constantes de escala. Diferenças na eficiência em função dos tamanhos das fazendas foram relacionadas ao valor obtido com a venda de produtos e aos fatores geográficos de localização das unidades. Um outro estudo sobre fazendas de algodão (120 DMUs), neste caso no Paquistão, pode ser encontrado em Shafiq e Rehman (2000).

Um estudo sobre avaliação de eficiência em piscicultura pode ser encontrado em Sharma et al. (1999a). Os autores avaliaram a eficiência econômica (dividida em

eficiência técnica e alocativa) e as densidades ótimas de estoque de diferentes espécies de peixes na China. O estudo indica que espécies devem ter suas taxas de estoque elevadas ou diminuídas.

Sharma et al. (1999b) derivaram medidas de eficiência técnica, alocativa e econômica para 53 suinocultores do Hawaí (dados de 1994) com uso de DEA e SFA. Apesar de os autores encontrarem resultados mais robustos com as análises por DEA, a hierarquia de eficiências foi a mesma em ambos os modelos. Do estudo, conclui-se que o tamanho da unidade e a experiência do produtor têm efeito positivo sobre a eficiência, o que, no primeiro caso, sugere que as ineficiências podem ser reduzidas ao explorarem-se as economias de escala. Entretanto, no segundo caso, não se pode afirmar que o nível educacional tenha impacto positivo no desempenho da produção.

DEA e SFA também foram usados para o estudo da eficiência de um grupo de 35 horticultores em Oman, onde essa cultura é subsidiada pelo governo (ZAIBET, DHARMAPALA, 1999). Os resultados mostraram uma baixa eficiência (cerca de 17% das unidades avaliadas foram eficientes) para os modelos SFA e DEA CCR; com o uso do modelo DEA BCC, o percentual de DMUs eficientes aumentou significativamente (46%). Os autores encontraram correlações positivas com a renda “extra propriedade” e qualidade do solo e correlações negativas com pequenos tamanhos de propriedades e idade do agricultor.

Sueyoshi (1999) descreve e utiliza uma abordagem que combina DEA e análise de sensibilidade para hierarquizar unidades. Esse enfoque foi usado na avaliação de 32 cooperativas agrícolas japonesas, em 1997.

Uma amostra de 50 fazendas de leite da Austrália foi avaliada por DEA. Fraser e Cordina (1999) afirmam que as medidas de eficiência geradas por DEA são mais consistentes que os indicadores parciais geralmente utilizados no estudo de eficiência em agricultura. A avaliação foi feita para o período de lactação de 1994/95 e 1995/96. Um ponto destacado no estudo é a importância em identificar os fatores que causam ineficiências, com especial ênfase aos fatores socioeconômicos.

Reinhard et al. (1999, 2000) estimaram medidas de eficiência ambiental para 613 fazendas de leite na Holanda (dados para o período de 1991-1994), tanto com DEA quanto com SFA, na presença de múltiplos *outputs* indesejáveis do ponto de vista ambiental. Os autores destacam que ambas as abordagens foram satisfatórias no cálculo das eficiências ambientais.

Dados da agricultura de 48 estados americanos em um período de 31 anos foram utilizados por Zofio e Lovell (2001) para a avaliação de eficiência, com base no cálculo por DEA de medidas de desempenho hiperbólicas e do índice de produtividade de Malmquist. A vantagem dessa abordagem em relação à usada pelo Departamento de Agricultura dos EUA (USDA) é a possibilidade de identificar as fontes de produtividade pela decomposição do índice.

O grande crescimento do setor agrícola na Tailândia foi oriundo da expansão das áreas cultivadas pelo desmatamento. Krasachat (2002) estudou o impacto do desmatamento na mudança da produtividade, já que essa prática pode causar mudanças no solo como nas propriedades físicas e químicas, perda de nutrientes, erosão etc. O estudo refere-se ao período 1972-1994, para quatro regiões tailandesas, com uso do índice de Malmquist, decomposto por DEA.

De Koeijer et al. (2002) quantificaram a sustentabilidade agrícola com o apoio de DEA. A sustentabilidade foi medida para produtores holandeses de beterraba. O número de DMUs variou entre 111 e 121, para o período entre 1994 e 1997. Os autores encontraram correlação positiva entre eficiência técnica (econômica e ambiental) e eficiência “sustentável”. Como os agricultores estavam sob as mesmas condições físicas, as diferenças em suas eficiências podem ser causadas por questões gerenciais.

