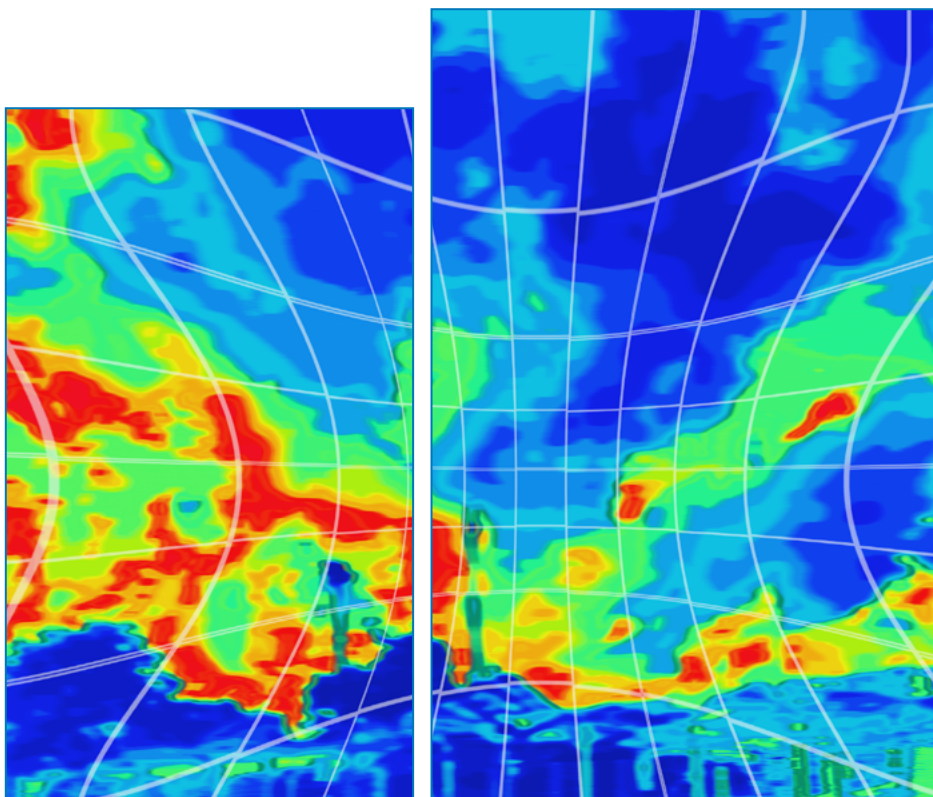


**Estudo da função Gama e mapa auto-  
organizável como metodologia para validação  
e imputação de precipitação diária em séries  
temporais de estações meteorológicas**



**Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária  
Embrapa Agricultura Digital  
Ministério da Agricultura e Pecuária**

**BOLETIM DE PESQUISA  
E DESENVOLVIMENTO  
59**

Estudo da função Gama e mapa auto-  
organizável como metodologia para validação  
e imputação de precipitação diária em séries  
temporais de estações meteorológicas

*Adauto Luiz Mancini  
Daniel de Castro Victória*

**Embrapa Agricultura Digital**  
Campinas, SP  
2023

**Embrapa Agricultura Digital** Comitê Local de Publicações  
Av. Dr. André Tosello, 209 - Cidade Universitária  
Campinas, SP, Brasil Presidente  
CEP. 13083-886 *Carla Geovana do Nascimento Macário*  
Fone: (19) 3211-5700  
www.embrapa.br Secretária-Executiva  
www.embrapa.br/fale-conosco/sac *Maria Fernanda Moura*

Membros

*Alexandre de Castro, membro indicado, Carla Cristiane Osawa, membro nato, Debora Pignatari Drucker, membro eleito, Graziella Galinari, membro nato, Ivan Mazoni, membro eleito, João Camargo Neto, membro indicado, Joao Francisco Goncalves Antunes, membro eleito, Magda Cruciol, membro nato.*

Revisão de texto

*Graziella Galinari*

Normalização bibliográfica

*Carla Cristiane Osawa*

Projeto gráfico da coleção

*Carlos Eduardo Felice Barbeiro*

Editoração eletrônica

*Magda Cruciol*

Imagem da capa

*Magda Cruciol*

Publicação digital (2023): PDF

**Todos os direitos reservados.**

A reprodução não autorizada desta publicação, no todo ou em parte, constitui violação dos direitos autorais (Lei nº 9.610).

