

SUMÁRIO  
CONTÍDUO

1 - CONCEITOS BÁSICOS	
1.1 - Conceitos de nível e estatística	01
1.2 - Tipos de estatística	02
1.3 - Estatística descritiva	03
1.4 - Estatística inferencial	04

**CURSO DE ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL**

**PARTE I**

**ASPECTOS BÁSICOS EM GERAL**

**Coordenador: JOSÉ RICARDO ESCOBAR**



1.1 - Conceitos	
1.2 - Tipos de estatística	
1.3 - Estatística descritiva	

2 - TEMAS DE APLICACÃO	
2.1 - Aplicação	
2.2 - Testes	
2.3 - Testes	
2.4 - Estatística geral para análise de variância	

**PERÍODO: 08 A 12/09/86**

**LOCAL: UEPAE DE MANAUS**

# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## 1. CONCEITOS BÁSICOS

### 1.1 RACIOCÍNIO

#### DESCRITIVO

(Pré-Teste)

## S U M Á R I O

Páginas

### 1 - CONCEITOS BÁSICOS

1.1 - Raciocínio dedutivo e indutivo .....	03
1.2 - Método científico .....	04
1.3 - Dados e variáveis .....	06

### 2 - ESTATÍSTICA DESCRITIVA

2.1 - Distribuição de frequências .....	07
2.2 - Representações gráficas .....	10
2.3 - Medidas de tendência central .....	15
2.4 - Medidas de dispersão .....	20
2.5 - Análise de correlação .....	25
2.6 - Regressão linear .....	27

### 3 - AMOSTRAGEM

3.1 - Conceitos .....	30
3.2 - Inteiramente ao acaso .....	36
3.3 - Estratificada .....	41

### 4 - TESTES DE HIPÓTESES

4.1 - Análise de contagem .....	47
4.2 - Teste de hipóteses (Conceito) .....	50
4.3 - Teste de "t" .....	54
4.4 - Conceitos gerais para análises de variância .....	62

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

### 1.. CONCEITOS BÁSICOS

#### 1.1 RACIOCÍNIO

##### DEDUTIVO

(Produtor)

Se dispõe de certos princípios e nos interessa saber o que acontecerá sob certas condições específicas. Raciocínio do geral ao particular.

(aplicação de princípios)

(Teste de métodos, técnicas, resultados etc.)

- Temos a fórmula geral do círculo  $A = \pi r^2$ . Qual é a área de um círculo de raio = 15 cm<sup>2</sup>.
- Temos a seguinte função de resposta a adubos potássicos  $Y = 2,00024x - 0,1392x^2$ . Qual é a produção esperada ao aplicar 50 kg do K?
- Dispondo de uma chave e descrições de invasoras no Amazonas. A que espécie e gênero, pertence certa invasora coletada em Manacapuru?

#### RACIOCÍNIO

##### INDUTIVO

(pesquisador)

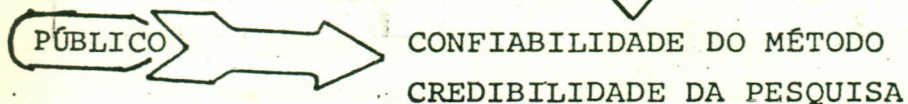
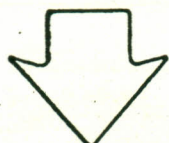
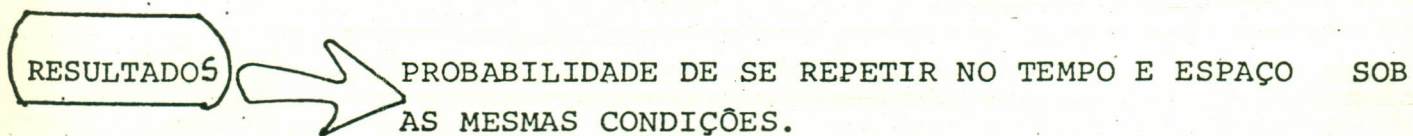
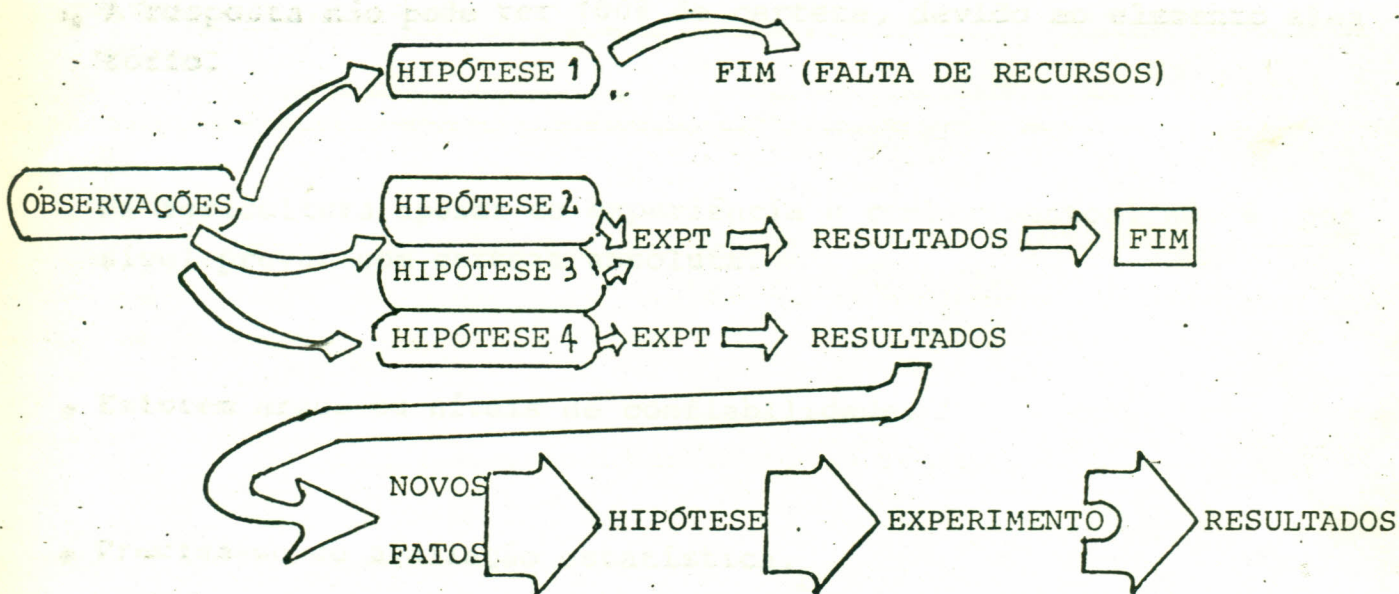
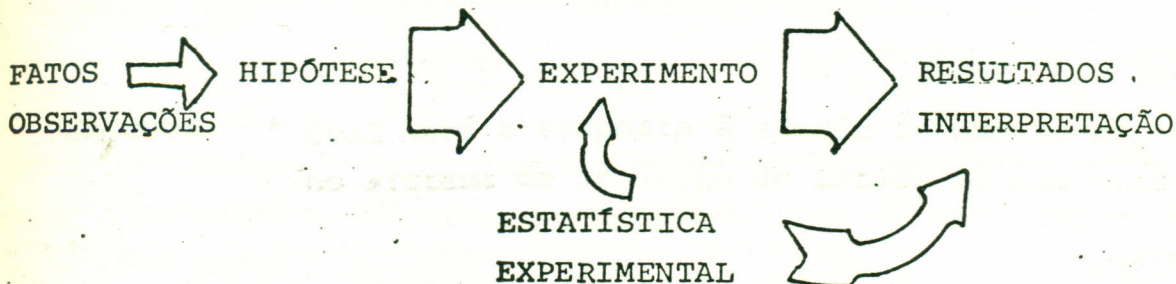
Se dispõe de vários casos específicos e se deseja chegar a princípios gerais, que serão aplicados a todos os casos. Do particular ao geral. (geração de princípios, normas, funções. comportamento).

- Com dados das áreas e raios de muitos círculos. Que fórmula geral podemos gerar, que expresse a relação entre as áreas e os raios de todos os círculos?
- Com dados das produções obtidas para diferentes níveis de K em vários anos de pesquisa. Qual será a função de resposta para o K para a região X e a cultura Y?
- Se dispõe de numerosas descrições de invasoras no Estado do Amazonas. Qual será uma chave, com descrições detalhadas que permita classificar as invasoras no Estado do Amazonas?

# RACIOCÍNIO INDUTIVO NA AGRICULTURA

## 1.2 MÉTODO CIENTÍFICO

Se refere a prática e utilização do método científico



## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## RACIOCÍNIO DEDUTIVO NA AGRICULTURA

PERGUNTA: " Qual será a resposta à adoção de uma nova tecnologia no sistema de produção do Estado do Amazonas ".

- A resposta não pode ter 100% de certeza, devido ao elemento aleatório.
- Na agricultura apesar da experiência e conhecimentos, não é possível prever com certeza absoluta.
- Existem graus ou níveis de confiabilidade.
- Precisa-se de avaliação estatística.

# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## 1.3 DADOS E VARIÁVEIS

### CONCEITOS ELEMENTARES

#### 1. DADOS

- 25.000 produtores de guaraná
- 50 vacas leiteiras
- 10 lesões de antracnose

#### 2. SUBSTANTIVOS

- Variáveis:
- $x$  = número de cachos/planta
  - $y$  = kg adubo/mês
  - $z$  = TM de milho/ha

#### 3. ADJETIVOS

Valores das variáveis:

- |                     |                           |                    |
|---------------------|---------------------------|--------------------|
| • $x_1 = 5$ cachos  | • $y_1 = 20$ kg adubo/Jan | • $z_1 = 15$ TM/ha |
| • $x_2 = 15$ cachos | • $y_2 = 50$ kg adubo/Mar | • $z_2 = 25$ TM/ha |
| • $x_3 = 7$ cachos  | • $y_3 = 40$ kg adubo/Dez | • $z_3 = 5$ TM/ha  |

#### 4. VERBOS

Somatória:  $\Sigma$

Raiz quadrada:  $\sqrt{x}$

Potência:  $x^a$

#### 5. ADVÉRBIOS

Modificam a ação do verbo

Exemplo:  $x = 3$   
 $\Sigma x = 1 = x_1 + x_2 + x_3$

# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## 2.1 DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS

### NÚMERO DE PLANTAS DE DENDÊ POR HECTARE DE UMA FAZENDA COM PROBLEMAS DE SOBREVIVÊNCIA

#### ● DADOS DE 50 HECTARES

82	115	113	125	93	126	94	117	100	122
100	118	109	119	103	119	108	121	108	118
105	123	106	115	108	116	104	126	111	127
108	130	103	131	110	131	111	142	104	143
112	136	89	139	114	140	114	133	115	133

#### ● DADOS ORGANIZADOS

82	100	105	108	112	115	118	123	130	136
89	103	106	109	113	115	119	125	131	139
93	103	108	110	114	116	119	126	131	140
94	104	108	111	114	117	121	126	133	142
100	104	108	111	115	118	122	127	133	143

#### ● DADOS CLASSIFICADOS

Classes	f	x	fA	fD	FR (%)	fRA	fRD
82- 86	1	84	1	50	2	2	100
87- 91	1	89	2	49	2	4	98
92- 96	2	94	4	48	4	8	96
97-101	2	99	6	46	4	12	92
102-106	6	104	12	44	12	24	88
107-111	8	109	20	38	16	40	76
112-116	8	114	28	30	16	56	60
117-121	6	119	34	22	12	68	44
122-126	5	124	39	16	10	78	32
127-131	4	129	43	11	8	86	22
132-136	3	134	46	7	6	92	14
137-141	2	139	48	4	4	96	8
142-146	2	144	50	2	4	100	4
	50			100			

f = frequência

x = ponto médio de classe

fA = frequência ascendente

fD = frequência descendente

FR = frequência relativa (%)

fRA = frequência relativa ascendente

fRD = frequência relativa descendente

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

### RECURSOS PARA A CLASSIFICAÇÃO DE DADOS

#### ● PRIMEIRO PASSO

Amplitude: valor mais alto - valor mais baixo

$$: 143 - 82 = 61$$

#### ●● SEGUNDO PASSO

Determinação do intervalo de classes. Dividir a amplitude pelo número de classes aproximadas.

$$\frac{61}{13} = 4.69 \quad = 5 \text{ — Intervalo de classes}$$

#### ●●● TERCEIRO PASSO

Determinar os limites de classes

INÍCIO	$82 + 4 = 86$	$\longrightarrow$	82-86 : Primeira classe (somar intervalo - 1)
	(+ 5) 87		87-91 : Segunda classe
	(+ 5) 92		: :
			142-146: Classe nº 13 - inclui valor mais alto.

#### ●●● QUARTO PASSO

Classificar a informação (vide exemplo)

#### DETALHES PARA LEMBRAR

$\longrightarrow$ PRIMEIRA CLASSE (exemplo)	$\longrightarrow$	Limite inferior: 82	
		Limite superior: 86	
		Intervalo de classe: 4	
$\longrightarrow$ LIMITES REAIS	$\longrightarrow$	Limite inferior: 81.5	
		Limite superior: 86.5	
		Intervalo de classe real: 5	



## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

**Limite real:** Limite superior + limite inferior próxima classe

$$: \frac{86 + 87}{2} = 86.5 = \text{assim sucessivamente} :: :: ::$$

**PERGUNTAS (exemplos):**

- Qual é o número maior de plantas por ha? R/143 (dos ordenados)
- Quantos hectares têm 116 plantas ou menos? R/ 28
- Quantos hectares têm 143 plantas? R/ 2 → 1 (dados organizados)
- Que porcentagem da área total não têm a população correta? R/96%

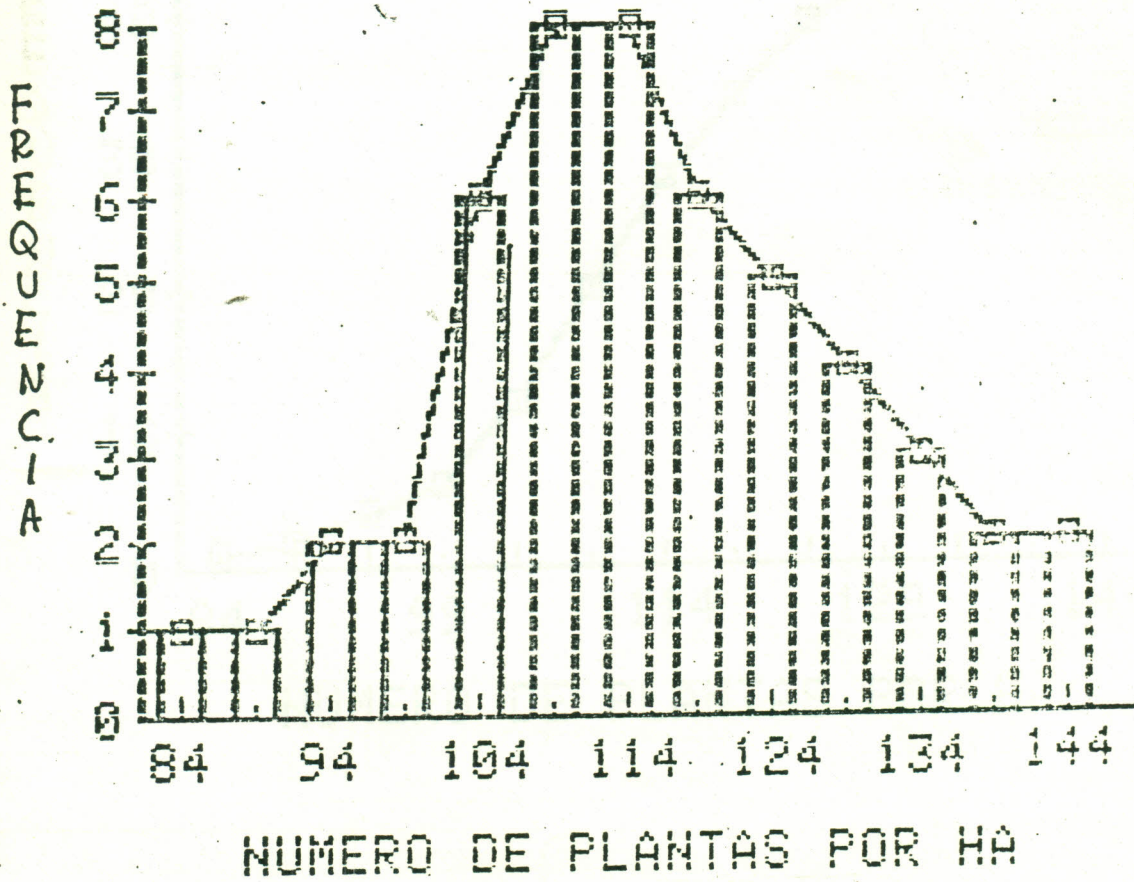
**CONCLUSÃO:**

- O 16% da área tem entre 107 - 111 plantas/hectare
- 43 hectares tem menos que 132 plantas/hectare

REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS

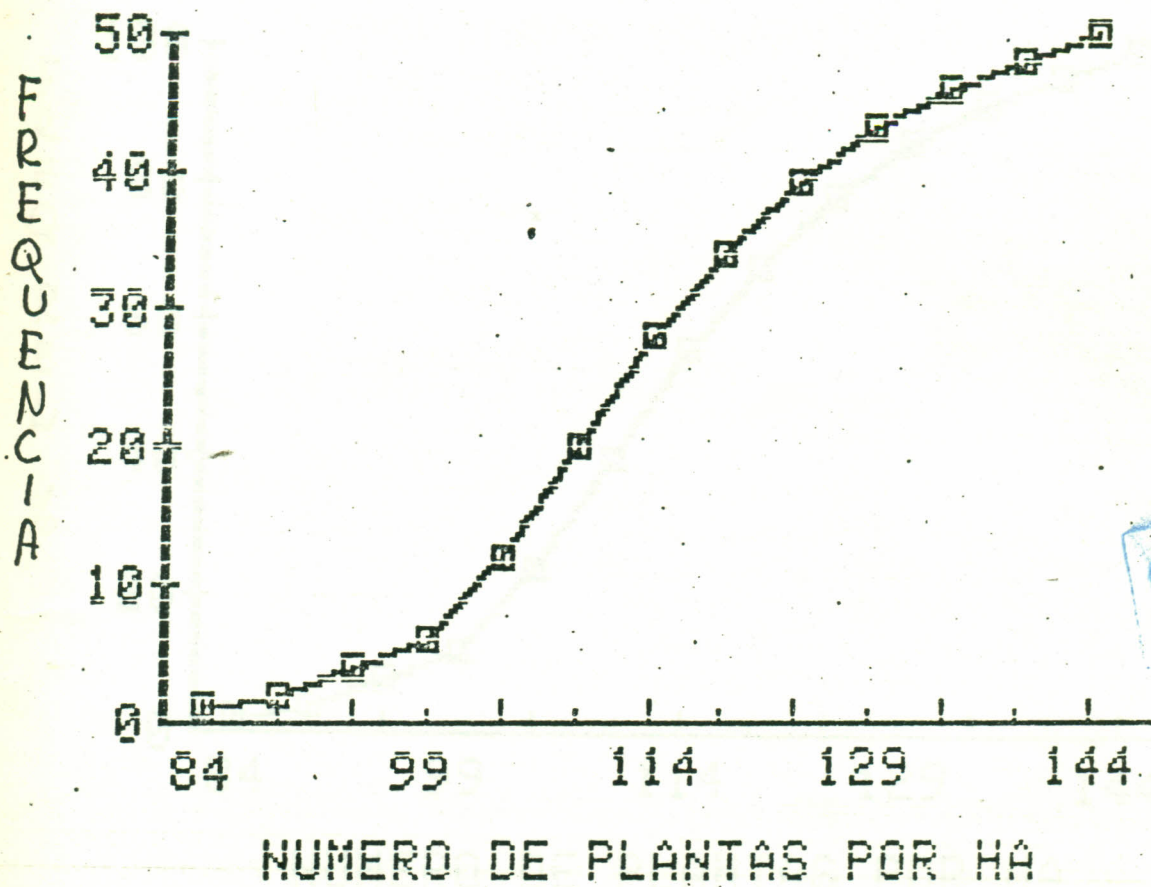
ACUMULADA ASCENDENTE

HISTOGRAMAS



## REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS

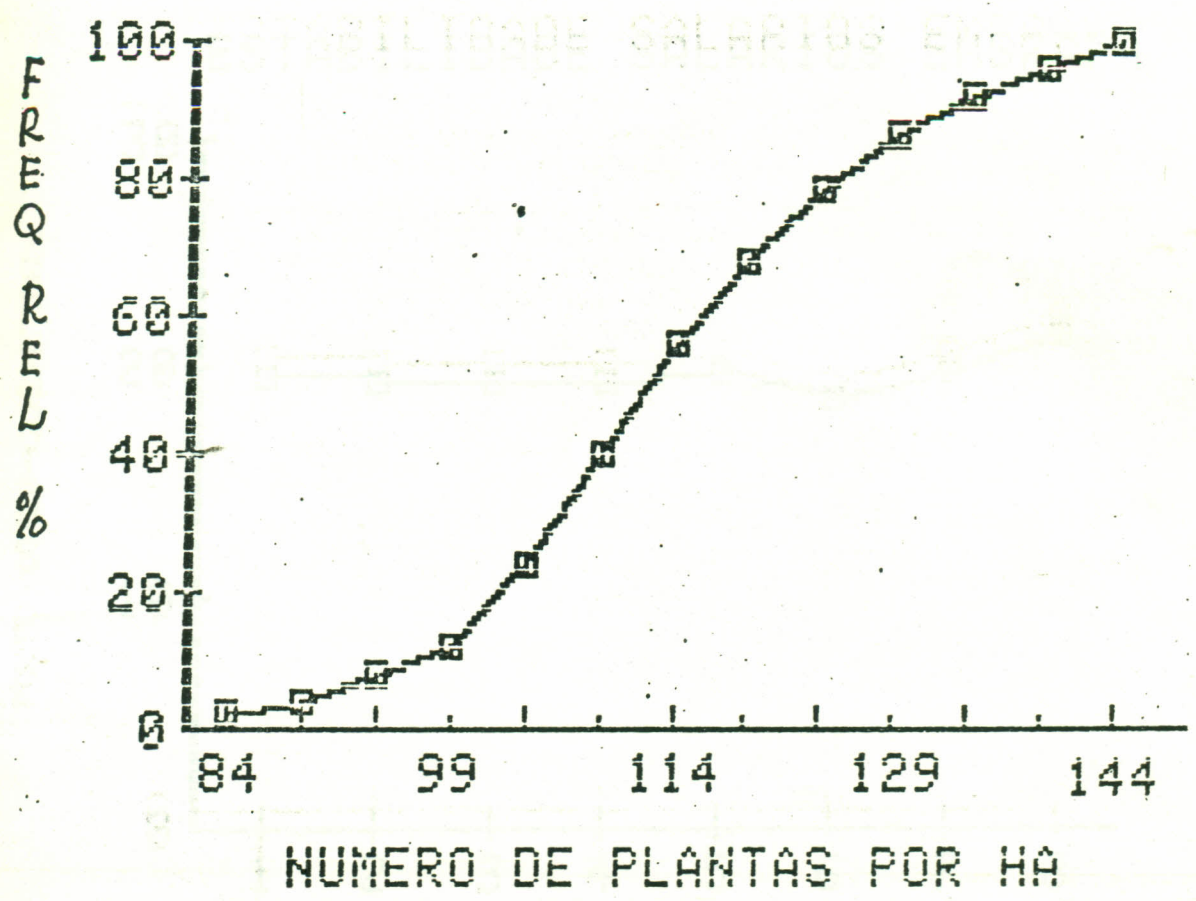
## ACUMULADA ASCENDENTE



REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS

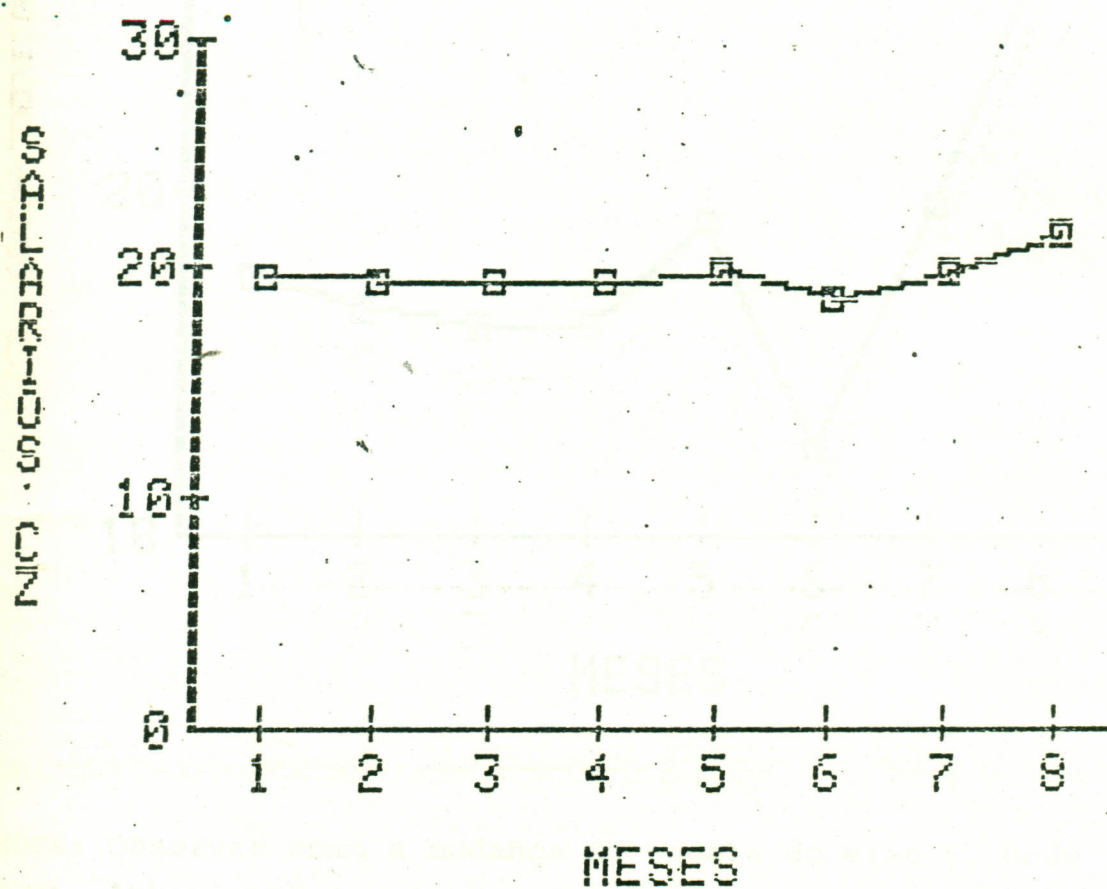
REPRESENTAÇÃO GRÁFICA

ACUMULADA RELATIVA ASCENDENTE



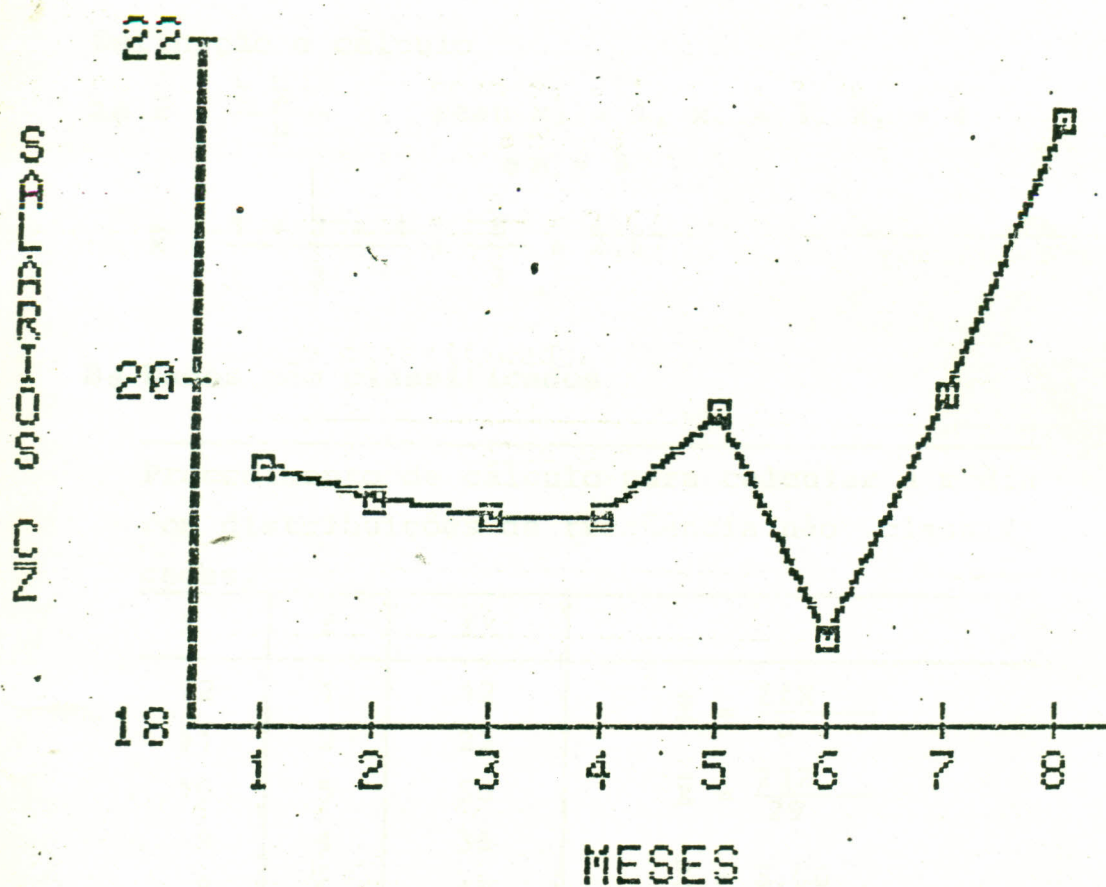
## REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS

## ESTABILIDADE SALARIOS EMBRAPA



## REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS

## AUMENTO SALARIAL EMBRAPA



NOTA: Observar como a mudança na escala do eixo y, pode levar a várias interpretações.

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

### 2.3 Medidas de tendência central

**CONCEITO:** Índice de localização central empregado na descrição das distribuições de frequência.

#### Média aritmética

##### Definição e cálculo

$$A \bullet \bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad \text{sean } x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 4$$

$$\bullet n = 3$$

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 4}{3} = \frac{8}{3} = 2.67$$

#### B • Dados não classificados

Procedimento de cálculo para calcular a média com distribuições de frequência não classificadas.

