

ISSN 1677-8464

Comparação de Interpoladores Espaciais Univariados para Precipitação Pluvial Anual no Estado de São Paulo

José Ruy Porto de Carvalho¹
Eduardo Delgado Assad²

Medir dados de precipitação pluviométrica é muito importante em diversos contextos, tais como produção da cultura, manejo dos recursos hídricos, avaliação ambiental, erosão hídrica, etc. A obtenção da correta distribuição espacial para precipitação é relevante no planejamento agrícola, no que diz respeito à instalação de culturas anuais. Além da influência na agricultura, períodos de estiagens muito longos afetam o nível de água dos mananciais e dos reservatórios das usinas hidrelétricas trazendo problemas para o abastecimento urbano e na geração de energia elétrica. A quantificação das chuvas com intensidades superiores ao suporte do ambiente é importante no planejamento agrícola e ambiental para o correto dimensionamento das obras, tanto na construção civil quanto na conservação do solo (Vieira & Carvalho, 2001).

Inúmeros métodos de interpolação, com diversos níveis de complexidade, estão disponíveis na literatura (Goovaerts, 1999; Carvalho et al., 2002). Como os métodos de krigagem usam a dependência espacial entre amostras vizinhas, expressa no semivariograma, para estimar valores em qualquer posição dentro do campo, sem tendência e com variância mínima, ou seja, são estimadores ótimos, este trabalho irá avaliar a krigagem ordinária. Este método geoestatístico de interpolação é muito usado no estudo da distribuição

espacial de precipitação pluviométrica. A correlação espacial entre observações vizinhas para prever valores em locais não-amostrados é o aspecto fundamental que diferencia os interpoladores geoestatísticos dos demais.

O objetivo deste comunicado técnico é comparar interpoladores univariados usados na obtenção da distribuição espacial da precipitação média anual para o Estado de São Paulo.

Material e Métodos

O Estado de São Paulo é hoje o maior pólo de desenvolvimento da América Latina. Com posição geográfica privilegiada, destaca-se por ser um grande celeiro de oportunidades. É o maior mercado consumidor do Brasil, com quase 22% da população brasileira, tendo uma renda per capita de US\$8.300. Possui uma área de 248.808,8 km² localizada no sudoeste da Região Sudeste. Seus 645 municípios apresentam um clima tropical atlântico no litoral e tropical de altitude no interior. As médias de temperatura no Estado variam de 18 a 24°C. Mil e vinte e sete observações provenientes de estações climatológicas foram usadas, representando todo o Estado.

¹ Ph.D. em Estatística, Pesquisador da Embrapa Informática Agropecuária, Caixa Postal 6041, Barão Geraldo - 13083-970 - Campinas, SP. (e-mail: jrui@cnpia.embrapa.br)

² Dr. em Hidrologia e Matemática, Pesquisador da Embrapa Informática Agropecuária, Caixa Postal 6041, Barão Geraldo - 13083-970 - Campinas, SP. (e-mail: assad@cnpia.embrapa.br)

Para definição do estimador de krigagem ordinária, considera-se a situação de estimar o valor de um atributo contínuo z para qualquer local não amostrado u , usando os dados de z que foram amostrados na área de estudo A . Krigagem é um nome genérico adaptado pelos geoestatísticos para a família de algoritmos de regressão de mínimos quadrados generalizados (Goovaerts, 1997; Carvalho & Vieira, 2001). Todos os estimadores de krigagem são variantes do estimador básico de regressão linear $Z^*(\mathbf{u})$, que é definido por:

$$Z^*(\mathbf{u}) - m(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}(\mathbf{u}) [Z(\mathbf{u}_{\alpha}) - m(\mathbf{u}_{\alpha})]$$