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

Embrapa Agricultura Digital

---

Mancini, Adauto Luiz.

Estudo da função Gama e mapa auto-organizável como metodologia para validação e imputação de precipitação diária em séries temporais de estações meteorológicas / Adauto Luiz Mancini, Daniel de Castro Victória. – Campinas : Embrapa Agricultura Digital, 2023.

PDF (17 p.) : il. color. - (Boletim de pesquisa e desenvolvimento / Embrapa Agricultura Digital, ISSN 2764-2623 ; 59).

1. Métodos estatísticos. 2. Agrupamento de dados. 3. Precipitação. I. Victória, Daniel de Castro. II. Título. III. Embrapa Agricultura Digital. IV. Série.

CDD (21. ed.) 519.5

## Sumário

---

Introdução.....	6
Material e métodos .....	7
Resultados e discussão.....	13
Conclusões.....	16
Referências .....	16

## Estudo da função Gama e mapa auto-organizável como metodologia para validação e imputação de precipitação diária em séries temporais de estações meteorológicas

---

Adauto Luiz Mancini<sup>(1)</sup>

Daniel de Castro Victória<sup>(1)</sup>

**Resumo** - O uso da função Gama e de mapas auto-organizáveis são métodos descritos na literatura para compreensão do regime pluviométrico de uma região. Este trabalho relata o estudo destas ferramentas para validação e imputação de precipitação diária em séries históricas diárias de 18 estações meteorológicas em localidades diversas do Brasil. A função Gama não se mostrou eficaz para este propósito e o mapa auto-organizável teve resultados muito próximos comparados com o uso da média da precipitação. Mas considerando que é possível alterar o tamanho do mapa e incluir variações no vetor de entrada dos dados, novos estudos são necessários para verificar se é possível melhorar os resultados.

**Termos para indexação:** validação de precipitação, métodos estatísticos, agrupamento de dados.

**Abstract** - The use of the Gamma function and self-organizing maps are methods described in the literature for understanding the rainfall regime of a region. This work reports the study of these tools for validating and inputting daily precipitation into daily historical series from 18 meteorological stations in different locations in Brazil. The Gamma function did not prove to be effective for this purpose and self organizing map had very close results compared to using the average precipitation. But considering that it is possible to change the size of the map and include variations in the data input vector, further studies are necessary to verify whether it is possible to improve the results.

**Index terms:** precipitation validation, statistical methods, data clustering.

---

<sup>1</sup> Pesquisadores, Embrapa Agricultura Digital, Campinas, SP.

## Introdução

---

A caracterização pluviométrica de uma região é de grande importância para a agricultura. Este trabalho apresenta o estudo de uso da função gama e da rede neural SOM (Self Organizing Map) para a proposta de uma metodologia para validação e imputação de dados faltantes ou inválidos de precipitação em estações meteorológicas. Os dados climáticos são essenciais na agricultura, nas mais diversas aplicações como previsão de safra, planejamento do controle de pragas e de aplicação de insumos, irrigação e aptidão agrícola do solo. As previsões de tempo de curto prazo, até 15 dias, tiveram um aumento significativo de qualidade nas últimas décadas. O aumento de poder de processamento e redução de custo dos supercomputadores permitiram a redução do tempo para o cálculo de modelos complexos baseados em sistemas de equações diferenciais com grades de grande resolução (contendo células menores e em maior quantidade). O aumento da quantidade de satélites e maior resolução das imagens obtidas, novos sensores e radares doppler para medição de precipitação e vento geram mais e melhores informações disponíveis. Quando a aplicação requer dados climáticos, de longo prazo (décadas), um dos meios mais comuns de acesso é o uso de séries históricas de estações meteorológicas. Considerando que estas séries podem apresentar dados faltantes ou valores incorretos, é importante que estes dados sejam validados e quando encontrada alguma inconsistência seja feita a imputação ou correção para um valor plausível, se possível.