X	f	fX	
12	1	12	$\bar{X} = \frac{\sum fX}{N}$
11	2	22	
10	5	50	$\bar{X} = \frac{232}{29}$
9	4	36	$\bar{X} = 8,00$
8	6	48	
7	4	28	
6	3	18	
5	2	10	
4	2	8	

$N = 29 \quad \sum f X = 232$

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

### 2.3 MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

#### C. Dados Classificados

Procedimentos para calcular a média a partir de uma distribuição de freqüências classificadas. Se usa o ponto médio de classe como valor da variável.

1	2	3	4	
Intervalo de classe	Freqüência (f)	Ponto Médio (X)	fX	
125 - 129	2	127	254	• $\bar{X} = \frac{fX}{N}$
120 - 124	5	122	610	
115 - 119	8	117	936	• $\bar{X} = \frac{10.195}{100}$
110 - 114	10	112	1.120	
105 - 109	15	107	1.605	
100 - 104	20	102	2.040	• $\bar{X} = 101,95$
95 - 99	15	97	1.455	
90 - 94	10	92	920	
85 - 89	8	87	696	
80 - 84	4	82	328	
75 - 79	3	77	231	
N = 100		$\Sigma fX = 10.195$		

#### PROPRIEDADES DA MÉDIA

A. A soma dos desvios com relação a média é zero

$$\Sigma (x - \bar{x}) = 0 \quad \bullet \text{ Sejam } x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 4$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma (1 + 3 + 4)}{3} = 2.66$$

$x_i$	$(x_i - \bar{x})$
1	-1.66
3	0.33
4	1.33

$$\Sigma (x_i - \bar{x}) = -1.66 + 0.33 + 1.33 = 0$$



## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

### Medidas de tendência central

B. A soma dos desvios ao quadrado com relação a média e um mínimo.

1	2	3	4	5	6
$x_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - 2)^2$	$(x_i - 3)^2$	$(x_i - 5)^2$	$(x_i - 6)^2$
2	4	0	1	9	16
3	1	1	0	4	9
4	0	4	1	1	4
5	1	9	4	0	1
6	4	16	9	1	0
6	10	30	15	15	30

$N = 5$   
 $\bar{x} = 4$

### 2. Mediana

E o valor da variável que divide em duas uma serie de dados ordenados de menor a maior ou vice-versa.

•• Se é impar é o valor central

1, 2, 3, 4, (5), 9, 11, 12, 14

$$M = 5$$

••• Se é par e a média dos valores centrais

1, 2, 3, (4), (5), 9, 11, 12,

$$M = \frac{4 + 5}{2} = 4.5$$

2

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## MEDIANA

Para dados classificados se usa a seguinte relação:

$$\bullet M = Li + \frac{N/2 - f_{AA}}{f_A} \times I$$

L = Limite inferior da classe que contém a mediana.

Do nosso exemplo de 50 ha de palma nós temos.

N = Soma de freqüências

f<sub>AA</sub> = freqüências acumuladas até a anterior classe.

$$M = 111.5 + \frac{25 - 20}{8} \times 5$$

f<sub>A</sub> = freqüência absoluta da que contém a mediana.

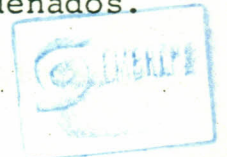
$$M = 114.625 = 115$$

I = Intervalo de classe

::: Notar que se usou o intervalo real de classe I = 5 e não I = 4; e o limite real de classe.

Também se pode determinar diretamente dos dados ordenados.

$$\bullet M = \frac{115 + 115}{2} = 115$$



## 3. Moda

É o valor da variável que ocorre com mais freqüência

$$\bullet Mo = Li + \frac{f_P}{f_A + f_P} \times I$$

f<sub>P</sub> = freqüência da classe posterior a que contém a máxima freqüência.

De nosso exemplo

f<sub>A</sub> = freqüência da classe anterior a que contém a máxima freqüência

$$\bullet Mo = 106.5 + \frac{8}{8 + 6} \times 5 = 109.3$$

O que não é correto devido que o valor 108 é o mais freqüente, no entanto 109.3 indica que a classe 107-111 contém a moda.

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

### 2.3 - Medidas de Tendência Central

**PARA LEMBRAR:** Quando a informação é influenciada por valores extremos, a média se torna uma medida imperfeita.

$x_1$	$x_2$
2	2
3	3
5	5
7	7
8	33
$\Sigma x_1 = 25$	$\Sigma x_2 = 50$
$\bar{x}_1 = 5,00$	$\bar{x}_2 = 10,00 \rightarrow$ dobrou o valor

O valor da média por si mesma, não indica nada acerca da variabilidade da informação:

$$\bar{x}_1 = \frac{5 + 5}{2} = 5$$

$$\bar{x}_2 = \frac{6 + 4}{2} = 5$$

$$\bar{x}_3 = \frac{7 + 3}{2} = 5$$

$$\bar{x}_4 = \frac{8 + 3}{2} = 5$$

$$\bar{x}_5 = \frac{9 + 1}{2} = 5$$

● + consistente

↓ - consistente

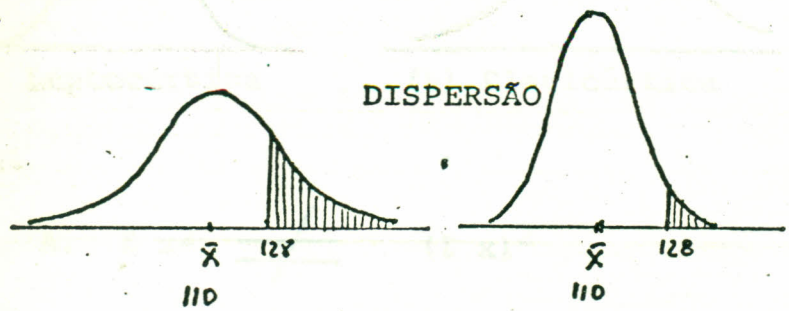
# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## MEDIDAS DE DISPERSÃO

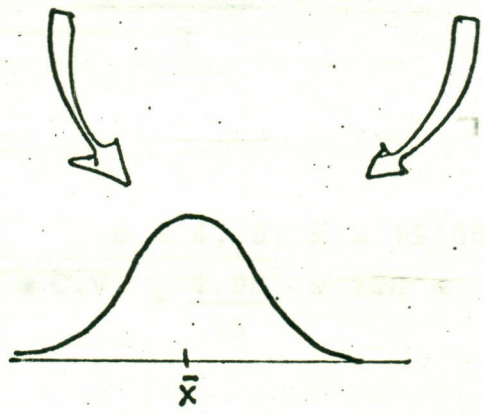
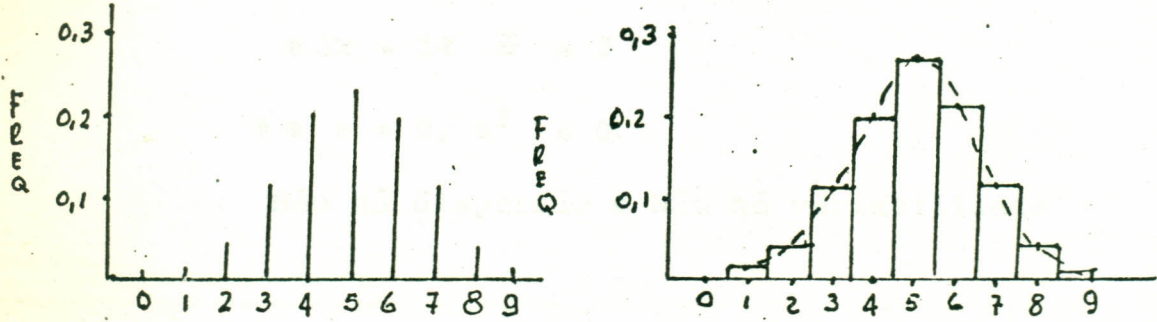
### 2.4 Medidas de dispersão

#### A. CONCEITOS

Dois grupos de dados com igual média e diferente dispersão.



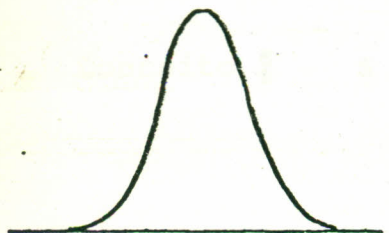
#### USO DE CURVAS SUAVIZADAS



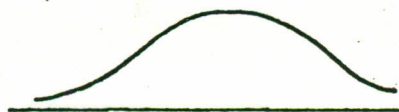
# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## MEDIDAS DE DISPERSÃO

FORMAS DA DISPERSÃO:



(a) Leptocúrtica



(b) Platicúrtica



(c) Mesocúrtica

LEMBRAR:

A.  $\Sigma x^2 \neq (\Sigma x)^2$

$\Sigma fx^2 \neq (\Sigma fx)^2$

B. Se todos os valores são idênticos

3, 3, 3, 3, 3, 3

•  $\Sigma x = 24$     $\bar{x} = 3$

••  $s = 0$ ,  $s^2 = 0$

Não há dispersão • Não há variabilidade

COEFICIENTE DE VARIAÇÃO

• C.V. =  $\frac{s}{\bar{x}} \times 100 = \%$

Exemplo:

$s = 4,98$ ;  $\bar{x} = 15,00$

• C.V. =  $\frac{4,98}{15} \times 100 = 33,2 \%$

# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## MEDIDAS DE DISPERSÃO

### B. DESVIO PADRÃO

Conceito  $\frac{1}{2}$   $s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$   $n > 30$

$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}}$   $n < 30$


Trabalho  $\frac{1}{2}$   $s = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n}}$   $n > 30$

$s = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x^2)}{n}}{n-1}}$   $n < 30$

O desvio padrão e a variância representam a dispersão do conjunto de informação. A variabilidade da informação pode comparar-se em termos de desvio padrão:

$x_1$	$x_2$
3	4
4	9
5	2
6	1
7	10
8	7

$\bullet \Sigma x_1 = 33$        $\Sigma x_2 = 33$   
 $\bullet \bullet \bar{x}_1 = 5.5$        $\bar{x}_2 = 5.5$   
 $\bullet \bullet \bullet s = 1.87$        $s = 3.72$



# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## MEDIDAS DE DISPERSÃO

### C. Variância

É o quadrado do desvio padrão

● Conceito =  $s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}$   $n < 30$

$$\frac{\sum x^2 - (\sum x)^2}{n}$$

● Trabalho =  $s^2 = \frac{\sum x^2 - (\sum x)^2}{n - 1}$   $n < 30$

### D. Cálculos vários

Procedimento para calcular  $s$ , usando o método da desviação média.

X	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	
9	+4	16	
8	+2	9	
7	+2	4	
7	+2	4	$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$ *
7	+2	4	
5	0	0	
5	0	0	
5	0	0	$s = \sqrt{72/14}$
5	0	0	
4	-1	1	
4	-1	1	$s = \sqrt{5,14}$
3	-2	4	
3	-2	4	
2	-3	9	$s = 2,27$
1	-4	16	
$\sum x = 75$		$\sum (x - \bar{x}) = 0$	$\sum (x - \bar{x})^2 = 72$
$N = 15,$		$\bar{x} = 5$	

\*Para dados apresentados em forma de distribuição, a fórmula do desvio padrão é:

$$s = \sqrt{\frac{f (x - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad N \leq 30$$

Observe que a frequência que aparece na fórmula, é para re-  
cordar que cada  $(x - \bar{x})^2$  se deve multiplicar por sua correspon-  
dente frequência antes de ser somada. Ainda que utilizemos  
uma série de dados não classificados.

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

Outra forma equivalente de cálculo, só quando  $n > 30$  é: (1) esta forma é equivalente a as outras 2, quando  $n > 30$ .

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2} \quad (1) *$$

## DADOS CLASSIFICADOS

Procedimentos para calcular desvio padrão a partir das distribuições de freqüência, usando o método de dados originiais.

1 Intervalo de classe	2 f	3 X	4 fX	5 fX <sup>2</sup>	
25 - 28	1	27	27	729	$\bar{x} = \frac{990}{66} = 15,00$  $s = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \bar{x}^2}$  $s = \sqrt{\frac{16488}{66} - 15^2}$  $s = \sqrt{249,82 - 225,00}$  $s = \sqrt{24,82}$  $s = 4,98$
23 - 25	4	24	96	2304	
20 - 22	7	21	147	3087	
17 - 19	12	18	216	3888	
14 - 16	18	15	270	4050	
11 - 13	11	12	132	1584	
8 - 10	9	9	81	729	
5 - 7	3	6	18	108	
2 - 4	1	3	3	9	
$N = 66 \quad \sum fX = 990 \quad \sum fX^2 = 16488$					

Resumindo o cálculo do desvio padrão a partir de uma distribuição de freqüência:

- Passo 1. Seguir todos os passos necessários para calcular a média a partir de dados agrupados.
- Passo 2. Agregar uma coluna adicional,  $fX^2$ .
- Passo 3. Multiplicar os valores da coluna  $fX$  por os correspondentes valores da coluna  $X$  e por os resultados na coluna  $fX^2$ .
- Passo 4. Somar os valores da coluna  $fX^2$  para obter  $\sum fX^2$ .
- Passo 5. Substituir os valores  $\sum fX^2$ ,  $N$ ,  $\bar{X}$ , na fórmula e resolver as operações indicadas para encontrar o desvio padrão.



2.5 - Análise de Correlação

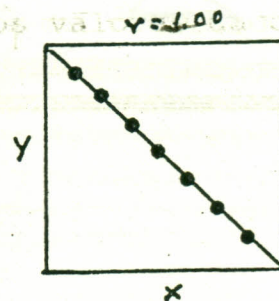
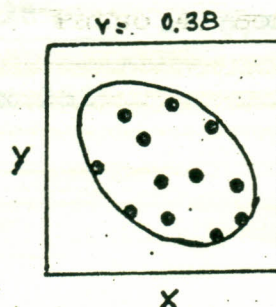
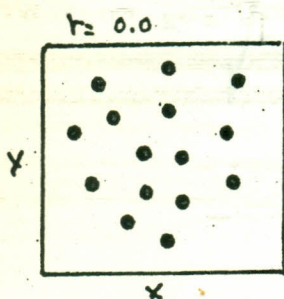
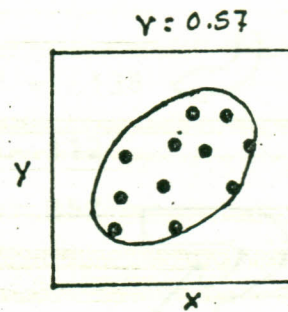
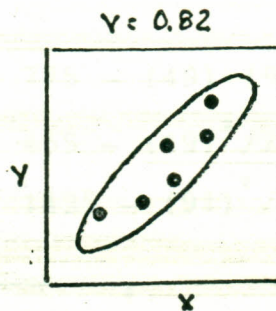
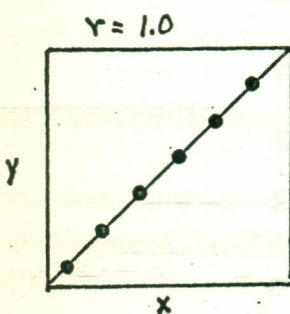
A. Conceito

- Frequentemente é necessário determinar as relações entre dois ou mais variáveis independentes.
- A expressão quantitativa do grau de relação entre as variáveis é o coeficiente de correlação.

