EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA - EMBRAPA
VINCULADA AO MINISTÉRIO DA AGRICULTURA
DEPARTAMENTO DE ESTUDOS E PESQUISAS

Planejamento da Propriedade Agrícola

- Modelos de Decisão -

2ª Edição

Departamento de Difusão de Tecnologia
Brasília, DF
1984

Tratamento Editorial
Evanir Pimenta Figueiredo
Cléa Lúcia Lira
Nilza Rodrigues de Albuquerque

Composição
Francisca Bezerra de Assis Soares
Mareny Guerra de Oliveira

Montagem
Valter Silva

Arte Final da Capa
Tenisson Waldow
Juarez da Silva

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA - EMBRAPA
Vinculada ao Ministério da Agricultura
Departamento de Estudos e Pesquisas

PLANEJAMENTO DA PROPRIEDADE AGRÍCOLA
– MODELOS DE DECISÃO –

Elísio Contini
José Diniz de Araújo
Antonio Jorge de Oliveira
Waldo Espinoza Garrido

Departamento de Difusão de Tecnologia
Brasília, DF
1984

EMBRAPA-DEP. Documentos, 7

Substituição das Séries EMBRAPA-DDM. Documentos pela EMBRAPA-DEP. Documentos

Exemplares deste trabalho podem ser solicitados a:
EMBRAPA - Departamento de Difusão de Tecnologia
Edifício Venâncio 2.000 - Bloco A - 50 - 4º andar
Caixa Postal 040315
70333 - Brasília, DF - Brasil

Tiragem: 3.000 exemplares

Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. Departamento de Estudos e Pesquisas, Brasília, DF.

Planejamento da propriedade agrícola; modelos de decisão. Brasília, EMBRAPA-DDT, 1984.

300p. (EMBRAPA-DEP. Documentos, 7).

Colaboração de: Elísio Contini, José Diniz de Araújo, Antonio Jorge de Oliveira e Waldo Espinoza Garrido.

1. Economia rural. 2. Fazenda - Exploração. 3. Fazenda - Administração. 4. Fazenda - Planejamento. I. Contini, E., Colab. II. Araújo, J.D. de, Colab. III. Oliveira, A.J. de, Colab. IV. Espinoza Garrido, W., Colab. V. Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. Departamento de Difusão de Tecnologia, Brasília, DF. VI. Título. VII. Série.

CDD. 338.1

APRESENTAÇÃO

A década de 70 trouxe uma escalada dos preços dos insumos consumidos na produção agropecuária: mão-de-obra, combustíveis, insumos modernos, serviços da terra e de máquinas e equipamentos. Esta escalada de preços está se acentuando na presente década.

E, assim, a pressão dos custos se intensifica, gradual, mas continuamente. Do ponto de vista do agricultor, é premente a necessidade de reduzí-los.

Aumenta-se, deste modo, o retorno dos investimentos numa administração mais complexa e competente. Aqui e acolá, de início lentamente, mas agora com grande intensidade, explode a demanda por conhecimentos de administração rural.

Um pugilo de jovens, mas muito bem treinados em economia rural, percebe a situação em que vivemos e escreve o livro "Planejamento da Propriedade Agrícola - Modelos de Decisões" que está fadado a preencher, a nível mais avançado, uma grande lacuna que existe na literatura da economia rural, em língua portuguesa.

Livro que, escrito por um grupo de profissionais da Universidade e do Sistema Cooperativo de Pesquisa do Ministério da Agricultura, representa um instrumento valioso para os pesquisadores e quantos queiram racionalizar a exploração de suas fazendas, versando nas técnicas mais modernas de tomada de decisão, mas também escrito em linguagem acessível aos profissionais do ramo.

Ao apresentá-lo, tenho-o na conta de um notável acontecimento para a nossa agropecuária, neste início de 1984.

Eliseu Roberto de Andrade Alves
Presidente da EMBRAPA

SUMÁRIO

Pág.

INSTRUMENTAL ECONÔMICO PARA A DECISÃO NA PROPRIEDADE AGRÍCOLA

Elisio Contini[1]
José Diniz de Araújo[2]
Waldo Espinoza Garrido[3]

INTRODUÇÃO

Do desempenho do setor agrícola depende a realização dos objetivos macroeconômicos de qualquer sociedade moderna. A evolução da agropecuária influencia direta e indiretamente o processo de crescimento econômico. Uma oferta adequada de alimentos e de matérias-primas por parte da agricultura aos demais setores (fibras, grãos para processamento etc. . .) é um pré-requisito básico para a estabilidade de preços na economia. A agropecuária pode e deve ainda contribuir significativamente para o equilíbrio do Balanço de Pagamentos e para manter elevado o nível de emprego.

No estágio de desenvolvimento em que se encontra o Brasil, a participação da agropecuária é extremamente importante para o bem-estar da sociedade e para a paz social. Particularmente na crise em que vive o País neste primeiro qüinqüênio da

[1] Prof. Dr. rer. pol. Economia, EMBRAPA-DEP, Caixa Postal 11131G, CEP 70333 – Brasília, DF.