Os produtores da Finlândia envolvidos com agricultura convencional e orgânica tiveram a eficiência avaliada por Lansink et al. (2002). Os resultados mostraram que os produtores orgânicos são, em média, mais eficientes relativamente à sua própria tecnologia, mas usam uma tecnologia menos produtiva que os produtores convencionais. O resultado dos autores é importante, em especial, pela escassez de literatura sobre avaliação de eficiência de produtores orgânicos.

No Brasil, foram encontradas algumas referências sobre o uso de DEA em agricultura. Sturion (1996) utilizou DEA como suporte à Extensão Rural na tarefa de assessorar as comunidades de produtores rurais, no diagnóstico e na identificação de ineficiências na produção e na orientação para sua correção. Nesse estudo, o autor utilizou uma amostra de 131 unidades de produção da agropecuária catarinense e fez uma análise sobre o papel da Extensão Rural frente às unidades de produção ineficientes e de como utilizar os resultados da análise de DEA para torná-las eficientes.

O problema da compatibilidade de curto prazo entre as práticas agrícolas de manejo sustentável do solo e a eficiência técnica na produção foi abordado por Toresan (1998). A avaliação foi aplicada em 167 propriedades agrícolas de Santa Catarina. A construção de uma medida de sustentabilidade das práticas e operações agrícolas foi operacionalizada através de técnicas de apoio multicritério à decisão, enfocando a qualidade e o grau de adequação das práticas e operações utilizadas pelos agricultores no manejo do solo em lavouras. A medida de eficiência técnica foi estabelecida através do modelo DEA com restrições aos pesos (dados para período 1994/95). Os resultados revelam um extraordinário potencial de crescimento da produção agrícola em Santa Catarina com uso generalizado de práticas sustentáveis, sem recorrer ao emprego de mais recursos, isto é, pela melhoria da eficiência de sua produção.

Pereira (1999) e Pereira e Silveira (2001) estudaram a evolução tecnológica e o crescimento da produtividade total dos fatores do setor agropecuário brasileiro, nos períodos de 1970-1996 e 1985-1996, respectivamente, com base no índice de Malmquist e DEA. Foram consideradas como unidades da análise os Estados, as Regiões e o Brasil. Os resultados da análise apontam um crescimento tecnológico acentuado e ganhos de produtividade total dos fatores. Entretanto, foi observado que o progresso tecnológico não foi uniformemente distribuído pelo país, sendo concentrado, apenas, nas regiões Centro-Oeste, Sul e Sudeste.

A eficiência técnica e a produtividade de um conjunto de unidades de produção leiteira do Estado do Paraná foram avaliadas por Souza e Wilhelm (2001). As informações utilizadas referem-se ao Programa de Leite da Região de Guarapuava. Os resultados do modelo DEA sugerem aos produtores ineficientes, políticas de redução nos níveis de consumo e/ou aumento nos níveis de produção. Essas políticas

possibilitam que os produtores ineficientes obtenham melhorias nos níveis de produtividade e, por conseqüência, uma maior competitividade.

Pereira Filho (2001) analisou a eficiência por DEA da pequena produção familiar agrícola na região do Recôncavo do Estado da Bahia, por meio de uma amostra de 44 produtores. Os resultados indicaram que a maior fonte de ineficiência refere-se à ineficiência alocativa, ou seja, as relações de preço dos fatores não têm sido observadas. A mão-de-obra familiar evidencia-se como a principal fonte de ineficiência econômica. A análise ainda mostrou que os níveis de eficiência técnica e de escala eram inversamente relacionados ao tamanho da exploração e à idade média da mão-de-obra familiar e positivamente relacionados com o grau de inserção dos produtores no mercado de produtos. A variável idade média da mão-de-obra familiar apresentou uma relação inversa com a eficiência alocativa, enquanto que a variável fonte de informação (rádio) mostrou-se positivamente relacionada com essa medida.

É importante destacar que essa revisão da literatura não pretende esgotar o tema, já que esse é um tópico dinâmico e a cada dia surgem novas publicações nessa área de estudo, nas diversas partes do mundo.

### ***DEA na Embrapa***

A eficiência das unidades da Embrapa em promover pesquisa agropecuária é avaliada por DEA (SOUZA et al., 1999).

O Sistema de Avaliação e Premiação por Resultados da Embrapa (SAPRE) tem base na avaliação de desempenho de suas unidades centrais e descentralizadas.