CÁLCULO

$$r = \frac{\Sigma xy - (\Sigma x)(\Sigma y)/n}{\sqrt{[\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2/n] \cdot [\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2/n]}}$$

$$r = \pm \sqrt{\frac{\text{Variação explicada}}{\text{Variação total}}}$$



## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

Procedimento de cálculo para o coeficiente  $r$  utilizando o método de soma de quadrados

INDIVÍDUO	X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
A	1	7	1	49	7
B	3	4	9	16	12
C	5	13	25	169	65
D	7	16	49	256	112
E	9	10	81	100	90
F	11	22	121	484	212
G	13	19	169	361	247

$$\Sigma x = 49 \quad \Sigma y = 91 \quad \Sigma x^2 = 455 \quad \Sigma y^2 = 1435 \quad \Sigma xy = 775$$

$$n = 7$$

$$r = \sqrt{\frac{\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y / n}{(\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2 / n) \cdot (\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2 / n)}} = \sqrt{\frac{\Sigma xy}{(\Sigma x^2) \cdot (\Sigma y^2)}}$$

$$\Sigma xy = 775 - (49)(91)/7 = 138$$

$$\Sigma x^2 = 455 - (49)^2 / 7 = 112$$

$$\Sigma y^2 = 1435 - (91)^2 / 7 = 252$$

$$r = \sqrt{\frac{138}{112 \times 252}} = 0,82$$

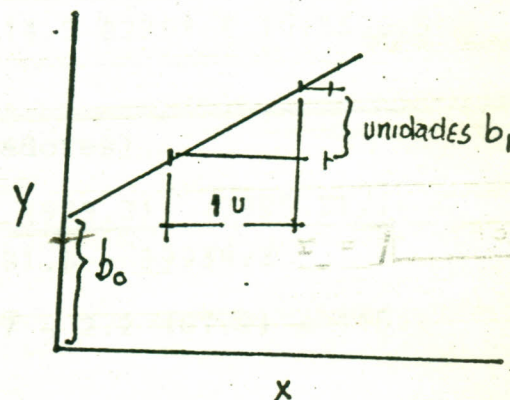
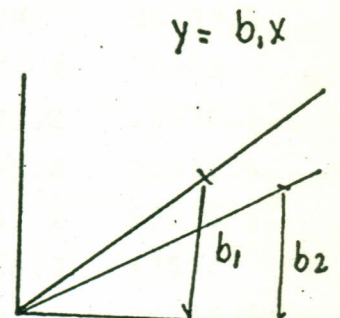
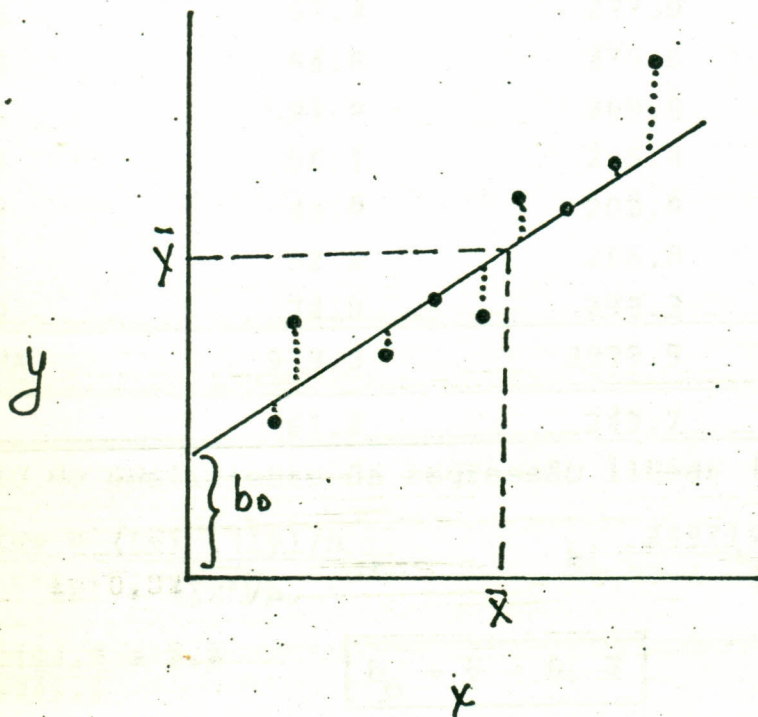
2.6 - Regressão Linear

A. Cálculo

$y = b_0 + b_1 x$  • equação da reta

$$b_1 = \frac{\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y / n}{\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2 / n}$$

•  $b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$



## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## Exemplo: Cálculo regressão linear

Em um experimento de colheita foi determinado o número de frutos soltos antes da colheita e o número de frutos soltos total. Se deseja saber si o número total de frutos desprendidos do cacho na colheita ( $y$ ) depende do número de frutos soltos antes da colheita ( $x$ ). (Cultura de Dendê).

Nº de cachos observados	Média de frutos soltos antes da colheita ( $x$ )	Frutos soltos total ( $y$ )	$xy$	$x^2$	$y^2$
40	57.0	230.9	13161.3	3249	53314.8
40	45.4	208.6	9470.4	2061.2	43514.0
50	60.7	233.9	14197.7	3684.5	54709.2
60	59.2	256.7	15196.6	3504.6	65894.9
35	45.9	197.5	9065.3	2106.8	39006.3
42	61.2	209.6	12827.5	3745.4	43932.2
40	62.1	236.4	14680.4	3856.4	55885
45	69.7	259.8	18108.1	4858.1	67496
46	73.0	294.6	21505.8	5329	86789.2
50	63.4	277.0	17561.8	4079.6	76729
55	64.6	279.6	18062	4273.2	78176.2
56	91.9	300.8	27643.5	8445.6	90480.6
40	56.1	236.4	13262.0	3147.2	55885
42	42.9	208.6	8948.9	1840.4	43514
40	52.2	265.8	13874.8	2724.8	70649.6
50	74.0	299.3	22148.2	5476	89580.5
SOMA	979.3	3995.5	249714.5	62281.8	1015556.5
$\bar{x}$	61.2	249.7			

Cálculo do coeficiente da regressão linear (estimadores).

$$b_1 = \frac{\sum xy - (\sum x)(\sum y)/n}{\sum x^2 - (\sum x)^2/n}, \quad b_1 = \frac{249714.5 - (979.3)(3995.5)/16}{62281.8 - 59939.3}$$

$$b_1 = \frac{5164.8}{2342.5} = 2.2 \quad b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} = 249.7 - 2.2(61.2) = 115.1$$

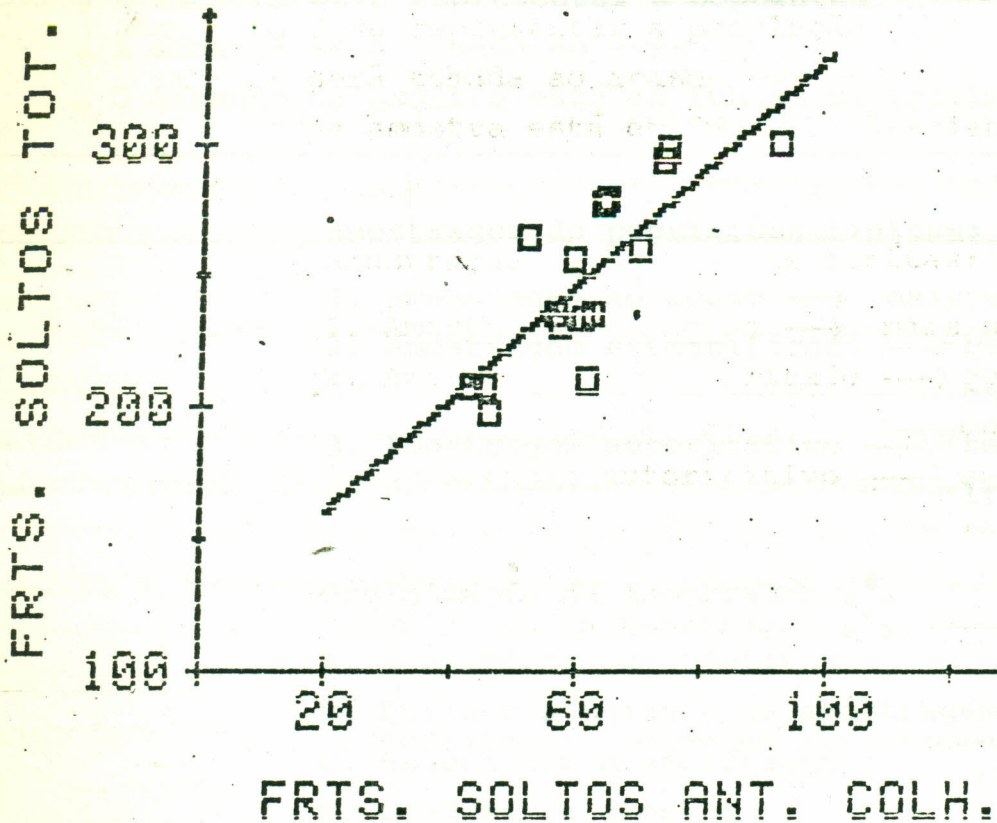
A equação linear é a seguinte:  $y = 115.1 + 2.2x$

Com esta equação podemos, calcular qualquer valor de "y" (frutos soltos total) para qualquer valor de "x", frutos soltos antes da colheita. (ver gráfico).

EXEMPLO REGRESSÃO

PROSTAGLINA

$$y = 115.1 + 2.2x$$



Nota: Existem testes de hipóteses para verificar se o coeficiente  $b$ , é significativo ou não.

# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## AMOSTRAGEM

### 3.1 - CONCEITOS

- A amostra deve representar a população
- A amostra será tomada ao acaso
- O tamanho da amostra está em função da variabilidade da informação.

Amostragem de populações finitas:

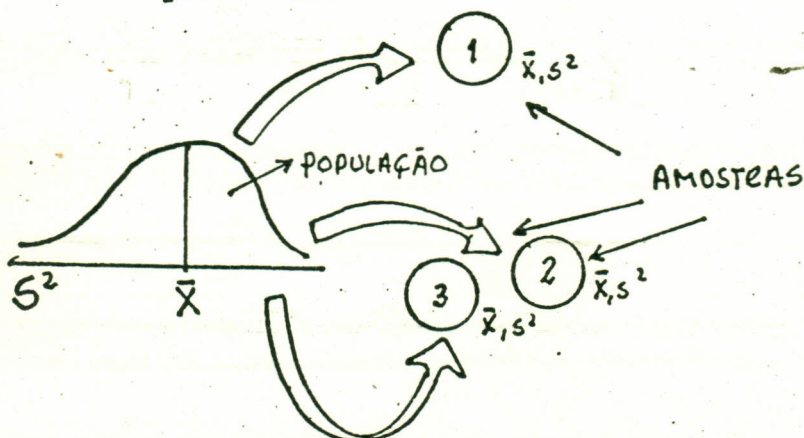
1. Amostragem ao acaso → mais usado
2. Amostragem estratificado → quando existam grupos ou estratos.
3. Amostragem autoritativo — segurança de quem realiza a amostragem.

Organização da Amostragem ••

- A. Clarificar os objetivos
- B. Definir a unidade de amostragem e a população
- C. Selecionar a amostragem
- D. Conduzir a amostra
- E. Analisar a informação

Tamanho da amostra ::: depende em parte de:

- Fundos ou financiamento. Quanto maior o tamanho da amostra o custo é mais alto. Menor tamanho → menor precisão.



## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

### DEFINIÇÕES:

- Marco: É a lista organizada de todos os componentes da população; e a apresentação organizada do conjunto universal definido pela variável  $Y_i$

$$Y_i = Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_N$$

- Amostra : É a coleção de  $n$  unidades obtidas do marco anterior.

$$Y_i = Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$$

### ANÁLISE DA INFORMAÇÃO:

#### ◆ Estimadores:

- Média:  $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i$

- Variância:  $S^2 = \frac{\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2/n}{n-1}$

- Variância das Médias:  $S_{\bar{y}}^2 = \frac{S^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}$

$N$  = Tamanho população  
 $n$  = Tamanho amostra

- Desvio padrão da Média:  $S_{\bar{y}} = S$

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## ESTIMADOS

Total da população  $\hat{y} = N\bar{y}$  N = Tamanho da população finita

Média população  $\hat{y} = \bar{y}$

Variância população  $\delta^2 \hat{y} = S^2 \bar{y} N^2$

Erro padrão população  $\delta \hat{y} = \frac{S^2 \bar{y}}{N}$

## PARÂMETROS

Total  $y = \Sigma y_i$

Média  $\bar{y} = \frac{1}{N} \Sigma y_i$

Variância  $\delta^2 = \frac{\Sigma y_i^2 - (\Sigma y_i)^2 / N}{N}$



## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## CONFIABILIDADE

● Intervalo de confiança para estimar a média a partir de uma amostra.

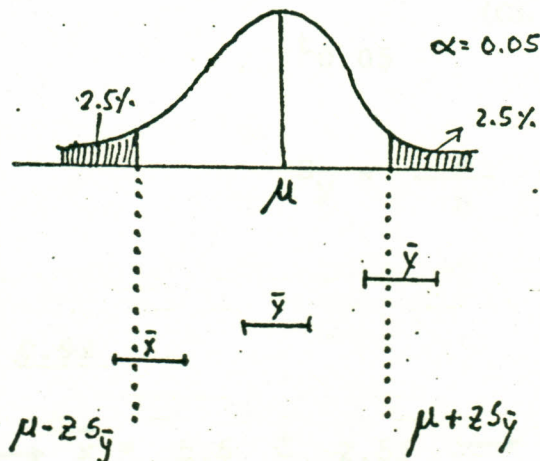
Conceito: a partir da amostra

$$\text{Probabilidade: } \left\{ \bar{y} - t_{\alpha} s_{\bar{y}} < \bar{y} \leq \bar{y} + t_{\alpha} s_{\bar{y}} \right\} = 1 - \alpha$$

$$\bullet \quad \bar{y} \pm t_{\alpha} s_{\bar{y}} \quad \left\{ \begin{array}{l} s_{\bar{y}} = \text{Variabilidade da amostra} \\ s = \text{desvio padrão} \\ s_{\bar{y}} = \text{erro padrão} \\ s_{\bar{y}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \\ t_{\alpha} \text{ ou } z = \text{Valor de probabilidade} \\ \text{a confiança para } n - 1 \\ \text{observações na amostra.} \end{array} \right.$$

● Quando se conhece a média da população ( $\mu$ ) e  $\delta^2$  o intervalo de confiança é:

$$\bullet \quad \bar{y} - z s_{\bar{y}} < \mu \leq \bar{y} + z s_{\bar{y}}$$



# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## AMOSTRAGEM

Exemplo:

Seja a seguinte amostra:

$$y_1 = 4 + 6 + 8 + 7 + 3$$

$$\bar{y} = 5.6 \quad s = 2.07$$

Quais são os intervalos de confiança desta média para  $P = 0.05$  ?

$$\bar{y} \pm t_{S_{\bar{x}}}$$

$$\bar{y} = 5.6$$

$$(GL = 4) = 2.77$$

$$t_{0.05}$$

$$S_{\bar{y}} = \frac{s}{n} = \frac{2.07}{2.24} = 0.92$$

$$\bar{y} \pm 2.776 = 0.92$$

$$\bar{y} \pm 2.55 \rightarrow \bar{x} = 5.6 \pm 2.55 \rightarrow \text{amplitude: 3.1 a 8.1}$$

# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## AMOSTRAGEM

### Tamanho da amostra e precisão

Conceito::

$$d^2 = t^2 \frac{s^2}{n}$$

$$t = 95\% = n - 1 \text{ G.L.}$$

$$99\% = n - 1 \text{ G.L.}$$

d = precisão

t = probabilidade

s<sup>2</sup> = variância

### Tamanho da amostra (população infinita)

$$n = \frac{t^2 s^2}{d^2}$$

vem de::  $d^2 = t^2 \frac{s^2}{n}$



$$\frac{d^2}{t^2} = \frac{s^2}{n}$$

$$\sqrt{\frac{d^2}{t^2}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}}$$

$$\frac{d}{t} = \frac{s}{\sqrt{n}}; \sqrt{n} = \frac{st}{d}; n = \frac{(st)^2}{d^2}$$

PARA POPULAÇÕES FINITAS



$$n = \frac{1}{\frac{d^2}{t^2 s^2} + \frac{1}{N}}$$

N: Tamanho população

# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## AMOSTRAGEM

### 3.2-Amostragem inteiramente ao acaso

- USOS:
- Nos casos de relativa homogeneidade.
  - Não existe outra fonte de variabilidade além da atribuível ao erro de amostragem.