[2] Engº - Agrº, M.S., Economia, EMBRAPA-DEP, Caixa Postal 11131G, CEP 70333 – Brasília, DF.

[3] Engº - Agrº, Ph.D., Convênio IICA/EMBRAPA-DEP, Caixa Postal 11131G, CEP 70333 – Brasília, DF.

década dos 80. É dentro deste contexto que deve ser colocada a contribuição da agricultura como uma "saída para a crise" (SOBER-1983). É preciso que a agricultura produza alimentos, fibras e outros insumos para os demais setores, a um nível adequado e compatível com as necessidades da sociedade.

De que(m) depende o volume de produto agrícola num dado período considerado? Alguns fatores não são controláveis, como a falta de terras agricultáveis e, principalmente, as intempéries. A política governamental global e especificamente para o setor podem estimular a produção através de incentivos (por exemplo crédito subsidiado), ou inibi-la através de restrições (por exemplo cotas de produção). Outro agente que influencia o que e quanto produzir é o consumidor interno e externo. Os hábitos alimentares, as preferências dos consumidores influenciam a decisão de o que e quanto produzir.

O agente mais importante para a produção agropecuária, porém, é o próprio agricultor. É da decisão do agricultor de o que plantar e quanto que dependerá fundamentalmente o volume de produção agropecuária a ser obtido. Esta decisão do agricultor e sua racionalidade econômica serão objetos não só deste capítulo introdutório, mas de todo o livro "Planejamento da Propriedade Agrícola – Modelos de Decisão". Muito mais do que entender o fenômeno procurar-se-ão instrumentos adequados de análise. Modelos específicos fornecerão subsídios para uma otimização da decisão, em situações normais, em presença de risco e para preferências temporais.

O PROCESSO DE DECISÃO DO AGRICULTOR

O processo de decisão do agricultor é um componente importante na determinação do volume agregado da produção agrícola. Qualquer que seja a causa externa, a decisão de muitos agricultores de não plantar determinado produto poderá provocar distúrbios no abastecimento interno e comprometer metas de exportação. É importante, então, analisar o que é esta decisão, em que consiste e quais os elementos que a compõe para poder atuar sobre ela, não no sentido de manipulá-la, mas de levá-la a uma maior racionalidade.

Conceituação de decisão

O ser humano está constantemente envolto em situações em que tem que decidir; na maioria das vezes são decisões corriqueiras que exigem pouca reflexão e tempo. Só existe um problema de decisão quando as conseqüências resultantes são importantes e não existe certeza sobre o que deve ser feito. (Anderson et al. 1977).

O problema que envolve a decisão tem sido analisado com bastante profundidade pela teoria administrativa e, particularmente, pelos tratados sobre organizações (Simon 1960; March & Simon 1958). Com o surgimento da pesquisa operacional, mais recentemente tem-se dedicado atenção crescente à "análise da decisão", através da formulação de modelos (Brown et al. 1974; Thiriez & Zionts 1976; Dyer & Shapiro 1982); Já se pode falar numa "teoria da decisão" com contribuições especiais, embora isoladas, das ciências administrativas, da psicologia, da sociologia, da economia e da própria matemática.

Em sentido estrito, a decisão pode ser definida como um ato racional, privilégio e responsabilidade do ser humano. Dado um problema relevante qualquer e a disponibilidade de informações, decidir implica em julgamento de alternativas possíveis de ação. É como uma "conclusão tirada de premissas" (Simon). O ato de decidir em si pode ser definido como: "é isto", "deve ser feito isto, assim. . .". Como ato do intelecto, faz parte do império da lógica.

Em sentido lato, porém, uma decisão não pode ser considerada como um ato simples e puro do intelecto. Pressupõe uma série de ações (atividades) tanto antes como depois do ato de decidir. Pressupõe-se que o tomador de decisões queira buscar o máximo de racionalidade possível e encontrar a solução mais apropriada. Racionalidade significa, por exemplo, o agricultor produzir em pontos sobre a curva de transformação de produtos; dados os preços de insumos e dos produtos, o ponto ótimo é determinado pela relação destes preços. O agricultor agiria com irracionalidade se decidisse produzir "no interior" da curva de possibilidade de produção e, neste caso, estaria então em nível de bem-estar inferior (Samuelson 1972).

Decidir em situações de incertezas que envolvem elevados riscos exige reflexão sobre as alternativas possíveis de ação e sobre suas conseqüências potenciais. Não é necessário que as avaliações que se fazem no intelecto (as razões) sejam explicitadas; muitas delas podem ficar implícitas. Ou, então, ao se tomar decisões explicitam-se razões (justificativas) outras que não as verdadeiras.

Na prática, pelo menos, uma decisão está interrelacionada a uma série de outras anteriores e é possível que venha a provocar outras decisões no futuro. Afigura-se uma cadeia de elos entrelaçados e interdependentes um em relação ao outro. A decisão pode ser considerada um processo dialético. A todo o instante aparecem novas informações, formam-se novas premissas que confirmam ou tendem a rejeitar a decisão.