A avaliação é diferenciada segundo o tipo de unidade. As Unidades Centrais e os serviços especiais são avaliados por quatro componentes: eficácia, satisfação do cliente, avaliação da Diretoria Executiva e produtividade. Já os centros de pesquisa têm sua avaliação segundo cinco critérios, a saber, eficácia no cumprimento de metas; eficiência relativa; impacto econômico, social e ambiental; produtividade; satisfação do cliente (AVILA, 2002). Em ambos os casos, os componentes são ponderados e constituem, assim, o Índice de Desempenho Institucional (IDI), que é a base para a premiação de Unidades, equipes e empregados.

A metodologia DEA é usada para o cálculo do Índice de Eficiência Relativa (IEF), que recebe o maior peso dentre todos os critérios de desempenho (37,5% para o ano de 2003).

O modelo DEA utilizado é o CCR, com três *inputs* e um *output* (SOUZA et al., 1999). Os *inputs* são as despesas anuais de pessoal (menos complementação pecuniária), outros custeios (menos o montante de receita da produção comercial) e a depreciação anual de benfeitorias e imóveis, mais o custo de oportunidade de terrenos. O *output* único é resultado da agregação ponderada dos quatro tipos de categorias de produção (produção técnico-científica; produção de publicações técnicas; desenvolvimento de tecnologias, produtos e processos; transferência de tecnologia e promoção da imagem), que representam o total de 28 itens de produção.

A avaliação por DEA é feita em três grupos de unidades descentralizadas, em um total de 40 unidades. Os agrupamentos foram obtidos pelo método de Ward e são similares quanto à sua estrutura de custos preservando-se, assim, a hipótese básica de DEA de homogeneidade entre unidades.

Nos casos em que a unidade é considerada *outlier* na produção de determinado indicador, é feito um ajuste nos dados, de maneira que tal produção seja desconsiderada, usando-se em seu lugar a produção da unidade colocada imediatamente após. O objetivo é corrigir eventuais distorções no processo de avaliação e que poderiam beneficiar unidades que tenham produção atípicas em determinados indicadores.

É ainda calculado o Índice de Congestão, que permite identificar se a Unidade tem algum insumo que está afetando o seu desempenho: índice de congestão inferior a 0,5 indica que a Unidade tem algum insumo (pessoal, outros custeios e/ou depreciação) que ao ser aumentado diminui a produção.

## **Integração entre DEA e Sistemas de Informação Geográfica**

O processo de pesquisa e tomada de decisão em problemas espaciais complexos pode ser apoiado pelos sistemas de Geoprocessamento, em especial pelos Sistemas de Informação Geográfica (SIG). Segundo Burrough e McDonnell (1998), o SIG é um poderoso conjunto de ferramentas para coleta, armazenamento, manipulação e visualização de dados espaciais do mundo real. Podem ainda ser descritos como um conjunto de *hardware*, *software*, dados e pessoas que operam em um contexto espacial (CÂMARA et al., 1996). A chave da diferenciação de um SIG e outros sistemas de informação é o foco em entidades espaciais e seus relacionamentos, com atenção especial às operações de modelagem e análise espacial.

A integração entre SIG e modelos matemáticos tem recebido grande atenção nos últimos anos, em particular no que se refere aos modelos clássicos de Pesquisa Operacional, como os modelos de localização, roteamento, distribuição, alocação de recursos etc. Paralelamente, modelos de apoio à decisão multicritério e multiobjetivo encontram na integração com SIG um amplo leque de aplicações (MALCZEWSKI, 1999; GOMES, 1999; GOMES et al., 2002). Em Gomes (1999) e Gomes e Lins (2002) encontram-se revisões bibliográficas sobre esse tema.

Por usar diversas variáveis, que poderiam ser entendidas como critérios, alguns autores (COOK, KRESS, 1990; COOK et al. 1992; BELTON, VICKERS, 1993; FRIEDMAN, SINUANY-STERN, 1998; FARINACCIO, 1998; GOMES et al., 2000, 2001b) apoiam o uso de DEA como uma ferramenta de Multicritério, principalmente nas problemáticas de escolha e ordenação. A integração SIG-DEA mostra-se, assim, bastante promissora, em especial em casos em que as DMUs apresentam caráter espacial. Entretanto, raras são as referências nesse campo de atuação, destacando-se os trabalhos de Malczewski e Jackson (2000) e Soares de Mello et al. (2000, 2001a).

Na integração SIG-DEA, além da especialização das DMUs, podem ser espacializados *inputs*, *outputs* e eficiências, o que facilita o entendimento e análise do problema, facilitando a tomada de decisão. O modelo para essa integração, apresentado na Figura 8, toma como base o proposto por Jankowski (1995), para a integração SIG-Multicritério, e que foi adaptado por Soares de Mello et al. (2001a).