#### EXEMPLO

- Vamos supor que desejamos avaliar uma floresta de *Pinus* sp., que se estende em forma homogênea em 2.000 ha.
- O objetivo da pesquisa é estimar o volume médio de madeira por ha e o volume total de madeira nessa floresta.
- A unidade de amostragem é um hectare, sobre a qual se avalia o volume de madeira.
- MÉTODO:
  - O número de ha possíveis de serem amostrados é  $N = 2.000$
  - Em forma aleatória amostramos  $N = 20$  ha ao longo da floresta
  - Os resultados da avaliação se apresentam a seguir:

Volume Madeira em  $m^3$  /unidade amostrada (ha)

Unidade	Volume	Unidade	Volume
1	8	11	9
2	7	12	8
3	6	13	7
4	9	14	6
5	10	15	9
6	7	16	10
7	8	17	6
8	9	18	7
9	6	19	8
10	8	20	8

$N = 2.000$  ;  $n = 20$

#### ESTIMADORES:

$$\text{Média } \bar{y} = 7,8 \text{ m}^3/\text{ha}$$

$$\text{Variância } s^2 = 1.6421$$

$$\text{Variância das médias} = \frac{1.6421}{20} \cdot \frac{2.000 - 20}{2.000 - 1} = 0.0213$$

$$\text{Erro padrão da média} = 0.0813 = 0.285$$

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## ESTIMADOS:

$$\text{Média } \bar{y} = 7.8 \text{ m}^3/\text{ha}$$

$$\text{Total } y = (7.8) (2000) = 15.600 \text{ m}^3$$

$$\text{Erro padrão } s_{\bar{y}} = (0,285) (2000) = 570$$

## LIMITES DE CONFIANÇA

- Para os parâmetros total ( $\hat{y}$ ) e a média ( $\hat{\bar{y}}$ )

$$\bullet y \pm s_{\bar{y}} t \quad \left\{ \begin{array}{l} \hat{y} = 15.600 \text{ m}^3, \hat{\bar{y}} = 7,8 \\ s_{\bar{y}} = 570, s_{\bar{y}} = 0,285 \\ t (20-1 = 19 \text{ GL}) \text{ e } P = 0,05 = 2.093 \end{array} \right.$$

$$\bullet y \pm (570) (2.093) \longrightarrow y \pm 1193.01$$

A um nível de 95% de probabilidade o volume total de madeira estará na seguinte amplitude:

$$14406 \text{ m}^3 \leq y \leq 16793 \text{ m}^3$$

- Enquanto que os limites de confiança da média são:

$$\bar{y} \pm (0.285) (2.093) \longrightarrow \bar{y} \pm 0.5965$$

Logo, a média estará, na amplitude:

$$7.20 \text{ m}^3 \leq \bar{y} \leq 8.40 \text{ m}^3$$

- Para outras florestas de condições similares, podemos estimar o número de ha a serem avaliadas, considerando o nível de variabilidade encontrada de  $s_{\bar{y}} = 0.285$  a um nível de probabilidade  $P = 0,05$  e para uma margem de erro das estimativas de  $d = \pm 0,2 \text{ m}^3$

$$n = \frac{1}{\frac{d^2}{t^2 s_{\bar{y}}^2} + \frac{1}{N}} \quad \left\{ \begin{array}{l} d^2 = 0,22 = 0,04 \\ t^2 = 2.093^2 = 4.38 \\ s_{\bar{y}}^2 = 0,285^2 = 0.0812 \end{array} \right.$$

$$n = 8.85 \approx 9$$

Se a floresta mostrar uma variabilidade semelhante a encontrada, será necessário avaliar apenas 9 ha, ou seja menos da metade do número de ha da amostra inicial.

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## AMOSTRAGEM

## EXEMPLOS

- Se um número grande de frangos ( $N = \text{grande}$ ). A variância estimada do peso médio (lb) é:  $S^2 = 600$  em base a uma amostra de 15 frangos ( $N=15$ ).
- Se deseja estimar o peso médio por frango dentro  $\pm 5$  lb com uma confiança de  $P = 0.05$

Valor probabilidade:  $t_{0.05}$  para 14 G.L. = 2.145 (da tabela)

- Qual tamanho de amostra será necessária para uma precisão de  $\pm 5$  lb

$$n = \frac{(t_{0.05} s^2)}{d^2}$$

$$t_{0.05} = 2.145 \text{ (da tabela)}$$

$$s^2 = 600$$

$$d^2 = (5)^2 = 25$$

$$n = \frac{(2.145) \times 600}{25} = \frac{4.6 \times 600}{25} = 110 \text{ frangos}$$

- Se si trata de uma população de 200 frangos, se tem portanto,
- uma população finita.

$n = 200 \rightarrow$  população finita

$$n = \frac{1}{\frac{d^2}{t^2 s^2} + \frac{1}{N}} ; N = \frac{1}{\frac{2.5}{4.6 \times 600} + \frac{1}{200}} = 71$$

Notar a diferença com

ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

$$N = 2000, n = \frac{1}{\frac{25}{4.6 \times 600} + \frac{1}{2000}} = 105$$

$$N = 20,000, n = \frac{1}{\frac{25}{4.6 \times 600} + \frac{1}{20,000}} = 109$$

Nota: Com o aumento do tamanho da população finita, esta se acerca a uma população grande (definita).

**ERROS DE AMOSTRA :::::**

$$\theta - \hat{\theta} = \text{ERRO} = \text{precisão} = d$$

$\theta$  = valor real

$\hat{\theta}$  = valor estimado

**LEMBRAR:**

A amostragem nem sempre é de conceito, as vezes pode-se realizar uma análise lógica com outras técnicas. Vide o exemplo a seguir.

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

Controle de qualidade de cachos de dendê em carretas que entram na Usina.



## Dados Observados (cachos)

CARRETA	VERDES		MADUROS		PODRES		TOTAL	
	P	M	P	M	P	M	P	M
30	13	4	103	21	0	0	116	25
40	26	6	81	19	2	0	109	25
78	20	5	95	25	4	0	119	30
46	12	5	87	25	4	2	103	32
12	21	6	108	24	1	0	130	26
70	6	1	99	29	4	1	109	31
55	13	3	86	22	15	5	114	30
16	9	1	56	32	7	1	112	34
10	9	5	117	20	4	1	130	26
92	11	3	109	29	3	1	123	33
52	15	6	100	25	0	0	115	31

## Dados em porcentagem

CARRETA	VERDES			MADUROS			PODRES		
	P	M	E	P	M	E	P	M	E
30	11.2	16.0	+ 4.8	88.8	84.0	- 4.8	0	0	0
40	23.9	24.0	+ 0.1	74.3	76.0	+ 1.7	1.8	0	-1.8
78	16.8	16.7	- 0.1	79.8	83.3	+ 3.5	3.4	0	-3.4
46	11.6	15.6	+ 4.0	84.5	78.1	- 6.4	3.9	6.3	+2.4
12	16.1	20.0	+ 3.9	83.1	80.0	- 3.1	0.8	0	-0.8
70	5.5	3.2	- 2.3	90.8	93.5	+ 2.7	3.7	3.3	-0.4
55	11.4	10.0	- 1.4	75.4	73.3	- 2.1	13.2	16.7	+3.5
16	8.0	2.9	- 5.1	85.7	94.1	+ 8.4	6.3	3.0	-3.3
10	6.9	19.2	+12.3	90.0	76.9	-13.1	3.1	3.9	+0.8
92	8.9	9.1	+ 0.2	88.6	87.9	- 0.7	2.5	3.0	+0.5
52	13.0	19.3	+ 6.3	87.0	80.7	- 6.3	0	0	0

P = população M = amostra E = erro da amostra

Correlação  $r = 0.723^*$   $r = 0.577$   $r = 0.918^{**}$   $*(P=0.05)$   
 Combinado  $r = 0.992^{**}$   $^{**}(P=0.01)$

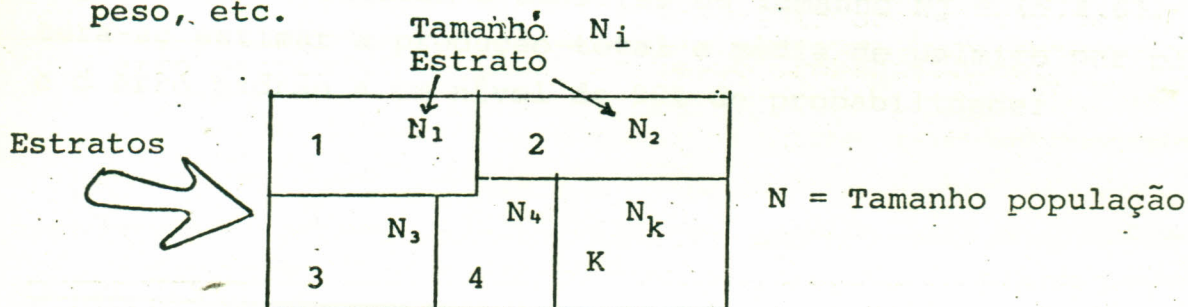


## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## 3.3- Amostragem Estratificada

**Estratificação:** É o processo de dividir a população de acordo com:

- Características Naturais: Clima, solo, topografia, diferenças entre plantas quanto ao crescimento, etc.
- Divisões político-administrativas: Municípios, Comunidades, Fazendas, etc.
- Ou de maneira artificial em: Classes por tamanho, idade, peso, etc.



Em forma separada para cada Estrato, se estimam os parâmetros da mesma forma que para a amostragem inteiramente ao acaso, ou seja:

$$\dot{J} = \{ 1, 2, \dots, k \} = \text{Estratos}$$

$$\bar{Y}_j = \frac{1}{n_j} \sum Y_i \quad \text{Média/Estrato}$$

$$\bullet \quad S_j^2 = \frac{\sum Y_j^2 - (\sum Y_j^2 / n_j)}{n - 1} \quad \text{Variáveis/Estrato}$$

$$\bullet \quad S_{\bar{Y}_j}^2 = \frac{S_j^2}{n_j} \cdot \frac{(N_j - n_j)}{(N_j - 1)} \quad \text{Variância das médias/Estratos.}$$

$$N \text{ população} = \sum N_j$$

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## ESTIMADOS:

$$\bullet \text{ Total } \hat{Y} = \sum \bar{Y}_j N_j$$

$$\text{Erro Padrão: } S_{\hat{Y}} = \sum S_{\bar{Y}_j} N_j$$

## Exemplo:

Vamos supor uma população de 200 árvores jovens de pupunha. Nota-se que a área apresenta três estratos bem diferenciados quanto a topografia do terreno: levemente inclinado; inclinado e plano. Se avaliaram 3 amostras de tamanho  $N_j = \{5, 4, 6\}$ . Procura-se estimar a produção total e média de palmito por planta e o erro padrão a um nível de 90% de probabilidade:

Estrato	$N_j$	$n_j$	Amostras (kg/planta/pl)	$N_j/N$	$\bar{y}_i$
1	40	5	{1.6, 1.5, 1.4, 1.5, 1.7}	0,20	1,54
2	50	4	{1.2, 1.1, 1.0, 0.8}	0,25	1,02
3	110	6	{2.2, 1.9, 2.3, 1.8, 2.4, 2.0}	0,55	2,10
N = 200 n = 15				$\Sigma = 1,0$	

Continuação ...

$S_j$	$S_{\bar{y}_j}$	$\bar{Y}_j (N_j/N)$	$S_{\bar{y}_j} (N_j/N)$	$\bar{Y}_j (N_j)$	$S_{\bar{y}_j} (N_j)$
0,114	0,048	0,31	0,0096	61,6	0,384
0,171	0,082	0,25	0,0207	51,0	1,035
0,236	0,094	1,15	0,0517	231,0	5,687
Soma:		1,71	0,082	343,6	6,760

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

De acordo com os resultados da nossa amostragem temos:

Média de palmito/planta: 1.71 kg

Total de palmito na população: 343,6 kg

Desejamos conhecer a confiabilidade destas estimações a um nível de 90% de probabilidade ( $P = 0,010$ ).

$$\bar{y} \pm S_{\bar{y}}t \rightarrow \text{Média: } 1.71 \pm (0.082) \cdot (1.782)$$

$$1.71 \pm 0.15 \rightarrow 1.56 \text{ kg} \leq \bar{y} \leq 1.86 \text{ kg}$$

$$\bar{y} \pm S_{\bar{y}}t \rightarrow \text{Total: } 343.6 \pm (6.760) (1.782)$$

$$343.6 \pm 12.0 \rightarrow 331.6 \text{ kg} \leq \hat{y} \leq 355.6 \text{ kg}$$

NOTA: ( Para o valor de t da tabela, para n-3 G.L, um por estrato): n = 15; GL: 15-3, = 13

### TAMANHO DA AMOSTRA DENTRO DE CADA ESTRATO

Antes de amostrar uma população seguindo o método de amostragem estratificada; temos que decidir quantas amostras serão coletadas em cada estrato:

- Quando não se dispõe de nenhuma informação prévia: O tamanho da amostra  $n_j$  é proporcional ao tamanho do estrato, ou seja:

$$n_j = n(N_j/N) \left\{ \begin{array}{l} n_j = \text{Tamanho amostra/estrato} \\ n = \text{Tamanho amostra total/população} \\ N_j = \text{Tamanho estrato} \\ N = \text{Tamanho população} \end{array} \right.$$

Considerando todos os estratos temos:

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

Estrato	$N_j$	Fração $N_j/N$	Tamanho $n_j$
I	$N_1$	$N_1/N$	$n_1 = n(N_1/N)$
II	$N_2$	$N_2/N$	$n_2 = n(N_2/N)$
:	:	:	:
K	$N_k$	$N_k/N$	$n_k = n(N_k/N)$
$\Sigma N_j = N$			$\Sigma n_j = n$

Por exemplo temos uma população estratificada em 4 estratos. Se dispõe de recursos para coletar apenas 30 amostras. Quantas amostras coletaremos por estrato.

Estrato	Tamanho ( $N_j$ )	Fração	Número amostras/Estrato
1	50	0.13	3.9 → 4
2	140	0.38	11.4 → 11
3	80	0.22	6.6 → 7
4	100	0.27	8.1 → 8
$N = 370$		1.0	$n = 30$

As vezes se dispõe de informação acerca da variabilidade dentro dos estratos por amostragens ou estimativas prévias. Nesta situação o tamanho da amostra é proporcional a variância (variabilidade) e ao tamanho do estrato:

$$n_j = n(S_j^2) (N_j/N)$$

Ou seja:

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

Estrato	$N_j$	$S_j^2$	$(N_j/N) S_j^2 = f_j$	$n_j$
I	$N_1$	$S_1^2$	$(N_1/N) S_1^2 = f_1$	$n_1 = n f_1$
II	$N_2$	$S_2^2$	$(N_2/N) S_2^2 = f_2$	$n_2 = n f_2$
:	:	:	:	:
K	$N_K$	$S_K^2$	$(N_K/N) S_K^2 = f_K$	$n_K = n f_K$
$\Sigma N_j = N$				$\Sigma n_j = n$

Com as informações sobre os estratos desejamos coletar 15 amostras:

Estrato	Tamanho	Variância	Fração	Tamanho amostra
1	40	1.29	0.258	3.87 → 4
2	50	1.66	0.415	6.225 → 6
3	110	1.84	1.01	15.15 → 15
$N = 200$				$n = 26$

Notar que o tamanho da amostra total subiu de 15 para 25, isto em função da variabilidade observada e o tamanho do estrato.