As funções distribuição de densidade de probabilidade Gama e Weibull são ferramentas frequentemente citadas na literatura como método eficiente de caracterização do regime de chuvas de uma região. Rodrigues et al. (2013) obtiveram o melhor ajuste de precipitações mensais com a função Gama para a cidade de Bento Gonçalves, RS. Alghazali e Alawadi (2014) encontraram o melhor ajuste mensal com a função Gama para cinco de treze estações do Iraque. Ximenes et al. (2021) obtiveram os melhores resultados para um conjunto de 293 estações no nordeste brasileiro com as funções Gama e Weibull. Os modelos lognormal, Gama, Weibull e PG se ajustaram melhor aos dados de 40 estações no estado de Pernambuco, segundo Ximenes (2020). Silva et al. (2023) concluíram que o modelo Weibull apresentou melhores ajustes para um conjunto de 133 estações de Pernambuco. Progênio e Blanco (2020) obtiveram os melhores resultados com mixed exponential mas

sugerem o uso de Gama quando o primeiro método não apresenta bom ajuste, modelando chuva diária de 499 estações na bacia do Tocantins-Araguaia.

Uma abordagem alternativa para caracterizar o regime pluviométrico é o uso de rede neural SOM (Kohonen, 1982), que agrupa os dados e posiciona grupos semelhantes em uma grade com posições vizinhas. Parchure e Gedam (2018) agruparam 47 estações de Mumbai, Índia, em seis grupos, confirmando a complexa variabilidade espacial e pluviométrica de Mumbai caracterizada por planícies próximas ao Mar da Arábia, áreas urbanas e áreas montanhosas e de colinas. Farias et al. (2013) criaram um modelo SOM para previsão de vazão a partir dos dados de chuva de oito estações meteorológicas e de vazão de um pluviômetro localizados na bacia do rio Piancó, Paraíba. De forma semelhante, Nascimento et al. (2022) modelaram com SOM a vazão de entrada mensal do reservatório de Três Marias, na bacia alta do rio São Francisco usando dados de precipitação em grade estimados pelo satélite Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM). Li et al. (2020) usaram SOM para simular a precipitação diária de verão sobre a bacia do rio Yangtze-Huaihe, China, obtendo inclusive previsões consistentes com as geradas por modelos globais GCM). Canchala et al. (2022) compararam o uso de seleção de atributos utilizando análise de principais componentes (PCA – linear e não linear), seguido por agrupamento usando SOM e agrupamento hierárquico, para modelar a precipitação mensal na região de Nariño, sudoeste da Colômbia, obtendo melhores resultados com SOM .

## Material e métodos

---

### Dados meteorológicos

A partir do sítio do INMET<sup>2</sup> foram baixados os dados diários de precipitação e temperatura média de 18 estações meteorológicas para o período entre 01/01/2012 e 31/12/2022. Apenas os anos da série histórica que continham dados para todos os meses foram considerados. A Tabela 1 mostra as estações convencionais que foram utilizadas neste trabalho.

---

<sup>2</sup> Disponível em: <https://bdmep.inmet.gov.br/#>.

**Tabela 1.** Estações meteorológicas convencionais INMET.

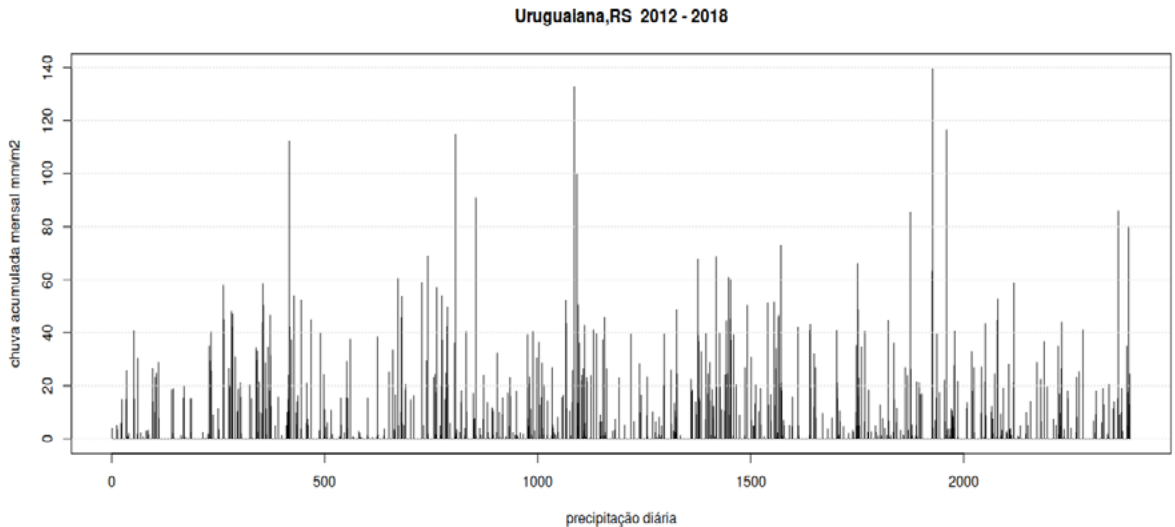
Estação	Código	Início	Fim
Altamira, PA	82353	01/01/2012	31/12/2022
Aracaju, SE	83096	01/01/2012	31/12/2020
Barbacena, MG	83689	01/01/2012	31/12/2017
Barreiras, BA	83236	01/01/2012	31/12/2022
Florianópolis, SC	83897	01/01/2012	31/12/2019
Imperatriz, MA	82564	01/01/2012	31/12/2022
João Pessoa, PB	82798	01/01/2012	31/12/2022
Juiz de Fora, MG	83692	01/01/2012	31/12/2022
Lavras, MG	83687	01/01/2012	31/12/2022
Marabá, PA	82562	01/01/2012	31/12/2016
Morro do Chapéu, BA	83184	01/01/2012	31/12/2022
Palmas, TO	83033	01/01/2012	31/12/2022
Petrolina, PE	82983	01/01/2012	31/12/2021
Poços de Caldas, MG	83681	01/01/2012	31/12/2014
Sobral, CE	82392	01/01/2012	31/12/2019
Tefé, AM	82317	01/01/2012	31/12/2022
Uberaba, MG	83577	01/01/2012	31/12/2017
Uruguaiana, RS	83927	01/01/2012	31/12/2018