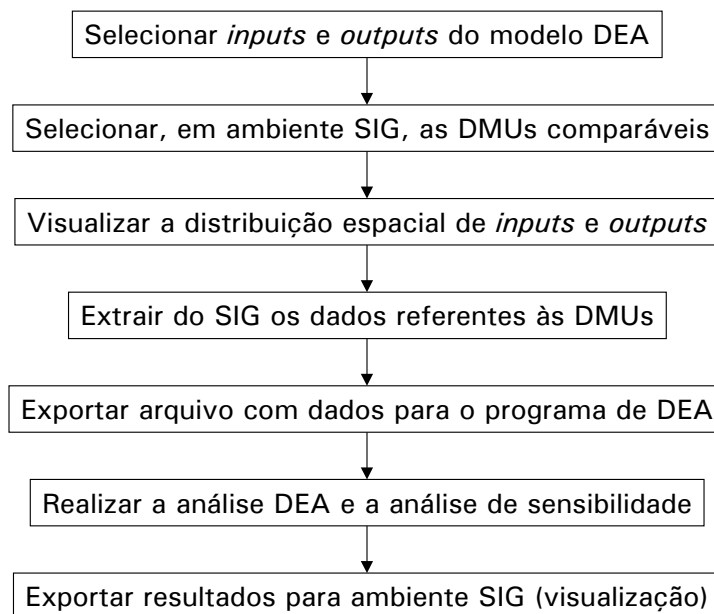


Fig. 8. Modelo proposto para a integração SIG-DEA.

No caso de avaliação de eficiência em agricultura, a integração SIG-DEA pode ser de grande utilidade. Além das já citadas vantagens da visualização espacial de DMUs, *inputs*, *outputs* e eficiências, variáveis espaciais não introduzidas no modelo DEA (tipo de solo, relevo, proximidade a cursos d'água etc.) podem ser usadas como variáveis explicativas de ineficiência/eficiência. Adicionalmente, a análise da proximidade espacial de DMUs eficientes pode ser importante para a tomada de decisão. Essa é uma linha de pesquisa com grandes perspectivas e que na Embrapa Monitoramento por Satélite será desenvolvida para a avaliação de sustentabilidade e eficiência dos agricultores de Machadinho d'Oeste (RO) e de Holambra (SP).

## Conclusões

O uso de DEA para medir eficiência relativa de unidades produtivas tem-se mostrado bastante atrativo em diversos setores de aplicação. Aplicações dessa abordagem em agricultura podem apoiar as decisões de agricultores, ao indicar as fontes de ineficiência e as unidades que podem servir de referência às práticas adotadas.

Na Embrapa, a utilização de DEA como ferramenta de análise de eficiência relativa das unidades de pesquisa mostra a forte inserção do modelo como ferramenta gerencial. Entretanto, a disponibilização, para as unidades de pesquisa, dos resultados do modelo DEA CCR clássico utilizado (alvos, unidades de referência, pesos de *inputs* e *outputs*), assim como o emprego de modelos DEA mais avançados (por exemplo, modelos DEA com restrições aos pesos, que minimizam a característica dos modelos clássicos do excesso de pesos zero para os multiplicadores), poderiam contribuir ainda mais para a atividade de gestão da empresa e das unidades.

A integração com SIG mostra-se promissora, ao possibilitar a visualização espacial das unidades eficientes e ineficientes. Logo, é possível analisar a distribuição espacial das DMUs e explicar as ineficiências pelas variáveis espaciais que não foram incluídas no modelo DEA.

## Referências

AIGNER, D.J.; LOVELL, C.A.K.; SCHMIDT, P. Formulation and estimations of stochastic frontier production function models. **Journal of Econometrics**, v. 6, p. 21-37, 1977.

ALI, A.I.; SEIFORD, L.M. The mathematical programming approach to efficiency analysis. In: FRIED, H.O.; LOVELL, C.A.K.; SCHMIDT, S.S. (Eds.). **The measurement of productivity efficiency**. New York: Oxford University Press, 1993, p. 120-159.

ALLEN, R.; ATHANASSOPOULOS, A.; DYSON, R.G.; THANASSOULIS, E. Weights restrictions and value judgements in data envelopment analysis: evolution, development and future directions. **Annals of Operations Research**, n. 73, p. 13-34, 1997.