## TAMANHO AMOSTRA TOTAL (n)

Podemos também estimar o tamanho da amostra total n de forma proporcional a variância e introduzindo um fator de precisão D, que é determinado pelo pesquisador:

$$n = \frac{N \Sigma N_j S_j^2}{N^2 D^2 + \Sigma N_j S_j^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N = \text{tamanho população} \\ N_j = \text{tamanho estrato} \\ S_j^2 = \text{variância/estrato} \\ D = \text{precisão} \end{array} \right.$$

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

Considerando nosso exemplo de pupunha temos:

Estrato	Tamanho ( $N_j$ )	Variância ( $S^2_j$ )	Proporção ( $N_j S^2_j$ )
1	40	0.012	0.48
2	50	0.029	1.45
3	110	0.055	6.05
N = 200			7.98

Desejamos estimar os parâmetros a uma precisão de  $\pm 0,05\text{kg}$  (50g)..  
Portanto o tamanho de amostra total a ser coletada nessa população estratificada será:

$$n = \frac{200 (7.98)}{(200^2) (0.05)^2 + 7.98} = 14.78 \rightarrow 15 \text{ árvores}$$

Se aumentarmos a precisão D para  $\pm 0.025 \text{ kg}$  (25g) teremos:

$$n = \frac{200 (7.98)}{(200^2) (0.025)^2 + 7.97} = 48 \text{ árvores}$$

# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## ELEMENTOS DE ESTATÍSTICA (1981)

### 4.1 - Análises de Contagem

Basicamente se refere a análise de variáveis discretas como: Número de plantas de vacas, de casas, etc.

Temos unicamente a aplicação do teste de  $X^2$ , para determinar o grau de associação entre duas variáveis, que podem ser um tratamento e sua resposta. (Tabelas contigência 2 x 2).

Hipóteses  $\emptyset$  nula: unicamente levanta: que as variáveis são independentes.

Hipóteses alterna: que as variáveis estão associadas ou relacionadas.

$$\text{Conceito } X^2 = \frac{\sum (o - e)^2}{e} \quad \left\{ \begin{array}{l} o = \text{dados observados} \\ e = \text{dados esperados} \end{array} \right.$$

A doença que produz secamento das ponteiros do Freijó (esência florestal) em Manaus, não é letal.

Se costuma realizar tratamentos com fungicidas para ajudar na recuperação das plantas. O pesquisador deseja saber si a aplicação do fungicida está associada com a recuperação das árvores, ou as árvores se recuperam espontaneamente?

Para testar esta hipótese, se trataram algumas árvores, deixando outros sem tratar (testemunhas).

Os resultados foram:

Tratamento	Recuperadas	Mortas	Total
Fungicida (Esperado)	32 (29)	2 (5)	34
Não tratadas (Esperado)	36 (39)	9 (6)	45
<b>Total</b>	<b>68</b>	<b>11</b>	<b>79</b>

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

Se as duas variáveis são independentes, a proporção esperada de plantas recuperadas respeito ao total será igual a proporção de plantas tratadas com fungicida; respeito ao total:

$\left(\frac{68}{79} \times \frac{34}{79}\right)79 = 29$  plantas esperamos que se recuperem com o tratamento.

•• Com este mesmo raciocínio continua:

A proporção esperada de plantas recuperadas respeito ao total será igual a proporção de plantas não tratadas respeito ao total:

$$\left(\frac{68}{79} \times \frac{45}{79}\right)79 = 39$$

O restante do quadro se completa por diferença.

$$34 - 29 = 5 \quad ::::$$

$$45 - 39 = 6 \quad ::::$$

Aplicando o conceito:

$$x^2 = \frac{\sum(o - e)^2}{e} \quad (r - 1) \times (c - 1) \quad \begin{array}{l} r = \text{Fileiras} \\ c = \text{Colunas} \end{array}$$

$$x^2 = \frac{(32 - 29)^2}{29} + \frac{(2 - 5)^2}{5} + \frac{(36 - 39)^2}{39} + \frac{(9 - 6)^2}{6}$$

$$x^2 = 3.841$$

$$x^2_t = \text{das tabelas } (p = 0.05) \quad (2-1) = 1 \text{ G.L.}$$

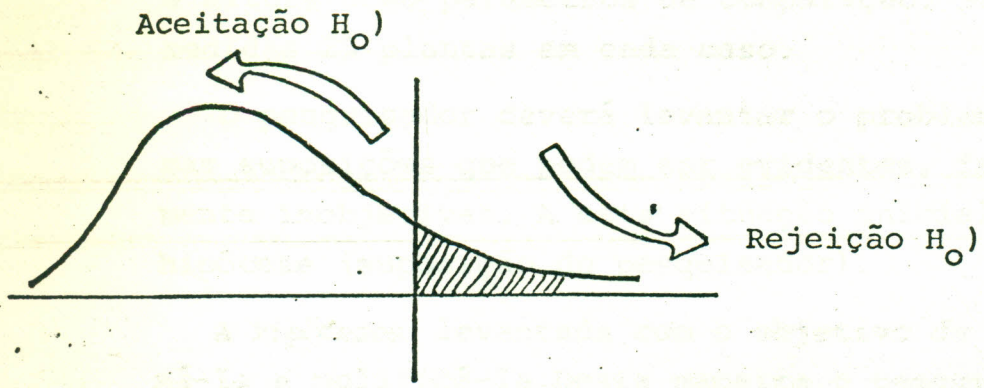
Probabilidade 0.05  
 Graus de liberdade 1  
 1 —————> 3.841



### ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

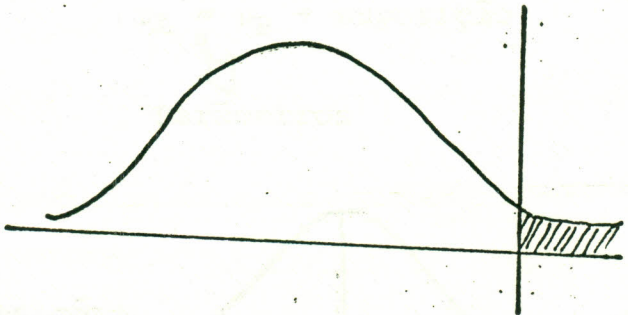
**Decisão:** O valor calculado  $x^2 = 3.841$  é igual ao valor da tabela, por tanto se aceita  $H_0$ ).

**Conclusão:** As variáveis são independentes.



$$x^2 = 3.841 \text{ (1GL) } 0.05 \bullet \text{ tabelas}$$

$$x^2 = 3.841 \quad \bullet \text{ calculado}$$



$$x^2 = 6.635 \text{ (1GL) } 0.01$$

# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## 4.2 - TESTE DE HIPÓTESE (CONCEITOS)

É muito comum a necessidade de tomar alguma decisão a partir de uma informação obtida por amostragem. Por exemplo: de sejam<sup>os</sup> comparar o crescimento de plantas de Seringueira com cobertura de puerária com plantas com cobertura natural nas suas entrelinhas, através da medição do diâmetro do caule e a altura como parâmetros de comparação. Suponhamos que foram medidas 25 plantas em cada caso.

O pesquisador deverá levantar o problema com base a algumas suposições que podem ser evidentes, falsas ou aparentemente inobjetivas. A esta situação inicial se conhece como hipótese (suposição do pesquisador).

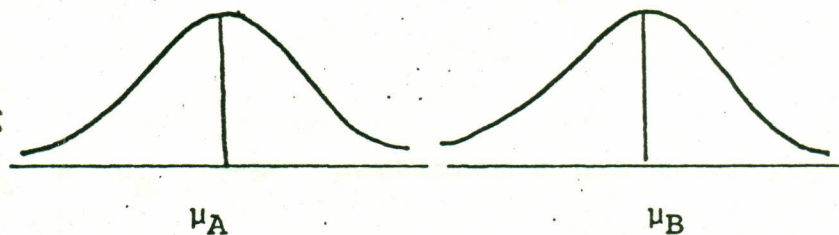
A hipóteses levantada com o objetivo de rejeitá-la, eliminá-la e nulificá-la. Desta maneira o pesquisador pode fazer pressuposição acerca dos parâmetros. Por exemplo, supor que a média de certo tratamento o seu efeito é igual ou diferente a outro tratamento.

**Hipóteses:**

$$\mu_A = \mu_B \rightarrow \text{suposição}$$

↓  
Parâmetros

Suposição:



$$\mu_A - \mu_B = 0 \rightarrow \text{hipótese nula}$$

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## Teste de hipótese

Para testes reais:

$$H_0 = \mu_A = \mu_B$$

$$H_A = \mu_A \neq \mu_B \rightarrow \text{hipótese alterna (provas de 2 caudas)}$$

Outro tipo de hipótese alterna:

$$H_A) \mu_A > \mu_B$$

implica compromisso

$$H_A) \mu_A < \mu_B$$

Recomenda-se não ter compromisso, como  $\mu_A > \mu_B$ , que denota parcialização. (provas de 1 cauda).

- Também pode-se levantar uma hipótese, acerca de outros parâmetros,
- tros, por exemplo, acerca da variabilidade:

$$H_0) \delta_A^2 = \delta_B^2$$

$$H_A) \delta_A^2 \neq \delta_B^2 \quad \text{ó} \quad H_A) \delta_A^2 > \delta_B^2 ; \delta_A^2 < \delta_B^2$$

Entre a  $H_0$ ) e  $H_A$ ) uma delas é evidente, não podem ser ambas.

Por exemplo:

Se  $\mu_A = \mu_B \rightarrow$  pertencem a uma mesma população

Se  $\mu_A \neq \mu_B \rightarrow$  pertencem a diferentes populações.

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

### Teste de Hipóteses

#### LEMBRAR:

- Os testes de hipóteses se realizam com base as amostras.
- Uma decisão de êxito, depende de uma eleição acertada da distribuição a usar. (critério de prova).

Tabela A. Alguns critérios para eleger distribuições.

1. Para comparar duas amostras: Z ou "t"
2. Para comparar duas amostras: F ou  $X^2$ .  
     F = número fixo de tratamentos  
      $X^2$  = depende dos eventos do experimento.
3. Para amostras de tamanho  $n > 30$ : Z
4. Para amostras de tamanho  $n < 30$ : t
5. Se se conhece a variância da população: Z
6. Se não se conhece a variância da população: t

$X^2$  = —→ variáveis discretas

t, x, F —→ variáveis contínuas

**IMPORTANTE:** A decisão está também em função de probabilidade. Em cada distribuição, a diferente nível de probabilidade e graus de liberdade, se tem valores críticos de significância estatística calculados, que são a referência para a decisão final. (vide tabelas de Z, t,  $X^2$ , y F).

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

### Teste de Hipótese

#### Metodologia para o teste de hipótese

Se aplica o método científico e se deve definir claramente o seguinte:

1. População e parâmetros objetos da pesquisa
2. Hipótese estatística a ser testada
3. Distribuição estatística aplicável ao experimento
4. Obtenção de dados
5. Nível de significância estatística

#### Cálculos Estimadores

Teste "Z" para amostras maiores que 30 ou quando se conhece a variância da população.

$$Z_0 = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{\delta_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}}$$

$\bar{X}_A$ ,  $\bar{X}_B$  = Médias das amostras A e B

$\delta_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}$  = Desvio padrão das diferenças entre médias.

Onde:

$$\delta_{\bar{X}_A - \bar{X}_B} = \sqrt{\frac{\delta_A^2}{n_A} + \frac{\delta_B^2}{n_B}}$$

$\delta_A^2, \delta_B^2$  = Variâncias das amostras A e B  
 $n_A; n_B$  = Tamanho das amostras A e B.

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

### 4.3 - Teste de "t"

Apresenta variações de acordo com os tamanhos das amostras e a homogeneidade das variâncias:

#### 1. Amostras de diferente tamanho e variâncias homogêneas

$$n_a \neq n_b ; s_a^2 = s_b^2$$

$$S_c^2 = \frac{(n_a - 1)S_a^2 + (n_b - 1)S_b^2}{(n_a - 1) + (n_b - 1)}$$

$$S_{\bar{x}_a - \bar{x}_b} = \sqrt{\frac{S_c^2}{n_a} + \frac{S_c^2}{n_b}}$$

$$t_o = \frac{\bar{X}_a - \bar{X}_b}{S_{\bar{x}_a - \bar{x}_b}}$$

Graus de Liberdade G.L para  $t_t$

$$t_t = (n_a - 1) + (n_b - 1) = G.L$$

$S_c^2$  = Variância combinada  
 $S_a^2, S_b^2$  = Variâncias amostras a, b  
 $n_a, n_b$  = Tamanho amostras a, b  
 $S_{\bar{x}_a - \bar{x}_b}$  = Desvio padrão das diferenças  
 $\bar{X}_a, \bar{X}_b$  = Médias das amostras a, b  
 $t_o$  = Valor de t calculado  
 $t_t$  = Valor de t das tabelas.

#### 2. Amostras de igual tamanho, variâncias homogêneas.

$$n_a = n_b , s_a^2 = s_b^2$$

$$S_{\bar{x}_a - \bar{x}_b} = \sqrt{\frac{s_a^2 + s_b^2}{n}}$$

$$t_o = \frac{\bar{x}_a - \bar{x}_b}{S_{\bar{x}_a - \bar{x}_b}}$$

$$t_t = (n - 1) = G.L.$$

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

3. Amostras igual tamanho, e variâncias não homogêneas

$$n_a = n_b, s_a^2 \neq s_b^2$$

$$s_c^2 = \frac{s_a^2 + s_b^2}{2}$$

$$s_{\bar{x}_a - \bar{x}_b} = \sqrt{2 \frac{s_c^2}{n}}$$

$$t_o = \frac{\bar{x}_a - \bar{x}_b}{s_{\bar{x}_a - \bar{x}_b}}$$

$$t_t = 2(n-1)$$

4. Amostras de diferente tamanho e variâncias não homogêneas.

$$n_a \neq n_b, s_a^2 \neq s_b^2$$

$$t_g = \frac{w_a t_a + w_b t_b}{w_a + w_b}$$

$$w_a = \frac{s_a^2}{n_a}, w_b = \frac{s_b^2}{n_b}$$

$t_g$  = valor de t gerado

$w_a, w_b$  = ponderações para as amostras a, b

$t_a, t_b$  = Valores de t da tabela das amostras a, b

Graus de liberdade

$t_a (n_a - 1)$  da tabela

$t_b (n_b - 1)$  da tabela

$$s_{\bar{x}_a - \bar{x}_b} = \sqrt{\frac{s_a^2}{n_a} + \frac{s_b^2}{n_b}}$$

$$t_o = \frac{\bar{x}_a - \bar{x}_b}{s_{\bar{x}_a - \bar{x}_b}}$$

si  $t_o > t_g$

há diferença

Comparar  $t_g$  com  $t_o$

5. Teste de t quando os dados são em pares:

$$t_o = \frac{\bar{D}}{s_{\bar{d}}}$$

$S_d$  = Desvio padrão da diferença entre pares

$S_{\bar{d}}$  = Desvio padrão das diferenças

$D_i$  = Diferença entre cada par

$\bar{D}$  = Média da diferença entre pares

$$\bar{D} = \bar{X}_a - \bar{X}_b$$

$$s_{\bar{d}} = \frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

$n$  = Número de pares

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum D_i^2 - (\sum D_i)^2 / n}{(n - 1)}}$$

$$t_t = (n \text{ pares}) - 1 = \text{G.L.}$$

Antes de aplicar o teste de t para a comparação das médias de duas amostras de igual ou diferente tamanho, se verifica se as variâncias são homogêneas ou não, através do teste de F.

$$F_o = \frac{\text{Variância maior}}{\text{Variância menor}} : \frac{\text{GL } (n - 1 \text{ numerador})}{\text{GL } (n - 1 \text{ denominador})}$$



## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

### Ilustração

Sejam duas fazendas com diferente número de quadras de dendê em produção, pertencentes a uma empresa produtora de óleo. O gerente deseja saber, se existe diferença entre as duas fazendas quanto a produção de fruta fresca, devido a elevação dos custos de produção numa delas.