## Validação

Para determinar se um dado perto do limite inferior ( $0 \text{ mm/m}^2$ ) é inválido, é difícil fazer qualquer afirmação, uma vez que dias sem chuva são muito comuns. Caso esteja presente algum valor negativo, certamente é um inválido. Para se estabelecer um limite superior máximo, também é difícil estabelecer um método matemático, porque se por exemplo, por algum problema da estação um valor muito alto for registrado várias vezes, deixará de ser um valor pouco frequente e será difícil identificar como um ponto discrepante. Sugerimos que o especialista (meteorologista, estatístico, cientista de dados) faça uma inspeção visual dos dados diários de cada estação de interesse e estabeleça um valor superior de corte acima do qual a precipitação diária seja considerada inválida. A Figura 1 mostra o histograma de chuvas diárias da cida-



de de Uruguaiana, RS. O valor superior de corte escolhido para esta série foi 150 mm/m<sup>2</sup> para a referida estação.



**Figura 1.** Série histórica de precipitação diária em Uruguaiana, RS.

## Função Gama

Em teoria da probabilidade e estatística, a função densidade de probabilidade (FDP), ou densidade de uma variável aleatória contínua, é uma função que descreve a verossimilhança de uma variável aleatória tomar um valor dado. A probabilidade da variável aleatória estar em uma faixa particular é dada pela integral da densidade dessa variável sobre tal faixa, que é a área abaixo da função densidade até o eixo horizontal e entre o menor e o maior valor dessa faixa. A função densidade de probabilidade é não negativa sempre, e sua integral sobre todo o espaço é igual a um.

A função Gama pode ser usada para representar funções de distribuição probabilísticas, com aplicações nos campos da probabilidade, estatística e combinatória. Em matemática, a função Gama (representada pela letra grega maiúscula tau  $\Gamma$ ) é uma extensão da função fatorial para o conjunto dos

números reais e complexos, com o argumento subtraído de um. Se  $n$  é um inteiro positivo define-se a função Gama como:

$$\Gamma(n + 1) = n!$$

em que

$\Gamma(n + 1)$  é a função Gama

$n$  é um inteiro positivo.