ANGULO-MEZA, L. **Data envelopment analysis na determinação da eficiência dos programas de pós-graduação da COPPE/UFRJ**. 1998. Tese (Mestrado em Engenharia de Produção) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

AVILA, A.F.D. **Avaliação de desempenho das unidades da Embrapa: metodologia para 2002**. Brasília: Embrapa-Secretaria de Administração Estratégica, ago. 2002.

BANKER, R.D.; CHARNES, A.; COOPER, W.W. Some models for estimating technical scale inefficiencies in data envelopment analysis. **Management Science**, v. 30, n. 9, p. 1078-1092, 1984.

BARBA-ROMERO, S.; POMEROL, J.C. **Decisiones multicriterio: fundamentos teóricos e utilización práctica**. Madrid: Universidad de Alcalá, 1997. (Colección de Economía).

BATTESE, G. E. Frontier production functions and technical efficiency: a survey of empirical applications in agricultural economics. **Agricultural Economics**, v. 7, p. 185-208, 1992.

BELTON, V.; VICKERS, S.P. Demystifying DEA: a visual interactive approach based on multiple criteria analysis. **Journal of Operational Research Society**, v. 44, n. 9, p. 883-896, 1993.

BESSENT, A.; BESSENT, W.; ELAM, J. Efficiency frontier determination by constraint facet analysis. **Operation Research**, v. 36, p. 785-796, 1988.

BIONDI, L.N. **Neuro-DEA: nova metodologia para determinação de eficiência relativa de unidades tomadoras de decisão**. 2001. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

BRAVO-URETA, B. E.; PINHEIRO, A. E. Efficiency Analysis of Developing Country Agriculture: A Review of the Frontier Function Literature. **Agricultural and Resource Economics Review**, v. 22, p. 88-101, 1993.

BREGALDA, P.F.; OLIVEIRA, A.A.F.; BORNSTEIN, C.T. **Introdução à programação linear**. 2. Ed. Rio de Janeiro: Campus, 1983.

BURROUGH, P.A.; MCDONNELL, R.A. **Principles of Geographical Information Systems**. Oxford: Oxford University Press, 1998.

CÂMARA, G.; MEDEIROS, C.B.; CASANOVA, M.A.; HEMERLY, A.; MAGALHÃES, G. **Anatomia de Sistemas de Informação Geográfica**. 1996.

CHARNES, A.; COOPER, W.W.; LEWIN, A.Y.; SEIFORD, L.M. **Data envelopment analysis: theory, methodology and applications**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1994.

CHARNES, A.; COOPER, W.W.; GOLANY, B.; SEIFORD, L.M.; STUTZ, J. Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. **Journal of Econometrics**, v. 30, p. 91-107, 1985.

CHARNES, A.; COOPER, W.W.; HUANG, Z.M.; SUN, D.B. Polyhedral cone-ratio DEA models with an illustrative application to large commercial banks. **Journal of Econometrics**, v. 46, p. 73-91, 1990.

CHARNES, A.; COOPER, W.W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision-making units. **European Journal of Operational Research**, v. 2, p. 429-444, 1978.

CHAVAS, J.; ALIBER, M. An analysis of economic efficiency in agriculture: a nonparametric approach. **Journal of Agriculture and Resource Economics**, v. 18, p. 1-16, 1993.

COELLI, T.; RAO.; D.S.P.; BATTESE, G.E. **An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998.

COELLI, T.J. Recent developments in frontier modelling and efficiency measurement. **Australian Journal of Agricultural Economics**, v. 39, n. 3, p. 219-245, 1995.

COOK, W.D.; KRESS, M. a data envelopment analysis for aggregating preference rankings. **Management Science**, v. 36,n. 11, p. 1302-1310, 1990.

COOK, W.D.; KRESS, M.; SEIFORD, L. M. Priorization models for frontier decision-making units in DEA. **European Journal of Operational Research**, v. 59, p. 319-323, 1992.

COOPER, W.W.; SEIFORD, L.M.; TONE, K. **Data Envelopment Analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver Software**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2000.



DE KOEIJER, T.J.; WOSSINK, G.A.A.; STRUIK, P.C.; RENKEMA, J.A. Measuring agricultural sustainability in terms of efficiency: the case of Dutch sugar beet growers. **Journal of Environmental Management**, v. 66, n. 1, p. 9-17, 2002.

DYSON, R.G.; THANASSOULIS, E. Reducing weight flexibility in data envelopment analysis. **Journal of the Operational Research Society**, v. 39, n. 6, p. 563-576, 1988.