Onde $\lambda_{\alpha}(\mathbf{u})$ são os pesos definidos para os dados $z(\mathbf{u}_{\alpha})$, interpretado como uma realização da variável aleatória $Z(\mathbf{u}_{\alpha})$. As quantidades $m(\mathbf{u})$ e $m(\mathbf{u}_{\alpha})$ são os valores esperados das variáveis aleatórias $Z(\mathbf{u})$ e $Z(\mathbf{u}_{\alpha})$. O número de amostras necessárias para a estimação bem como seus pesos variam de um local para outro. Na prática, somente os $n(\mathbf{u})$ pares de observação perto do local \mathbf{u} a ser estimado são mantidos. A interpretação de $z(\mathbf{u})$ e $z(\mathbf{u}_{\alpha})$ como realizações das variáveis aleatórias $Z(\mathbf{u})$ e $Z(\mathbf{u}_{\alpha})$, permitem a definição do erro de estimação como uma variável aleatória $Z^*(\mathbf{u}) - Z(\mathbf{u})$. A estimação por krigagem se baseia na minimização da estimativa da variância do erro $\sigma_E^2(\mathbf{u})$ sobre a suposição da não tendenciosidade do estimador, ou seja:

$$\sigma_E^2(\mathbf{u}) = \text{Var}\{Z^*(\mathbf{u}) - Z(\mathbf{u})\}$$

que é minimizada por:

$$E\{Z^*(\mathbf{u}) - Z(\mathbf{u})\} = 0$$

Na krigagem ordinária as flutuações locais da média são consideradas, limitando o domínio de sua estacionaridade para a vizinhança do local $W(\mathbf{u})$. A média é constante, mas desconhecida. O estimador linear é definido por:

$$Z^*_{OK}(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}^{OK}(\mathbf{u}) Z(\mathbf{u}_{\alpha}) \text{ para}$$

$$\sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}^{OK}(\mathbf{u}) = 1$$

Os $n(\mathbf{u})$ pesos $\lambda_{\alpha}^{OK}(\mathbf{u})$ são determinados de tal maneira que a variância do erro seja mínima.

O inverso do quadrado da distância é um interpolador de médias ponderadas que não é exato. Quando o ponto de uma malha é calculado, os pesos atribuídos aos pontos são fracionários, porém sua soma é um. Se qualquer observação é coincidente com um ponto da malha, a distância entre esta observação e o ponto é zero com peso um, enquanto para as demais observações o peso é zero. É muito usado em diversas

situações por ser um método muito rápido de interpolação (Isaaks & Srivastava, 1989). Sua equação é dada por:

$$Z^*(\mathbf{u}) = \left(\sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} z(\mathbf{u}_{\alpha}) / h_{\alpha}^2(\mathbf{u}) \right) / \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} 1 / h_{\alpha}^2(\mathbf{u})$$

Onde h_{α} é a distância entre os pares de observação $n(\mathbf{u})$.

Curvatura mínima é um interpolador muito usado em ciências da terra (Smith & Wessel, 1990). A superfície gerada pelo método de curvatura mínima é semelhante a um disco que passa através dos valores observados com pequena curvatura. Ela não é um interpolador exato e são necessários quatro passos para que a malha final seja gerada: primeiro, uma regressão de mínimos quadrados é ajustada às observações; segundo, os resíduos são calculados; terceiro, o modelo de curvatura mínima é usado para interpolar os resíduos nos nós da malha de observação; quarto, os valores do modelo de regressão nos nós da malha são adicionados aos resíduos interpolados resultando na superfície final.

O algoritmo de curvatura mínima gera um superfície que interpola todas as observações disponíveis através da solução da equação diferencial modificada biharmônica com tensão (Smith & Wessel, 1990):

$$(1 - T) \nabla^2 (\nabla^2 Z) - (T) \nabla^2 Z = 0$$

com três conjuntos de condições limites:

$$\text{nas extremidades} \Rightarrow (1 - T) \partial^2 Z / \partial n^2 + T \partial Z / \partial n = 0$$

$$\partial(\nabla^2 Z) / \partial n = 0$$

$$\text{nos cantos} \Rightarrow \partial^2 Z / \partial x \partial y = 0$$

Onde ∇^2 é o operador de Laplace, n é a fronteira normal, T é a tensão que varia de 0 à 1 e Z as observações.

Para comparar os três procedimentos de interpolação: inverso do quadrado da distância, curvatura mínima e krigagem ordinária, o método do Quadrado Médio do Erro - QME (Addink & Stein, 1999; Phillips, et al. 1992) será calculado pela seguinte fórmula:

$$QME = \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} (Z_{\text{est},\alpha} - Z_{\alpha}^*)^2 \right\} / n(\mathbf{u})$$

Os resultados obtidos para o quadrado médio do erro serão comparados e conclusões serão obtidas. O método que apresentar o menor quadrado médio residual será o método considerado como o mais eficiente.