A função Gama pode ser vista como a solução para o problema de interpolação: “Encontrar uma curva suave que conecta os pontos  $(x,y)$  dados por  $y = (x - 1)!$  em que  $x$  é um inteiro positivo.” A fórmula recursiva para o fatorial  $x! = x \times \dots \times 2 \times 1$  é válida apenas quando  $x$  é um número natural e não pode ser usada para obter valores fracionários. Ao invés da fórmula recursiva, é preferível ter um expressão analítica (com exceção dos inteiros não positivos) que descreva precisamente a curva, na qual o número de operações não dependa do tamanho de  $x$ . A função Gama pode ser estendida por uma continuação analítica (ou extensão analítica) para todos números complexos com a parte real positiva. A definição é conseguida com uma integral imprópria convergente :

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

for  $\alpha > 0$

em que

$\Gamma(\alpha)$  = integral imprópria convergente

$\alpha$  = número complexo com a parte real positiva

$x$  = valor para o qual se deseja calcular a probabilidade de ocorrência

A função distribuição Gama (densidade de probabilidade), que permite calcular a probabilidade de ocorrência de um dado valor  $x$ , é dada por:

em que

$$f(x) = \frac{(x/\beta)^{\alpha-1} \exp[-x/\beta]}{\beta \Gamma(\alpha)}$$

$f(x)$  = função densidade de probabilidade

$x$  = valor para o qual se deseja calcular a probabilidade de ocorrência

$\alpha$  = parâmetro que influencia a forma da função

$\beta$  = parâmetro que influencia o espalhamento da função

$\Gamma$  = integral imprópria convergente

O parâmetro *forma* ( $\alpha$ ) essencialmente determina o nível de deslocamento positivo. Este valor é sempre maior que zero, e para valores pequenos de  $\alpha$ , a distribuição gama é fortemente deslocada para a direita, e para o caso particular de  $\alpha = 1$ , a distribuição é exponencial. Quando  $\alpha > 1$ , a forma da função no início se altera para aproximar-se do eixo y na origem. O parâmetro *escala* ( $\beta$ ) determina o espalhamento dos valores, esticando a distribuição quando grande ou encurtando quando pequeno.

Husak et al. (2007) descreveram os benefícios do uso da função Gama para representar a distribuição de probabilidade da precipitação. É atribuída com o valor zero à esquerda, correspondente ao fato que não existe precipitação negativa. A distribuição é assimétrica positiva, apresentando uma cauda estendida à direita. Isto é útil para representar distribuição de chuvas de locais onde existem eventos extremos de grande quantidade de precipitação, ainda que sejam de baixa probabilidade de ocorrência. O fato da função adaptar-se a grande quantidade de formas com apenas dois parâmetros também é um ótimo benefício.

O foco deste trabalho é a validação e a imputação da precipitação diária. Utilizou-se a função Gama com os dados de precipitação diária por mês, assim, para cada estação meteorológica, a função Gama foi calculada (ajuste dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  de forma que o formato da função se aproxime aos dados observados) 12 vezes, uma função para cada mês.

## Mapa auto-organizável

A rede SOM pertence à família dos algoritmos autocodificadores não supervisionados, que determinam uma função codificadora que representa o dado de entrada em um outro espaço de dados (possivelmente com diferente número de dimensões) e uma função decodificadora que a partir de um dado codificado retorna um valor igual ou próximo do espaço original de entrada de dados. Na rede SOM, é gerado um mapa (grade) de vetores centróides. Os

vetores de entrada mais parecidos com os dados do vetor centróide pertencem ao grupo representado pelo centróide que são posicionados próximos em uma grade bidimensional.

O vetor de entrada não precisa ter comprimento unitário, isto é, pode conter mais de uma variável. Queremos montar um mapeamento das variáveis dependentes (precipitação diária) em função das variáveis independentes (dia do ano, temperatura média do dia). Se usarmos apenas as variáveis diárias, temos uma informação muito pontual da série histórica. Se considerarmos também uma janela de tempo em torno do dia de interesse ( $k$  dias antes,  $k$  dias depois) temos um contexto melhor de como estavam as condições climáticas no período próximo ao dia de interesse. Com este objetivo foi estabelecida uma janela de 15 dias, contendo os sete dias anteriores e os sete dias posteriores ao dia de interesse. Assim, para cada dia da série histórica, o vetor de entrada (variáveis independentes) é composto de:

- temperatura média do dia
- precipitação diária acumulada na janela
- temperatura diária média acumulada na janela
- número de dias na janela em que houve chuva (precipitação maior que zero)