FÄRE, R.; GRABOWSKI, R.; GROSSKOPF, S. Technical efficiency in Philippine agriculture. **Applied Economics**, v. 17, p. 205-214, 1985.

FARINACCIO, F. **Data Envelopment Analysis como strumento di Analisi Multicriteria**. 1998. Tese (Doutorado) – Università di Pisa, Itália.

FARREL, M.J. The measurement of productive efficiency. **Journal of the Royal Statistic Society**, series A, part 3, p. 253-290, 1957.

FRASER, I.; CORDINA, D. An application of data envelopment analysis to irrigated dairy farms in Northern Victoria-Australia. **Agricultural Systems**, v. 59, p. 267-282, 1999.

FRIEDMAN, L.; SINUANY-STERN, Z. Combining ranking scales and selecting variables in the DEA context: the case of industrial branches. **Computers and Operations Research**, v. 25, n. 9, p. 781-791, 1998.

GOMES, E.G.; LINS, M.P.E. Integrating Geographical Information Systems and Multi-criteria Methods: a case study. **Annals of Operations Research**, v.116, p. 243-269, 2002.

GOMES, E.G.; LINS, M.P.E.; SOARES DE MELLO, J.C.C.B. Seleção do melhor município: integração SIG-Multicritério. **Investigação Operacional**, v. 22, n. 1, p.59-85, 2002.

GOMES, E.G. **Integração entre Sistemas de Informação Geográfica e Métodos Multicritério no Apoio à Decisão Espacial**. 1999. Tese (Mestrado em Engenharia de Produção) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

GOMES, E.G.; SOARES DE MELLO, J.C.C.B.; SERAPIÃO, B.P.; LINS, M.P.E.; BIONDI, L.N. Avaliação de eficiência de companhias aéreas brasileiras: uma abordagem por Análise de Envoltória de Dados. In: SETTI, J.R.A.; LIMA JÚNIOR, O.F. (eds.). **Panorama Nacional da Pesquisa em Transportes 2001**, v. 2, 2001a, p. 125-133.

GOMES, L.F.A.M.; GONZÁLEZ-ARAYA, M.C.; LINS, M.P.E. A Integração entre a Análise de Envoltória de Dados e o Apoio Multicritério à Decisão – uma Revisão. Parte II: Preferências e Problemáticas. **Pesquisa Naval**, v. 14, p. 57-163 2001b.

GOMES, L.F.A.M.; GONZÁLEZ-ARAYA, M.C.; LINS, M.P.E. A Integração entre a Análise de Envoltória de Dados e o Apoio Multicritério à Decisão – uma Revisão. Parte I: Julgamentos e Restrições. **Pesquisa Naval**, v. 13, p.41-49, 2000.

GULATI, S.; MISHRA, A. A Non-Parametric Analysis of Returns to Scale in US Agriculture. In: American Agricultural Economic Association (AAEA) Annual Meeting. 1999, Nashville, Tennessee. **Anais...**, 1999.

JANKOWSKI, P. Integrating geographical information systems and multiple criteria decision-making methods. **International Journal of Geographical Information Systems**, v. 9, n. 3, p. 251–273. 1995

KORHONEN, P.; WALLENIOUS, J. A careful look at efficiency and utility in multiple criteria decision making: a tutorial. **Asia-Pacific Journal of Operational Research**, n. 6, p. 46-62, 1989.

KRASACHAT, W. Deforestation and productivity growth in Thai agriculture. In: International Symposium on Sustainable Food Security and managing Natural Resources in Southeast Asia: Challenges for the 21<sup>st</sup> Century, 2002, Chiang Mai. **Annals...**, 2002.

LANSINK, A.O.; PIETOLA, K.; BÄCKMAN, S. Efficiency and productivity of conventional and organic farms in Finland 1994-1997. **European Review of Agricultural Economics**, v. 29, n. 1, p. 51-65, 2002.

LINS, M.P.E.; ANGULO-MEZA, L. **Análise Envolvória de Dados e perspectivas de integração no ambiente de Apoio à Decisão**. Rio de Janeiro: Editora da COPPE/UFRJ, 2000.

LINS, M.P.E.; MOREIRA, M.C.B. Método I-O Stepwise para Seleção de Variáveis em Modelos de Análise Envolvória de Dados. **Pesquisa Operacional**, v. 19, n. 1, p. 39-50, 1999.

LINS, M.P.E.; SILVA, A.C.M. Evitando a inviabilidade em modelos DEA com restrições aos pesos. **Relatório Técnico EP03/01-PO**, Programa de Engenharia de Produção/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2001.