Resultados e Discussão

Os dados anuais de precipitação são médias de 40 anos para o período de 1957 a 1997. Todas as análises foram realizadas nestas médias sem se preocupar com as flutuações anuais de um ano para o outro. A Tabela 1 apresenta as estatísticas básicas da variável em estudo.

Tabela 1. Estatísticas para precipitação anual em 1027 estações climatológicas.

Precipitação Anual (mm)				
Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	CV
1.490,64	304,92	1.077,70	4.378,00	20,46%

Como verifica-se na Tabela 1, o coeficiente de variação (CV) pode ser considerado moderado, sendo que esta variação existente caracteriza-se principalmente pelas estações localizadas no litoral, cujos dados, devido a peculiaridades climáticas, não seguem a mesma tendência dos demais. Também foram obtidos os coeficientes de assimetria (3,61) e curtose (18,61) indicando que os dados não podem ser considerados normalmente distribuídos (assimetria e curtose iguais a zero).

O semivariograma experimental para precipitação anual é apresentado na Fig. 1 e é utilizado para avaliar a dependência espacial da variável em estudo. Visando tornar mais homogêneo os dados do litoral e do interior, a transformação de logaritmo neperiano foi usada.

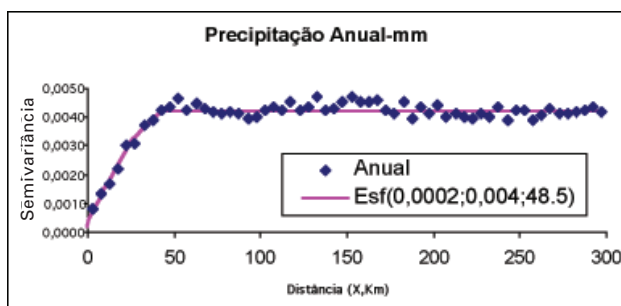


Fig. 1. Precipitação anual em mm. Modelo Esférico ajustado.

O grau de ajuste do modelo foi verificado através do coeficiente de determinação $R^2 = 0,95$, mostrando o quanto o modelo de regressão explica da variabilidade total da variável em estudo. A validação desses

modelos foi realizada através do procedimento de auto-validação “Jack-Knifing” (Vieira, 2000). O exame do semivariograma para precipitação anual, revela que existe dependência espacial, onde o efeito pepita é $C_0 = 0,0002$ e o alcance $a = 48,5$ Km. O efeito pepita de 0,0002 significa que existe uma descontinuidade entre valores separados por distâncias menores do que o usado no intervalo de amostragem. A proporção deste valor para o patamar do semivariograma ($C_0 + C_1$), no caso 4,76%, é um indicativo da quantidade de variação ao acaso de um ponto para outro, e quanto menor seu valor, mais parecidos são os valores vizinhos. O alcance (a) de 48,5 km significa que todos os vizinhos dentro desse raio podem ser usados na estimativa de valores em espaçamentos mais próximos. As variáveis apresentaram isotropia, ou seja, variabilidades idênticas independente da direção escolhida na área experimental.

Como dependência espacial para a variável em estudo foi obtida, a krigagem ordinária foi usada para estimar valores em pontos não amostrados. Os valores obtidos através da krigagem são não-viciados, têm variância mínima (Vieira, 2000; Goovaerts, 1997) e são ideais para a construção de mapas de isolinhas ou tridimensionais para verificação e interpretação da variabilidade espacial. As informações mostradas nestes gráficos de isolinhas são muito úteis para melhor entender a variabilidade das propriedades da precipitação pluvial e para identificar áreas que necessitam maiores ou menores cuidados, como pode ser visto na Fig. 2, com as observações retransformadas para os padrões originais.

A Fig. 2 mostra uma faixa de alta precipitação pluviométrica no litoral do Estado. Os índices pluviométricos das estações localizadas no litoral, devido ao relevo da região, apresentam resultados que seguem uma ordem própria sendo discrepantes dos demais. Isto ocorre devido ao relevo concordante (a Serra do Mar se dispõe mais ou menos paralelamente à linha da costa), as vertentes a barlavento (lado de onde sopra o vento) são mais expostas aos ventos úmidos. O ar depara-se com a barreira montanhosa e é obrigado a subir. Ao subir, arrefece e satura, dando-se a condensação do vapor de água e a formação de nuvens originando a queda de precipitação do tipo orográfico ou de relevo. As vertentes opostas são mais protegidas pelos ventos e o ar é mais seco pelo que a distribuição de precipitação é mais constante.