Para a criação do mapa SOM foi utilizada a função *xyf* do pacote *kohonen* no ambiente de programação Rstudio versão “Ghost Orchid”. A função *xyf* implementa uma versão supervisionada do mapa SOM. Durante a construção do mapa, também as variáveis dependentes são utilizadas nos cálculos de distância entre os vetores de entrada e o centróides e na atualização dos centróides. Uma vez construído o mapa, a função *predict* é utilizada para a previsão das variáveis dependentes. A função *predict* recebe como entrada um mapa SOM criado pela função *xyf* e um conjunto de vetores de entrada contendo as variáveis independentes. A saída da função *xyf* é um conjunto de vetores de variáveis dependentes do mesmo tamanho do conjunto de vetores de entrada, contendo as previsões das variáveis dependentes correspondentes aos vetores de entrada. Os dados foram separados em dois conjuntos, treino e teste. Os dados de treino são usados para a construção do mapa SOM (*xyf*) e os dados de teste usados na previsão (*predict*). Trezentos dias aleatórios foram reservados para teste e o restante foi usado para treinar o mapa SOM com grade de nove linhas por nove colunas totalizando 81

grupos com vizinhança hexagonal. A média de precipitação para cada dia do ano foi calculada com os dados da série histórica como método de comparação para os resultados previstos pelo mapa SOM. Nos dados de teste, para o cálculo da precipitação diária acumulada na janela, a média da precipitação correspondente é usada para o dia de teste e as precipitações observadas são usadas para os dias anteriores e posteriores para os demais dias da janela. Para fins de comparação, a média de precipitação para cada dia do ano também foi usada como um método alternativo de imputação. Para cada dia de teste é calculado o erro absoluto da diferença entre o valor observado e o valor previsto, onde a previsão pode ser o mapeamento SOM ou a média de precipitação da série para o dia considerado. Ao final do cálculo, é calculada a média dos erros médios absolutos dos 300 dias de teste.

## Resultados e discussão

---

### Função Gama

A Figura 2 mostra a função Gama ajustada à precipitação diária de cada mês para os dados de Uruguaiana, RS. Como para todos os meses é mais frequente a ocorrência de dias sem ou com pouca chuva (até 10 mm/m<sup>2</sup>) do que dias com chuva, se substituirmos um valor faltante ou inválido de um mês pela ocorrência de maior frequência, o novo valor sempre será zero caso usemos a função Gama. Para meses secos esta abordagem pode ser válida, mas é muito enviesada para meses chuvosos. A maior parte das publicações usa a função Gama como ferramenta para conhecer o regime pluvial, seu uso para imputar valores não é mencionado.