Quadra	<u>TM de fruta fresca/ha/ano</u>	
	Fazendas	
	A	B
1	8.3	4.2
2	7.4	3.3
3	6.5	5.6
4	7.3	4.8
5	8.2	4.5
6	6.4	
7	7.6	

### Metodologia

#### • Populações e parâmetros

- Palmeiras de 3 anos de idade de duas fazendas divididas em: (quadras de colheita).
- Parâmetros: produção de fruta fresca em TM/ha/ano.

#### •• Hipótese a testar

$H_0) \mu_A = \mu_B \implies$  (Média de produção de fruta fresca em TM/ha/ano da fazenda A igual a fazenda B)

$H_A) \mu_A \neq \mu_B$

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## Teste

•• Critério de teste:

Precisamos decidir que distribuição usar (Vide tabela A)

- No nosso caso usaremos t ou Z, por que estamos comparando 2 amostras (Fazenda A e B).

- Usaremos t, devido a que tamanho de n e menor que 30 (7 e 5 quadras de colheita)

Cálculo de Estimadores:

• No nosso caso temos  $n_A \neq n_B$ , no entanto, não sabemos nada acerca das variâncias portanto uma hipótese prévia:

$$H_0 : \delta_A^2 = \delta_B^2 \quad \text{variância A} = \text{variância B}$$

$$H_A : \delta_A^2 \neq \delta_B^2 \quad \text{variância A} \neq \text{variância B}$$

Critério de teste •• teste de hipótese acerca das variâncias. Usaremos sempre para este tipo de hipóteses a distribuição ou critério "F" de Fisher.

$$F_0 = \frac{\delta^2 >}{\delta^2 <}$$

Aritmética ::: com os dados do exemplo temos:

Lotes colheitas	(TM/ha/ano)		$\Sigma$	$n_A$	$\bar{x}_A$	$s_A^2$	$s_A$	$\Sigma$	$n_B$	$\bar{x}_B$	$s_B^2$	$s_B$
	Fazendas A	B										
1.	8.3	4.2	51.7	7	7.4	0.548	0.74	22.2	5	4.5	0.706	0.84
2.	7.4	3.3										
3.	6.5	5.6										
4.	7.3	4.8										
5.	8.2	4.5										
6.	6.4											
7.	7.6											

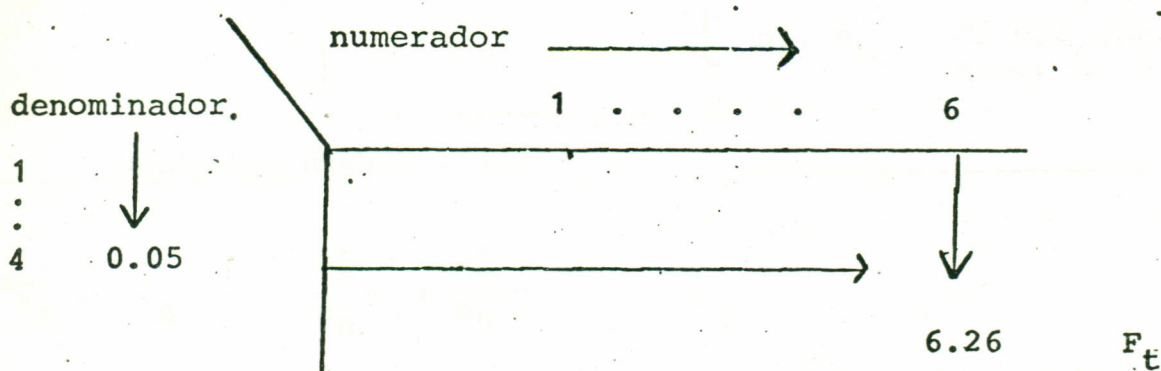
# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## Teste de Hipótese

$$F_0 = \frac{S_B^2}{S_A^2} = \frac{0.706}{0.548} = 1.288$$

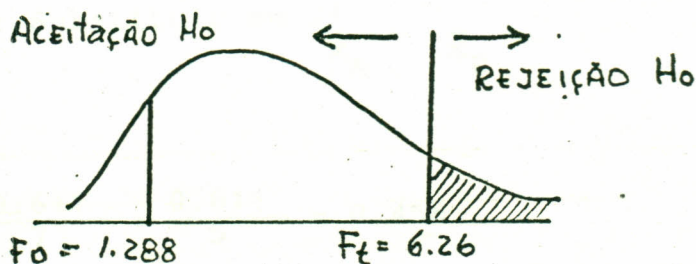
Ver tabela de "F" para  $\frac{n(\text{numerador}) - 1}{n(\text{denominador}) - 1}$

Neste caso:  $\frac{4}{6}$  para  $P = 0.05$



Decisão: Nosso valor  $F_0 = 1,288$  cai dentro da zona de aceitação da hipótese ( $H_0$ ).

Pórtanto:  $\delta_A^2 = \delta_B^2 \Rightarrow$  homogêneas.



Com este critério voltamos a nossa situação de cálculo do estimador, para testar a hipótese inicial.

● Se decide pelo teste de t (duas amostras,  $n < 30$ ), no nosso caso:

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

$$n_A \neq n_B ; s_A^2 = s_B^2$$

DADOS :::::

$$\begin{array}{l} \bar{x}_A = 7.4 ; s_A^2 = 0.548 ; n_A = 7 \\ \bar{x}_B = 4.5 ; s_B^2 = 0.706 ; n_B = 5 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_A, \bar{x}_B = \text{Médias fazendas A, B} \\ s_A^2, s_B^2 = \text{Variâncias fazendas} \\ \quad \quad \quad \text{A, B} \\ n_A, n_B = \text{Número quadras fa-} \\ \quad \quad \quad \text{zenda A, B} \end{array} \right.$$

DESENVOLVIMENTO :::::

$$s_{\bar{x}_A - \bar{x}_B}^2 = \frac{s_C^2}{n_A} + \frac{s_C^2}{n_B}$$

$$s_C^2 = \frac{s_A^2 (n_A - 1) + s_B^2 (n_B - 1) s_C^2}{(n_A - 1) + (n_B - 1)} = \text{combinada (ponderada)}$$

$$s_C^2 = \frac{0.548 (6) + 0.706 (4)}{6 + 4}$$

$$s_C^2 = 0.611: \text{Substituir em } s_{\bar{x}_A - \bar{x}_B}^2$$

$$s_{\bar{x}_A - \bar{x}_B}^2 = \frac{0.611}{7} + \frac{0.611}{5} = 0.458$$

$$t_0 = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{s_{\bar{x}_A - \bar{x}_B}} \quad t_0 = \frac{7.4 - 4.5}{0.458} = 6.33$$

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## Testes de Hipótese

•• Nível de significância:

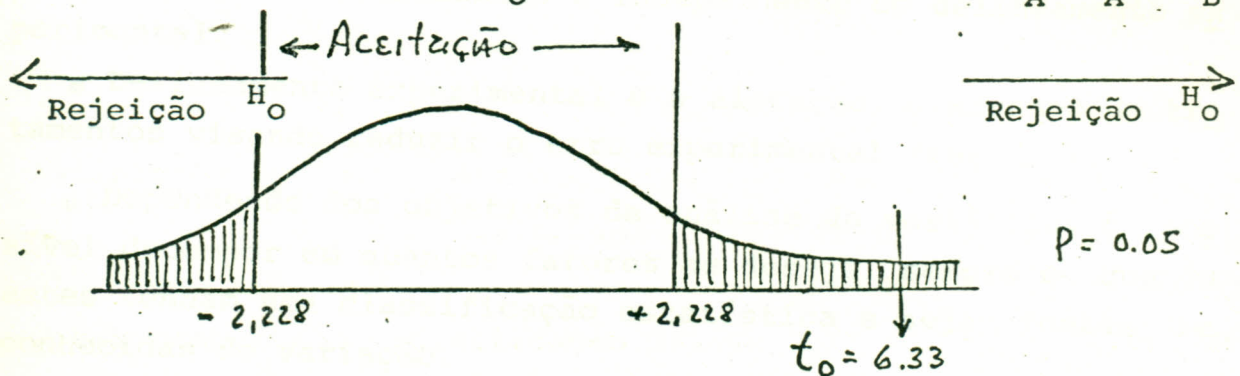
$P = 0.05$  para  $(n_A - 1) + (n_B - 1)$  graus de liberdade.

$6 + 4 = 10$  graus de liberdade

• Ver tabela de "t".

df (graus de liberdade)	significância	0.05
↓ 1		↓
↓ 10		2.228 = $t_t$

Decisão : Nosso valor calculado  $t_o = 6.33$  cai dentro de uma zona de rejeição da  $H_o$ . Portanto aceitamos a  $H_A$   $\mu_A \neq \mu_B$



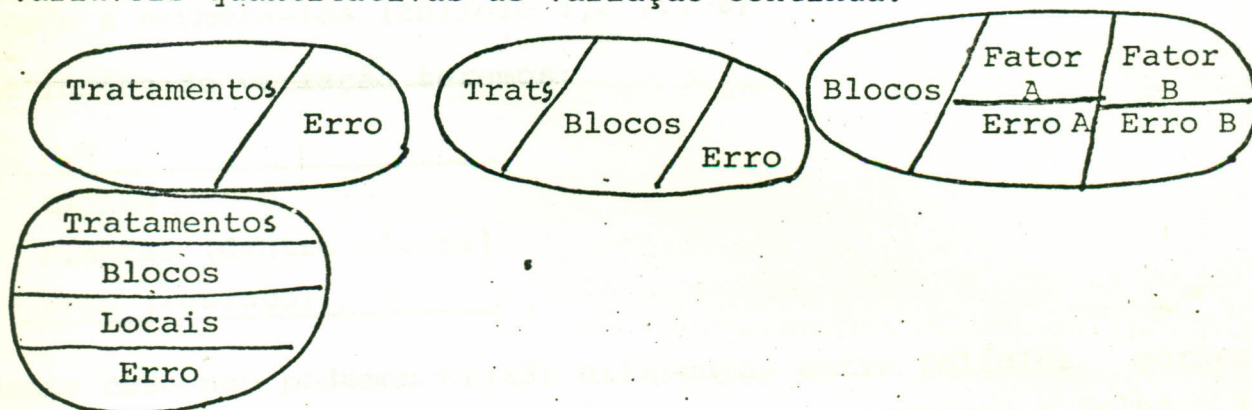
Conclusão: A diferença de produção observada entre as fazendas A e B, é estatisticamente diferente.

IMPORTANTE ::::::::::: Outros problemas, similares serão meras aplicações de critérios de teste adequados.

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

### 4.4 - Conceitos Gerais para a Análise de Variância

A análise de variância é essencialmente um processo aritmético para a partição da soma total de quadrados em componentes associados com fontes de variação. É particularmente útil para o teste de hipóteses quando a informação corresponde a variáveis quantitativas de variação contínua.



• A análise de variância é independente do delineamento experimental.

• Delineamento experimental e a alocação, o arranjo de tratamentos visando reduzir o erro experimental (resíduo).

• Dependendo dos objetivos da análise de variância, é possível decompor em quantos fatores se deseja, sempre e quando estes tenham uma classificação estatística e sejam fontes reconhecidas de variação.

A análise de variância é um teste de hipótese.

- Exemplo que ilustra quando uma fonte de variação produz ou não variação. Em outras palavras, o fator é ou não uma classificação estatística.

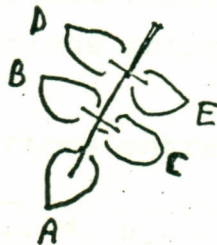
●●● Certo pesquisador deseja saber se há diferenças entre clones  
 ●●● de guaraná quanto a alometria das suas folhas. Para isto:

- a) Seleciona 5 clones e 6 plantas de cada clone.
- b) Em cada planta seleciona cinco folíolos normais ao acaso e procede a enumerá-los (folíolo 1, 2 ... 6)

Como fontes de variação teremos:

F.V
Clones
Plantas (dentro clones)
Erro (resíduo)

- Neste caso não podemos testar diferenças entre folíolos, porque foram tomados ao acaso sem nenhum critério, portanto a folha 1 da planta 2 por exemplo, não tem relação com a folha 1 da planta 6. Isto devido que a enumeração das folhas foi apenas para identificá-las quando as medidas a forem tomadas, e não seguiu um critério de classificação estatística.
- No entanto, os folíolos podem ter um critério de classificação: Nós sabemos que as folhas do guaranazeiro possuem 5 folíolos que podem ser identificados segundo a sua posição:



- Se medirmos agora 5 folíolos A, 5 folíolos B, e... 5 folíolos D, podemos agora realizar a comparação entre folíolos, já que o folíolo A da planta 1 terá a mesma posição ou qualidade dos demais folíolos a das plantas restantes. Portanto, a partição da variação total poderá ser:

F. V.
Clones
Plantas

- Se teríamos interesse em conhecer a interação entre fatores, as fontes de variação serão:

F.V.
Clones
Plantas
Folículos
Clones x Plantas
Clones x Folículos
Plantas x Folículos
Plantas x Plantas x Folículos
Erro

Para ilustrar o método geral para o teste de hipótese e cálculo da análise de variância, usaremos o mesmo exemplo do guaraná.

LEMBRAR: Quando se deseja fazer inferência sobre mais de duas amostras, devemos usar a análise de variância ou distribuição de F.

- Seguindo com a nossa ilustração, temos as seguintes hipóteses. Com relação ao índice alométrico (L/C) = largura do folículo/comprimento do folículo.

$$H_0 = \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_6$$

- ▶ Os índices alométricos entre clones são iguais
- ▶ Os índices alométricos entre plantas dentro clones dos são iguais.
- ▶ Os índices alométricos entre folículos são iguais

$$H_A: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \dots \neq \mu_6$$

- ▶ Os índices alométricos entre clones não são iguais.

Para outros fatores da mesma maneira ....