Com o objetivo de comparar o interpolador de krigagem ordinária com os interpoladores de inverso do quadrado da distância e curvatura mínima, a distribuição espacial para a precipitação anual foi calculada conforme mostram as Fig. 3 e 4.

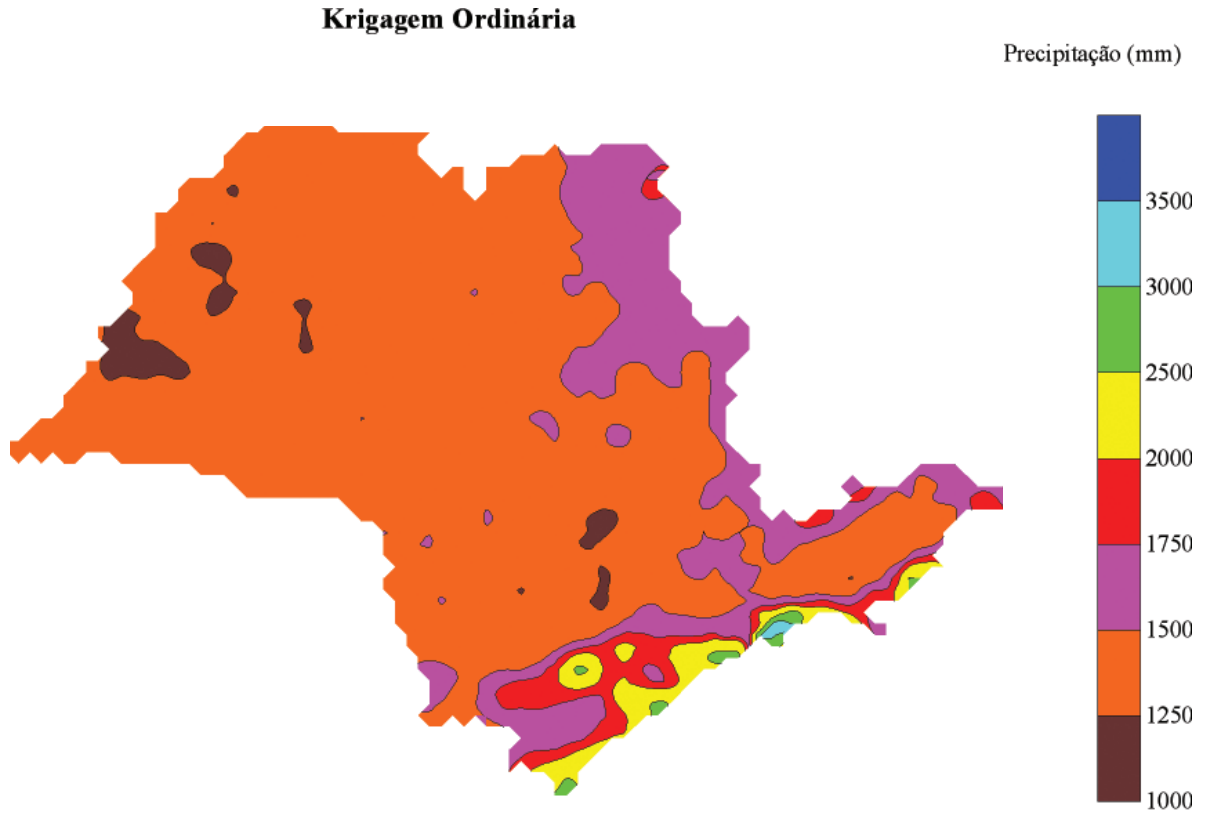


Fig. 2. Distribuição espacial para precipitação anual no Estado de São Paulo obtida através de krigagem ordinária.