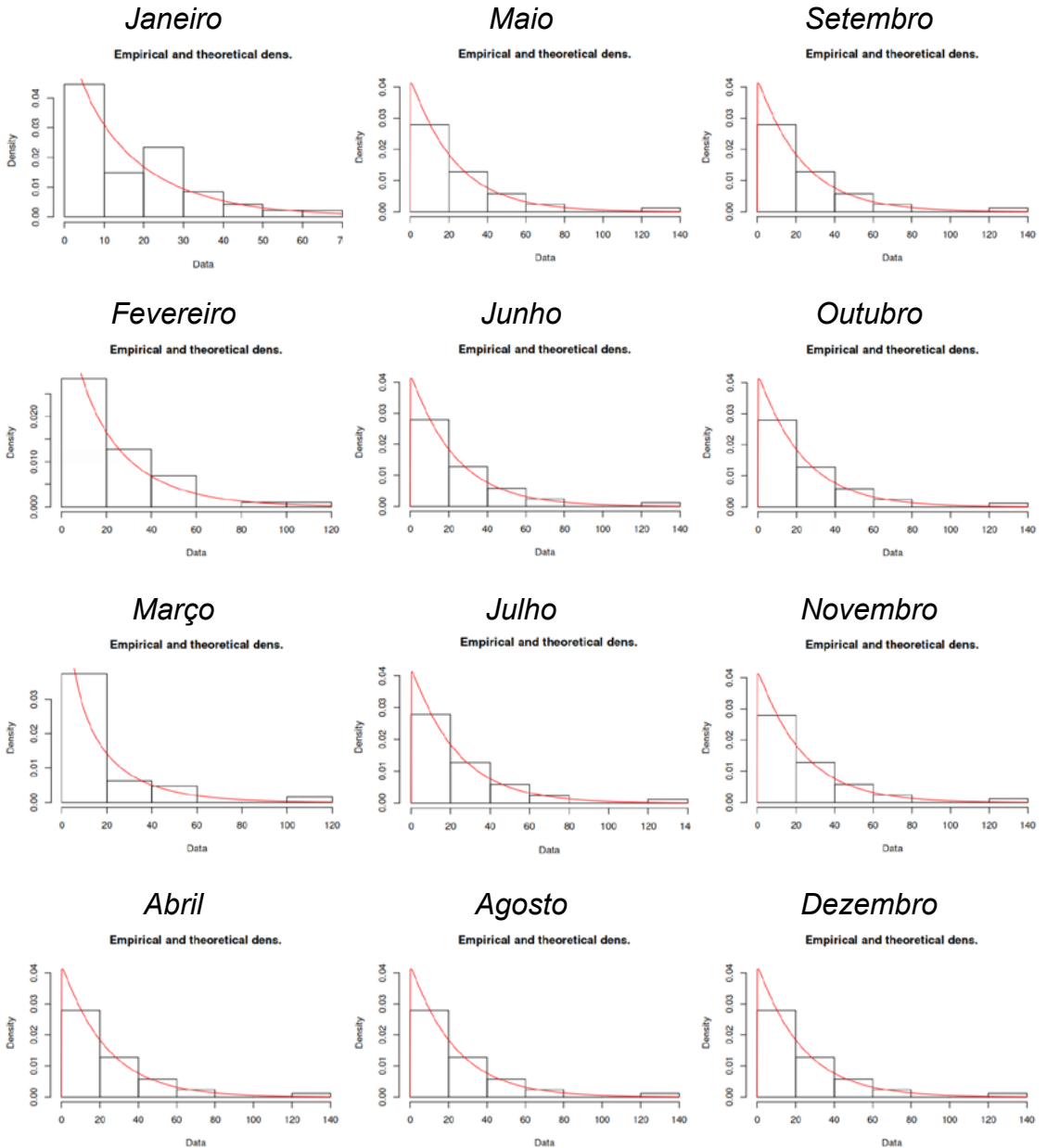


Figura 2. Distribuição Gama da precipitação diária por meses de Uruguiana, RS.

## Mapa SOM

A Tabela 2 mostra a média dos erros absolutos (em mm/m<sup>2</sup>) do mapa SOM e da média da precipitação do dia do ano para os dados de teste das séries históricas das estações meteorológicas listadas na Tabela 1, onde o melhor resultado é destacado em cinza na linha.

O mapa SOM teve melhor resultado para 11 estações e a média de precipitação para o dia foi melhor em sete estações. Em geral os resultados foram muito próximos com a média dos erros inferior a um mm/m<sup>2</sup> entre os métodos.

**Tabela 2.** Média dos erros médios absolutos para dados de teste usando SOM e média da precipitação do dia do ano.

Estação	Treino (dias)	Teste (dias)	SOM (erro médio)	Média (erro médio)
Altamira, PA	3704	300	3.64	5.64
Aracaju, SE	2974	300	3.52	3.32
Barbacena, MG	1878	300	0.74	4.18
Barreiras, BA	3704	300	3.89	3.62
Florianópolis, SC	2608	300	4.55	4.99
Imperatriz, MA	3704	300	2.55	5.25
João Pessoa, PB	3704	300	6.86	6.99
Juiz de Fora, MG	3704	300	4.80	5.76
Lavras, MG	3704	300	3.89	4.25
Marabá, PA	1513	300	5.31	5.34
Morro do Chapéu, BA	3704	300	2.01	2.39
Palmas, TO	3704	300	5.49	5.34
Petrolina, PE	3339	300	1.54	1.89
Poços de Caldas, MG	782	300	4.08	3.20
Sobral, CE	2608	300	3.70	3.29
Tefé, AM	3704	300	7.83	8.12
Uberaba, MG	1878	300	5.05	5.01
Uruguaiana, RS	2243	300	5.82	5.71

## Conclusões

---

A função Gama é muito boa para caracterizar o regime pluviométrico de um local, mas quando há prevalência de dias sem chuva não é uma ferramenta adequada para imputação de dados.

O mapa SOM tem resultados melhores do que o uso da média de precipitação do dia do ano, mas os resultados obtidos são tão próximos que não parecem justificar seu uso, uma vez que o cálculo da média da precipitação diária é muito mais simples de ser feito.

Como trabalho futuro, dado que o vetor de entrada para o mapa SOM pode ser multivariado, para cada estação pode-se testar combinações do tamanho da grade e tamanho das janelas, de modo a verificar se os resultados obtidos justificam o uso do modelo, bem como, em uma segunda alternativa, incluir dados de precipitação obtidos por sensoriamento remoto orbital e dados climáticos de estações próximas.