Os dados podem ser apresentados da seguinte maneira para 3 clones, 3 plantas por clone e 4 folíolos ao acaso por clone:

Clones	Folíolos	Plantas			Somos (clones)
		1	2	3	
222	1	0,42	0,46	0,41	5,28
	2	0,46	0,49	0,40	
	3	0,43	0,50	0,39	
	4	0,48	0,41	0,43	
	Soma (I)	1,79	1,86	1,63	
274	1	0,54	0,56	0,58	7,00
	2	0,58	0,59	0,59	
	3	0,56	0,61	0,60	
	4	0,57	0,60	0,62	
	Soma (I)	2,25	2,36	2,39	
276	1	0,78	0,69	0,78	8,85
	2	0,74	0,71	0,77	
	3	0,72	0,77	0,73	
	4	0,70	0,72	0,74	
	Soma (I)	2,94	2,89	3,02	
Somos (plantas)		6,98	7,11	7,04	21,13

(I) = Soma interação

A tabela de resultados de análise de variância clássica, é apresentada da seguinte forma:

Fonte Variação (F.V.)	Graus Liberdade (G.L.)	Soma Quadrados (S.Q)	Quadra do Médio (Variância) Q.M	Valor de F	
				Calculado F	Tabela F <sub>0.05</sub>
Clones (c)	2	0.533	0.2665	360.13 **	3.35
Plantas (p)	2	0.003	0.000/5	0.203 ns	3.35
Clones x Plantas	4	0.009	0.00225	3.040 *	2.73
Erro	27	0.02	0.00074		
Total:	35	0.565			

### 1. Cálculo Termo Correção (TC):

Lembrar:  $S^2 = \frac{\sum x^2 - (\sum x)^2/n}{n - 1}$  (1)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{O termo } (\sum x)^2/n \text{ corresponde ao termo} \\ \text{de Correção na análise de variância.} \end{array} \right.$

$$TC = \frac{(y_{..})^2}{n} \quad \left\{ \begin{array}{l} y_{..} = \text{Soma total} \\ n = \text{Número de dados total} \end{array} \right.$$

$$TC = \frac{(21.13)^2}{36} = 12,4$$

### 2. Graus Liberdade

Se refere ao número de dados disponíveis para cada fator. Seria o denominador (n-1) da nossa geral (1).

G.L. Clones (3-1) = 2 (C-1)

G.L. Plantas (3-1) = 2 (P-1)

G.L. Clones Plantas (3-1) (2-1) = 4 (C-1) (P-1)

G.L. Total: (36-1) = 35 (CP-1)

G.L. Erro (por diferença): 35 - (2+2+4) = 27

● Na literatura a determinação dos G.L. esta bem clara para cada caso em particular.

## 3. Cálculo da Soma de Quadrados

$$\bullet \text{ SQ Clones: } \frac{5.28^2 + 7.00^2 + 8.85^2}{12} - TC = \frac{155.2009}{12} - TC$$

$$: 12.933 - 12.4 = 0.533$$

Notar: O denominador 12 foi obtido realizando a seguinte pergunta: De quantos dados foi obtida cada soma para cada clone<sup>2</sup>.

$$\bullet \text{ SQ Plantas: } \frac{6.98^2 + 7.11^2 + 7.04^2}{12} - TC$$

$$: 12.403 - 12.4 = 0.003$$

$$\bullet \text{ SQ Plantas x Clones: } \frac{1.79^2 + \dots + 3.02^2}{4} - (SQ * Clones + SQ * Plantas) + TC$$

Notar: Denominador = 4: De quantos dados foi obtida cada soma de interação ?

\* Trata-se de SQ sem corrigir (antes de subtrair o TC)

$$\text{SQ plantas x clones: } 12.945 - (12.933 + 12.403) + TC$$

$$= 0.009$$

$$\bullet \text{ SQ Total: } 0.42^2 + 0.46^2 + \dots + 0.74^2 - TC$$

$$= 12.965 - 12.4 = 0.565$$

• SQ Erro : Calculado por diferença

$$\text{SQ Erro} = \text{SQ Total} - (\text{SQ Clones} + \text{SQ Plantas} + \text{SQ Clones x Plantas})$$

$$= 0.565 - (0.533 + 0.003 + 0.009)$$

$$= 0.02$$

## 4. Cálculo dos quadrados médios.

O quadrado médio e na realidade a variância, é calculado dividindo a soma de quadrados de cada fator pelos graus de liberdade de cada fator.

Q.M. Clones:	$0.533/2 = 0.2665$
Q.M. Plantas:	$0.003/2 = 0.00015$
Q.M. Clones x Plantas:	$0.009/4 = 0.00225$
Erro (Resíduo):	$0.02/27 = 0.00074$

## 5. Cálculo de F

O valor de F é calculado dividindo cada valor de quadrado médio pelo quadrado médio do erro (resíduo).

F clones	$0.2665/0.00074 = 360.13$
F plantas	$0.00015/0.00074 = 0.203$
F clones x plantas	$0.00225/0.00074 = 3.040$

## 6. F das Tabelas

Para obter os valores de F das tabelas se considera os G.L. de cada fator (numerador) e os G.L. do erro (denominador)

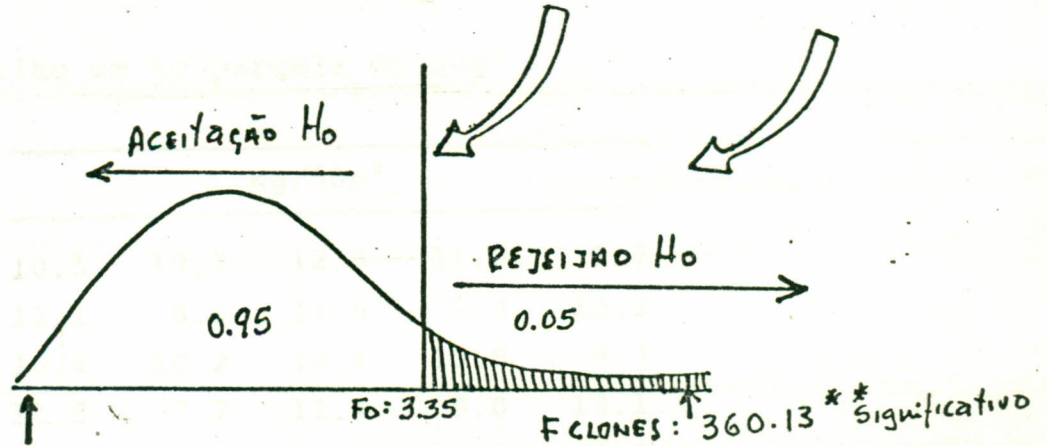
$$F_t \text{ Clones: GL numerador: } 2; \text{ denominador } 27 = 3.35$$

$$F_t \text{ Plantas: GL numerador: } 2; \text{ denominador } 27 = 3.35$$

$$F_t \text{ Clones x Plantas : GL numerador: } 4; \text{ denominador } 27 = 2.73$$

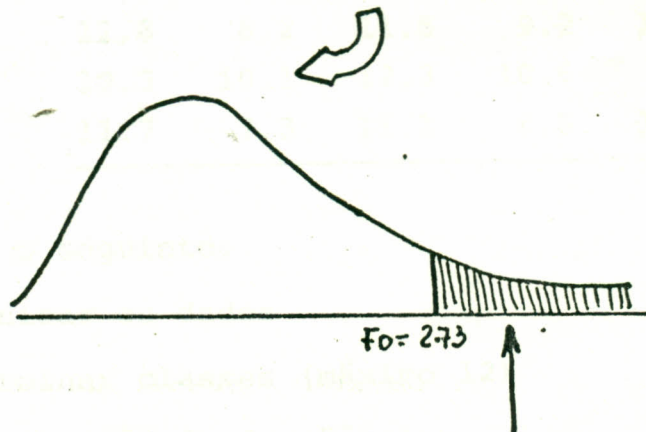
7. Para saber si um valor de F é significativo, se compara com seu valor da tabela que corresponde a um valor da distribuição de F para os respectivos graus de liberdade.

Distribuição de F a nível de  $P = 0,05$  e  $GL = 2/27$ .



F plantas: 0.203 → NS - Não significativo

Para GL 4/27



F Clones x plantas → 3.040\* Significativo

## 8. Conclusão

- A. Existem diferenças significativas entre clones quanto ao índice alométrico L/C.  
(Aceitou-se  $\mu_a = (\mu_1 \neq \mu_2 \dots \neq \mu_6)$ )
- B. Não existem diferenças entre plantas dentro de clones.
- C. Os índices alométricos das plantas variam de acordo com o clone.

# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## Distribuição de Freqüências

### PRÁTICA Nº 1

Produção de milho em kg/parcela de 50m<sup>2</sup>

Kg/50m <sup>2</sup>				
10.5	10.3	12.5	11.0	9.7
12.1	8.3	11.5	9.3	13.2
10.4	10.2	12.4	10.8	9.4
11.8	7.7	11.4	9.0	13.1
10.3	9.8	12.0	10.5	9.3
11.7	7.0	11.1	13.0	8.4
10.4	10.2	12.4	11.0	9.6
11.8	8.2	11.5	9.2	13.2
10.3	10.1	12.3	10.6	9.4
11.7	7.3	11.1	8.5	13.1

Realize o seguinte:

1. Organizar os dados
2. Determinar classes (máximo 12)
3. Distribuição de freqüências
4. Elaborar tabela de freqüências ascendentes e descendentes e de freqüências relativas ascendentes e descendentes.
5. Descreva 3 aspectos que considere importantes desta amostra de dados.

B. Não existem diferenças entre plantas de

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## Distribuição de freqüências

## Prática nº 2

A seguinte tabela mostra uma distribuição de freqüência de horas trabalhadas na colheita de frutos de laranja num certo período.

Determinar:

- a. Limite superior da quinta classe
- b. Limite inferior da oitava classe
- c. Ponto médio da sétima classe
- d. Freqüência da quarta classe
- e. Freqüência relativa da sexta classe
- f. Porcentagem de trabalhadores que não trabalharam mais de 600 hs
- g. Porcentagem de trabalhadores que trabalham 950 horas ou mais
- h. Porcentagem de trabalhadores que trabalham pelo menos 500 horas porém menos que 1000 horas.

Trabalho colheita (Horas)	Número de trabalhadores
300 - 399	14
400 - 499	46
500 - 599	58
600 - 699	76
700 - 799	68
800 - 899	62
900 - 999	48
1000 - 1099	22
1100 - 1199	6

Nota: Elabore uma figura para responder o item g.

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

## PRÁTICA Nº 3

1. Com os dados da prática 2, determinar:

- a) Média
- b) Mediana
- c) Moda

2. Seja a seguinte amostra {4, 4, 6, 7, 8, 9, 10}

- a) demonstre que os desvios com relação a média  $e = 0$
- b) Demonstre que os desvios quadráticos com relação a média  $e$  um mínimo.

Nota: As propriedades da média do item 2, são fundamentais, para compreender as propriedades das medidas de dispersão.



# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## MEDIDAS DE DISPERSÃO

### PRÁTICA Nº 4

- Sejam as seguintes amostras de uma variável qualquer.

$$A = \{2, 0, 5, 3, 3, 2, 4, 3, 5, 2, 2, 4, 1\}$$

$$B = \{23, 21, 24, 22, 23, 25, 22, 20, 22, 23, 24, 22, 25\}$$

Calcular o seguinte de cada conjunto:

- Média aritmética
  - Desvio padrão
  - Coefficiente de variação
- Responda o seguinte:
    - Qual das médias é mais consistente com base ao desvio padrão
    - Com base ao coeficiente de variação
    - Discuta as conclusões do item 1 e 2.

- Seja o seguinte conjunto {5, 4, 3, 2, 2, 6, 7}

- Calcular a variância usando as seguintes fórmulas:

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N} ; \quad s^2 = \frac{\sum x^2 - (\sum x)^2 / n}{N} ; \quad s^2 = \frac{\sum x^2}{N} - \bar{x}^2$$

Verifique se os resultados são iguais.

ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

CORRELAÇÃO E REGRESSÃO

PRÁTICA Nº 5

As seguintes cinco variáveis, correspondo a uma avaliação de cinco características em 5 plantas.

Variável (Característica)				
$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
12	46	10	15	85
6	19	18	25	46
4	12	22	33	23
10	35	9	12	80
8	40	25	38	75

Calcular os coeficientes de correlação seguintes:

a)  $X_1$   $X_2$

b)  $X_3$   $X_5$

c)  $X_3$   $X_4$

Se algum valor  $r$  for significativo, calcular a equação linear a representar graficamente.



# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## AMOSTRAGEM

### PRÁTICA Nº 6

Comprimento em metros do Raquis da folha 17 de 50 plantas diferentes de Dendê de 3 1/2 anos de idade. Material. *Elaeis oleifera*.

---

(1) 3.41	(11) 3.84	(21) 3.51	(31) 3.33	(41) 3.84
(2) 4.17	(12) 3.97	(22) 4.11	(32) 3.28	(42) 4.00
(3) 3.70	(13) 3.84	(23) 4.31	(33) 3.79	(43) 3.94
(4) 3.64	(14) 4.01	(24) 4.08	(34) 3.60	(44) 3.81
(5) 3.65	(15) 4.30	(25) 4.23	(35) 3.61	(45) 4.08
(6) 3.37	(16) 3.39	(26) 3.96	(36) 3.59	(46) 3.74
(7) 3.21	(17) 3.85	(27) 4.08	(37) 3.60	(47) 4.06
(8) 3.69	(18) 3.77	(28) 3.65	(38) 3.76	(48) 3.88
(9) 3.60	(19) 3.78	(29) 3.95	(39) 3.59	(49) 3.76
(10) 3.41	(20) 4.05	(30) 4.24	(40) 3.62	(50) 4.09

---

- Do quadro anterior, extrair uma amostra ao acaso de 5 plantas e determine o tamanho da amostra sendo a média da população de 3.80m e o desvio padrão de: 0.267.
- Determine também a confiabilidade da estimativa a partir da amostra e erro de amostragem.

## ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

### TESTE DE HIPÓTESE

#### PRÁTICA Nº 7

Durante uma visita de campo a um plantio de Eucalipto, alguém observou que certa quadra tinha em aparência maior altura que outra quadra visitada anteriormente. Porém, outras pessoas afirmaram o contrário. O gerente incomodado por não dispor das informações necessárias para esclarecer a dúvida, mandou a medir duas amostras ao acaso de 50 árvores de cada quadra. Em ambas as duas amostras, mediu-se a altura do tronco, e os resultados foram os seguintes:

<u>Quadra A</u>	<u>Quadra B</u>
$\bar{X} = 5,70\text{m}$	5,03m
$S^2 = 0.588\text{m}$	0.481m

É realmente a altura da quadra A superior a quadra B?

# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## ANÁLISES DE CONTAGEM

### PRÁTICA Nº 8

Em um lote de sementes germinadas encontrou-se uma infecção de fungos *Schizophyllum comune*.

Para combater a doença se aplica na metade do lote atacado uma mistura de 2:1 dos fungicidas Dithane + Benlate e se obteram os seguintes resultados:

Contagem 15 dias após o tratamento.

	Recuperadas	Recuperando-se	Mortas	Total
Tratadas	50	25	15	90
Não tratadas	55	17	13	85
Total	105	42	28	175

• Está relacionada a recuperação das sementes com o tratamento de fungicidas aplicados?

# ESTATÍSTICA EXPERIMENTAL

## CONCEITOS GERAIS PARA ANÁLISE DE VARIÂNCIA

### PRÁTICA Nº 9

A seguir temos uma tabela de análise de variância incompleta. Favor completá-la e comentar os resultados.

ANOVA = Número de folhas de guaraná por m de ramo

F.V.	G.L.	SQ	QM	F <sub>c</sub>	F(P=0.05)
Tipos de Ramos		0,017			
Plantas	4				
Ramos x Plantas		23,395			
Erro		562,159			
	99	625,499			

NOTA: Testou-se: Ramos sombreados vs não sombreados

Amostra : 5 plantas e 10 ramos sombreados e 10 não sombreados por planta.