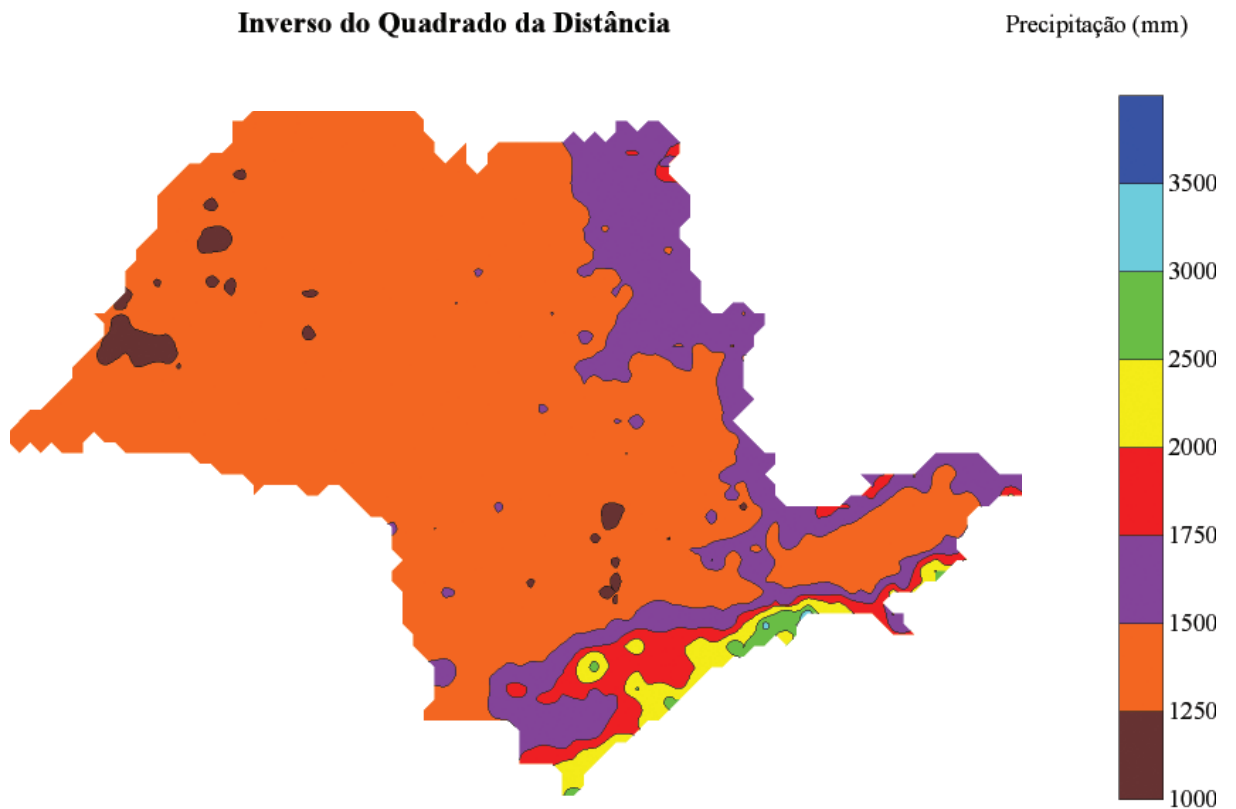


Fig. 3. Distribuição espacial para precipitação anual no Estado de São Paulo obtida através do inverso do quadrado da distância.