LOVELL, C.A.K. Production frontiers and production efficiency". In: FRIED, H.O.; LOVELL, C.A.K.; SCHMIDT, S.S. (Eds.). **The measurement of productive efficiency: techniques and applications**. New York: Oxford University Press, 1993, p. 3-67.

MALCZEWSKI, J. **GIS and Multicriteria Decision Analysis**. New York: John Wiley & Sons, 1999.

MALCZEWSKI, J.; JACKSON, M. Multicriteria spatial allocation of educational resources: an overview. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 34, p 219–235, 2000.

MEEUSE, W.; VAN DEN BROECK, J. Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. **International Economic Review**, v. 18, p. 435-444, 1977.

OLESEN, O.; PETERSEN, N. Collinearity in data envelopment analysis: na extended facet approach. **Working Paper 1/1991**, Department of Management, Odense University, Denmark, 1991.

PEREIRA FILHO, C.A. **Eficiência econômica da pequena produção familiar agrícola no Recôncavo d estado da Bahia: uma análise não-paramétrica de fronteiras de produção multi-produto**. 2001. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo.

PEREIRA, M.F. **Evolução da fronteira tecnológica múltipla e da produtividade total dos fatores do setor agropecuário brasileiro de 1970 a 1996**. 1999. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

PEREIRA, M.F.; SILVEIRA, J.S.T. Evolução da eficiência técnica no setor agropecuário brasileiro: 1985-1995. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL – SBPO, 33., 2001, Campos do Jordão. **Anais...**, São Paulo, 2001. p. 12-20.

RAY, S. Measurement and test of efficiency of farmers in linear programming models: a study of West Bengal farms. **Oxford Bulletin of Economics and Statistics**, n. 47, p. 371-386, 1985.

REINHARD, S.; LOVELL, C.A.K.; THIJSSSEN, G. Econometric estimation of technical and environmental efficiency: an application to Dutch dairy farms. **American Journal of Agricultural Economics**, v. 81, n. 1, p. 44-60, 1999.

REINHARD, S.; LOVELL, C.A.K.; THIJSSSEN, G. Environmental efficiency with multiple environmentally detrimental variabels estimated with SFA and DEA. **European Journal of Operational Research**, v. 121, p. 287-303, 2000.

ROLL, Y.; COOK, W.D.; GOLANY, B. Controlling factor weights in DEA. **IIE Transactions**, v. 23, n. 1, p. 2-9, 1991.

ROSEN, D.; SCHAFFNIT, C.; PARADI, J.C. Marginal rates and two dimensional level curves in DEA. **Journal of Productivity Analysis**, v. 9, n. 3, p. 205-232, 1998.

SHAFIQ, M.; REHMAN, T. The extend of resource use inefficnecies in cotton production in Pakistan's Punjab: an application of data envelopment analysis. **Agricultural Economics**, v. 22, p. 321-330, 2000.

SHARMA, K.R.; LEUNG, P.S.; CHEN, H.; PETERSON, A. Economic efficiency and optmum stocking densities in fish polyculture: an application of data envelopment analysis to chinese fish farms. **Aquaculture**, v. 180, n. 3-4, p. 207-221, 1999a.

SHARMA, K.R.; LEUNG, P.S.; ZALESKI, H.M. Technical, allocative and economic efficiencies in swine production in Hawaii: acomparison of parametric and nonparametric approaches. **Agricultural Economics**, v. 20, p. 23-35, 1999b.

SOARES DE MELLO, J.C.C.B. **Suavização da fronteira dea com o uso de métodos variacionais**. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

SOARES DE MELLO, J. C. C. B.; GOMES, E. G.; LINS, M. P. E.; VIEIRA, L. A. M. Um caso de estudo de integração SIG-DEA-MCDA: a influência de uma instituição de ensino superior em vários municípios do Estado do Rio de Janeiro. **Investigação Operacional**, v. 21, n. 2, p.171-190, 2001a.

SOARES DE MELLO, J.C.C.B.; GOMES, E.G.; SOARES DE MELLO, M.H.C., LINS, M.P.E. Seleção de Variáveis para Utilização de Análise de Envoltória de Dados como Ferramenta Multicritério: Uma Aplicação em Educação. In: ENEGEP 2001, Salvador. **Anais...**, Bahia, 2001b.