## Referências

---

- ALGHAZALI, N. O. S.; ALAWADI, D. A. H. Fitting statistical distributions of monthly rainfall for some Iraqi stations. **Civil and Environmental Research**, v. 6, n 6, p. 40-46, 2014.
- CANCHALA, T.; OCAMPO-MARULANDA, C.; ALFONSO-MORALES, W.; CARVAJAL-ESCOBAR, Y.; CERÓN, W. L.; CAICEDO-BRAVO, E. Techniques for monthly rainfall regionalization in southwestern Colombia. **Anais da Academia Brasileira de Ciências**, v. 94, n. 4, e20201000, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1590/0001-3765202220201000>.
- FARIAS, C. A. S. de; SANTOS, C. A. G.; LOURENÇO, A. M. G.; CARNEIRO, T. C. Kohonen neural networks for rainfall-runoff modeling: case study of Piancó River Basin. **Journal of Urban and Environmental Engineering**, v. 7, n. 1, p. 176-182, June 2013. DOI: <https://doi.org/10.4090/juee.2013.v7n1.176182>.
- HUSAK, G. J.; MICHAELSEN, J. C.; FUNK, C. C. Use of the gamma distribution to represent monthly rainfall in Africa for drought monitoring applications. **International Journal of Climatology**, v. 27, n. 7, p. 935-944, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1002/joc.1441>.
- KOHONEN, T. Self-organized formation of topologically correct feature maps. **Biological Cybernetics**, v. 43, n. 1, p. 59-69, Jan. 1982. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/BF00337288>.
- LI, M.; JIANG, Z.; ZHOU, P.; LE TREUT, H.; LI, L. Projection and possible causes of Summer precipitation in Eastern China using self-organizing map. **Climate Dynamics**, v. 54, n. 5-6, p. 2815-2830, Mar. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00382-020-05150-4>.
- NASCIMENTO, T. V. M. do; SANTOS, C. A. G.; FARIAS, C. A. S. de; SILVA, R. M. da. Monthly streamflow modeling based on self-organizing maps and satellite-estimated rainfall data. **Water Resources Management**, v. 36, n. 7, p. 2359-2377, May 2022. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11269-022-03147-8>



PARCHUREA, A. S.; GEDAM, S. K. Precipitation regionalization using self-organizing maps for Mumbai City, India. **Journal of Water Resource and Protection**, v. 10, n. 9, p. 939-956, Sept. 2018. DOI: <https://doi.org/10.4236/jwarp.2018.109055>.

PROGÊNIO, M. F.; BLANCO, C. J. C. Cumulative distribution function of daily rainfall in the Tocantins–Araguaia hydrographic region, Amazon, Brazil. **Natural Resource Modeling**, v. 33, n. 2, e12264, May 2020. DOI: <https://doi.org/10.1111/nrm.12264>.

RODRIGUES, J. de A.; SANTOS FILHO, J. dos; CHAVES, L. M. Funções densidade de probabilidade para a estimativa de precipitação mensal. **Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas**, v. 34, n. 1, p. 03-08, jan./jul. 2013. DOI: <https://doi.org/10.5433/1679-0375.2013v34n1p03>.

SILVA, L. P. da; SANTIAGO, E. J. P.; GOMES-SILVA, F.; SILVA, A. S. A. da; MENEZES, R. S. C. Mixture models of probability distributions applied to rainfall in the state of Pernambuco, Brazil. **Acta Scientiarum. Technology**, v. 45, e60621, Jan./Dec. 2023. DOI: <https://doi.org/10.4025/actascitechnol.v45i1.60621>.

XIMENES, P. de S. M. P.; SILVA, A. S. A. da; ASHKAR, F.; STOSIC, T. Ajuste de distribuições de probabilidade à precipitação mensal no estado de Pernambuco – Brasil. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 11, e4869119894, 2020. DOI: <http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v9i11.9894>.

XIMENES, P. de S. M. P.; SILVA, A. S. A. da; ASHKAR, F.; STOSIC, T. Best-fit probability distribution models for monthly rainfall of Northeastern Brazil. **Water Science & Technology**, v. 84, n. 6, 1541, Sept. 2021. DOI: <https://doi.org/10.2166/wst.2021.304>.



MINISTÉRIO DA  
AGRICULTURA  
E PECUÁRIA