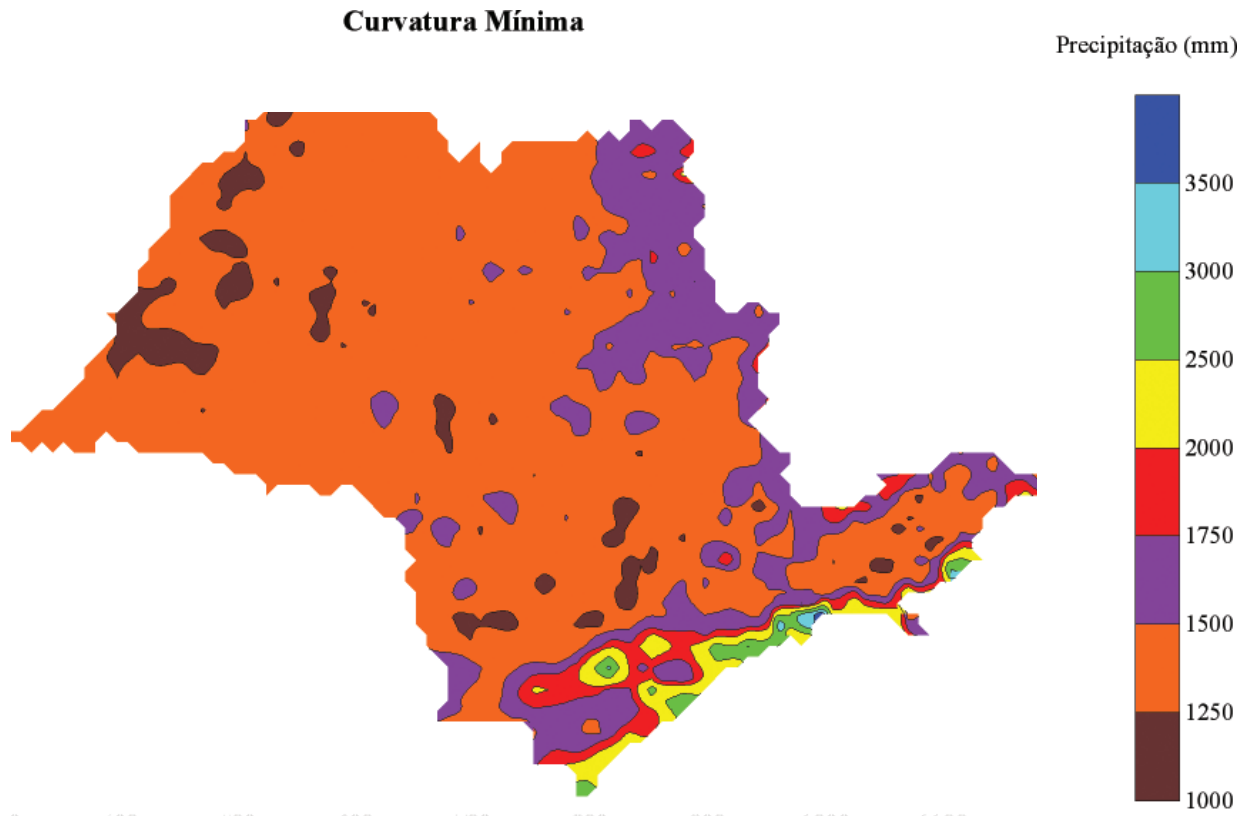


Fig. 4. Distribuição espacial para precipitação anual no Estado de São Paulo obtida através da curvatura mínima.

Pela comparação dos mapas obtidos, verifica-se que o método de krigagem ordinária apresenta distribuição espacial muito mais homogênea do que os demais. Este resultado é obtido principalmente pelo fato deste interpolador ser não-viciado com variância mínima, ou seja, é um interpolador ótimo.

A performance destes interpoladores foi obtida e comparada usando o critério do quadrado médio do erro. Para os valores estimados pelos métodos do inverso da distância ao quadrado e curvatura mínima, este critério pode ser aplicado diretamente, pois não são interpoladores ótimos e a diferença dos valores estimados e os observados não é nula. Entretanto, para o interpolador de krigagem ordinária, por ser ótimo, esta diferença é nula, logo para ter os valores estimados no ponto observado, o método de validação cruzada

(Vieira, 2000; Isaaks & Srivastava, 1989) foi usado. Este método envolve a estimativa de cada ponto medido “fazendo de conta” que ele não existe, durante a sua estimativa. A razão é que krigagem ordinária é um interpolador exato, passando exatamente pelo ponto observado, quando este é usado no cálculo.

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos para o critério de comparação QME. O valor do critério deve ser próximo de zero se o algoritmo for preciso. Altos erros estimados são obtidos para os três interpoladores. Para os dados em questão, o interpolador que apresentou resultado mais acurado foi o de krigagem ordinária, seguido por curvatura mínima e por último o inverso do quadrado da distância.

Tabela 2. Valores do quadrado médio do erro para interpoladores usado na distribuição espacial de precipitação anual.