SOARES DE MELLO, J.C.C.B.; LINS, M.P.E.; GOMES, E.G. Estimativa de planos tangentes à fronteira DEA em DMUs extremo-eficientes. In: XXXIII SBPO – Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Campos do Jordão. **Anais...**, São Paulo, 2001c.

SOARES DE MELLO, J. C. C. B.; GOMES, E. G.; LINS, M. P. E.; VIEIRA, L. A. M. Mapeamento da Interiorização da Universidade Federal Fluminense, Fazendo Uso Integrado de Sistemas de Informação Geográfica, Análise de Envoltória de Dados e Análise Multicritério. In: GISBrasil 2000, 2000, Salvador. **Anais...**, Bahia, 2000.

SOUZA, G.S.; ALVES, E.; AVILA, A.F.D. Technical efficiency of production in agricultural research. **Scientometrics**, v. 46, n. 1, p. 141-160, 1999.

SOUZA, P.C.T.; WILHELM, V.E. Avaliação de produtividade da eficiência técnica em unidade de produção de leite do estado do Paraná (programa de leite da região de Guarapuava – PR). In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL – SBPO, 33. 2001, Campos do Jordão. **Anais...**, São Paulo, 2001.

STEUER, R.E. **Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application**. New York: John Wiley & Sons, 1986.

STURION, L. **Uma avaliação do potencial da Análise de Envoltória de Dados (DEA) no diagnóstico da produtividade de unidades de produção agropecuária**. 1996. Tese (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

SUEYOSHI, T. DEA non-parametric ranking test and index measurement: slack-adjusted dea and an application to japanese agriculture cooperatives. **Omega**, v. 27, n. 3, p. 315-326, 1999.

TAVARES, G.; ANTUNES, C.H. A Tchebycheff DEA model. **Rutcor Research Report RRR 35-2001**, Rutgers University, 2001.

THANASSOULIS, E.; BOUSSOFIANE, A.; DYSON, R. G. Exploring output quality targets in the provision of perinatal care in England using DEA. **European Journal of the Operational Research**, v. 60, p. 588-608, 1995.

THOMPSON, R.G; LANGEMEIER, L.N.; LEE, C.T.; LEE, E.; THRALL, R.M. The Role of Multiplier Bounds in Efficiency Analysis with Application to Kansas Farming. **Journal of Econometrics**, v. 46, n. 1,2, p. 93-108, 1990.

TONE, K. A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. **European Journal of Operational Research**, v. 130, n. 3, p. 498-509, 2001.

TORESAN, L. **Sustentabilidade e desempenho produtivo na agricultura: Uma Abordagem Multidimensional Aplicada a Empresas Agrícolas**. 1998. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

TOWNSEND, R.F.; KIRSTEN, J.; VINK, N. Farm size, productivity and returns to scale in agriculture revisited: a case study of wine producers in South Africa. **Agricultural Economics**, v. 19, p. 175-180, 1998.

TULKENS, H. On FDH Analysis: Some Methodological Issues and Applications to Retail Banking, Courts and Urban Transit. **Journal of Productivity Analysis**, v.4, n. 1-2, p. 183-210, 1993.

WIERZBICKI, A.P. On the completeness and constructiveness of parametric characterizations to vector optimization problems. **OR Spectrum**, v. 8, n. 2, p. 73-87, 1986.

WONG, Y.H.B.; BEASLEY, J.E. Restricting weight flexibility in DEA. **Journal of the Operational Research Society**, v. 41, p. 829-835, 1990.

YUK-SHING, C. **Productivity growth, technical progress and efficiency change in Chinese agriculture**. Department of Economics, Hong Kong Baptist University, 1998. Disponível em: <<http://www.hkbu.edu.hk/~ycheng/articles.html>>. Acesso em: 15 ago. 2002.

ZAIBET, L.; DHARMAPALA, P.S. Efficiency of government-supported horticulture: the case of Oman. **Agricultural Systems**, v. 62, p. 159-168, 1999.

ZOFIO, J.L.; LOVELL, C.A.K. Graph efficiency and productivity measures: an application to U.S. agriculture. **Applied Economics**, v. 33, n. 11, p. 1433-1442, 2001.





---

*Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária*  
**Embrapa Monitoramento por Satélite**  
*Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento*  
*Av. Dr. Júlio Soares de Arruda, 803 - Parque São Quirino*  
*CEP 13088-300, Campinas-SP - Brasil*  
*Fone (19) 3256-6030 Fax (19) 3254-1100*  
*<http://www.cnpm.embrapa.br> [sac@cnpm.embrapa.br](mailto:sac@cnpm.embrapa.br)*