<i>Krigagem Ordinária</i>	<i>Inverso do Quadrado da Distância</i>	<i>Curvatura Mínima</i>
	QME	
24.952,80	114.050,44	113.010,52

Conclusões

- Os resultados confirmam que os métodos geoestatísticos são técnicas cujos interpoladores, por serem ótimos, apresentam melhores resultados que os demais interpoladores que ignoram a dependência espacial entre observações.
- As estações climatológicas situadas no litoral do Estado, apresentam distribuição de precipitação pluviométrica diferente das demais estações.
- O uso de altitude como variável auxiliar na determinação da distribuição espacial de precipitação poderá aumentar a precisão do interpolador geoestatístico a ser usado.

Referências Bibliográficas

ADDINK, E. A.; STEIN, A. A comparison of conventional and geostatistical methods to replace clouded pixels in NOAA-AVHRR images. **Int. J. Remote Sensing**, v. 20, n. 5, p. 961-977, 1999.

CARVALHO, J. R. P. de; VIEIRA, S. R. **Avaliação e comparação de estimadores de krigagem para variáveis agrônômicas – uma proposta**. Campinas: Embrapa Informática Agropecuária, 2001. 21 p. (Embrapa Informática Agropecuária. Documentos, 9).

CARVALHO, J. R. P. de; SILVEIRA, P. M. da; VIEIRA, S. R. Geoestatística na determinação da variabilidade espacial de características químicas do solo sob diferentes preparos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, DF, v. 37, n. 8, p. 1151-1159, ago. 2002.

GOOVAERTS, P. **Geostatistics for natural resources evaluation**. New York: Oxford University Press, 1997. 483 p.

GOOVAERTS, P. Performance comparison of geostatistical algorithms for incorporating elevation into the mapping of precipitation. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON GEOCOMPUTATION, 4th, 1999, Fredericksburg. **GeoComputations conference proceedings...** [Fredericksburg]: Mary Washington College, 1999. Disponível em: <http://www.geovista.psu.edu/sites/geocomp99/Gc99/023/gc_023.htm>. Acesso em: 23 nov. 2002.

ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. **Applied geostatistics**. New York: Oxford University Press, 1989. 561 p.

PHILLIPS, D. L.; DOLPH, J.; MARKS, D. A comparison of geostatistical procedures for spatial analysis of precipitations in mountainous terrain. **Agric. and Forest Meteorol.**, n. 58, p. 119-141, 1992.

SMITH, W. H. F.; WESSEL, P. Gridding with continuous curvature splines in tension. **Geophysics**, v. 55, n. 3, p. 293-305, 1990.

VIEIRA, S. R. Geoestatística em estudos de variabilidade espacial do solo. In: NOVAIS, R. F. de; ALVAREZ V., V. H.; SCHAEFER, C. E. G. R. (Ed.). **Tópicos em ciência do solo**. Viçosa: Sociedade Brasileira de Ciência do Solo, 2000. v. 1, p. 1-54.

VIEIRA, S. R.; CARVALHO, J. R. P. de. **Estudo da periodicidade temporal de chuvas em bacia hidrográfica dos Rios Turvo / Grande – uma proposta**. Campinas: Embrapa Informática Agropecuária, 2001. 17 p. (Embrapa Informática Agropecuária. Documentos, 10).

Comunicado Técnico, 33 **Embrapa Informática Agropecuária Área de Comunicação e Negócios (ACN)**
Av. André Tosello, 209
Cidade Universitária - "Zeferino Vaz"
Barão Geraldo - Caixa Postal 6041
13083-970 - Campinas, SP
Telefone (19) 3789-5743 - Fax (19) 3289-9594
e-mail: sac@cnptia.embrapa.br

1ª edição
2002 - on-line
Todos os direitos reservados

Comitê de Publicações **Presidente:** José Ruy Porto de Carvalho
Membros efetivos: Amarindo Fausto Soares, Ivaniilde Dispatto, Luciana Alvim Santos Romani, Marcia Izabel Fugisawa Souza, Suzilei Almeida Carneiro
Suplentes: Adriana Delfino dos Santos, Fábio Cesar da Silva, João Francisco Gonçalves Antunes, Maria Angélica de Andrade Leite, Moacir Pedroso Júnior

Expediente **Supervisor editorial:** Ivaniilde Dispatto
Normalização bibliográfica: Marcia Izabel Fugisawa Souza
Capa: Intermídia Publicações Científicas
Editoreção Eletrônica: Intermídia Publicações Científicas