Componentes de uma decisão

O primeiro componente de uma decisão é a existência de um problema para o qual se deve encontrar uma solução. Como exemplo, para o agricultor poderá ser o que e quanto plantar. Naturalmente que o problema deverá ser significante e ter conseqüências importantes. Numa propriedade agrícola, o que plantar e quanto é um problema importante. Desta decisão dependerá a sua renda e o bem-estar seu e de sua família.

A seleção de problemas relevantes pressupõe que o agricultor possua objetivos mais ou menos explícitos. Os objetivos podem ser conflitantes, complementares, excludentes ou indiferentes um em relação ao outro. Principalmente em relação aos conflitantes, o agricultor deverá eleger, em diferentes graus, o que quer atingir dentre vários objetivos. Por exemplo, a maximização da renda e a minimização do risco parecem estar em contradição. Ao se decidir por um aumento da renda, pode-se estar aumentando o risco. O agricultor decide, buscando um equilíbrio entre os objetivos, por uma função de utilidade própria. Esta é exercida pelas preferências do indivíduo, as quais hierarquizam os próprios objetivos. (Klemmer et al. 1978; Keeney & Raiffa 1976).

Definido adequadamente o problema, é necessário munir-se de informações indispensáveis que o esclareçam e subsidiem a decisão. O termo informação é usado aqui em seu sentido amplo. Compreende informações escritas, no caso do agricultor, por exemplo, preços dos produtos e insumos, tecnologias disponíveis, a experiência anterior (com diferentes produtos), informações verbais (o que ouviu falar sobre o problema e sua solução), experiências em outras regiões, com outros agricultores, e o próprio "feeling" do agricultor.

Pelo menos para fins analíticos pode-se distinguir a fase de coleta (ou recordação) das informações e a fase de sua análise. Na prática, a coleta e a análise se processam mais ou menos ao mesmo tempo. A análise compreende, principalmente, uma sistematização, ou um ordenamento das informações segundo sua natureza e importância. O que não é relevante deve ser excluído do processo, pelo menos temporariamente. As informações mais importantes são armazenadas (na memória do agricultor ou no próprio computador, dependendo da quantidade e complexidade) como subsídios para a tomada de decisões.

As informações organizadas e analisadas levam a alternativas de decisão. O administrador, no caso o agricultor, selecionará as alternativas de solução mais relevantes. Em relação ao "o que" plantar, por exemplo, restringir-se-á a culturas que comprovadamente apresentam bom rendimento na região ou que garantam sua subsistência em condições edafo-climáticas específicas. As alternativas podem ser definidas também em referência à infra-estrutura de que se dispõe na propriedade. Se há várias colheideiras para arroz, não se cultivará só abacate. . . O desconhecimento das novas tecnologias agrícolas e mecânicas geradas poderá limitar as alternativas disponíveis. A soja pode, hoje, ser cultivada nos cerrados e em regiões tropicais graças ao desenvolvimento e adaptação de variedades para estas regiões. Para os agricultores do Centro-Oeste e Norte-Nordeste criou-se mais uma alternativa de produção.

Até recentemente, o número de alternativas não poderia ser excessivamente grande porque os cálculos eram feitos manualmente; hoje, a disponibilidade de computadores permite selecionar mais alternativas e analisá-las adequadamente. O surgimento da pesquisa operacional, em difusão crescente na agricultura, alargou tremendamente o horizonte de possibilidades de análise tornando a decisão mais eficiente. Antes de tomar uma decisão, o agricultor deverá ter ainda presente a probabilidade de sucesso de cada alternativa estudada. Alternativas com nenhuma ou pouca probabilidade de sucesso deverão ser excluídas do processo decisório; as com probabilidade de sucesso a longo prazo deverão obedecer ao princípio da preferência temporal. As probabilidades de sucesso podem ser objetivas, isto é, baseadas em critérios científicos; ou subjetivas, de acordo com as expectativas do próprio agricultor.

Antes de qualquer decisão, o agricultor deverá ter em mente quais as conseqüências desta ação. Quanto maiores as conseqüências, mais reflexão, mais informações e em mais julgamento deve fundamentar-se sua decisão. Se o agricultor decidiu em toda sua área plantar arroz, não poderá em seu lugar cultivar milho. A não ser que prefira perder todos os insumos utilizados no arroz. Para as culturas permanentes e a agropecuária, as conseqüências podem ser mais relevantes ainda pelo período de maturação das culturas. Nas conseqüências devem-se considerar também todas as ações subseqüentes à tomada de decisão. Antes de se plantar soja, é necessário ter-se em mente todas as ações subseqüentes: a necessidade e disponibilidade de recursos para tal atividade; se existe mão-de-obra disponível ou não, máquinas etc. . . Finalmente, chegou-se à decisão em si: planto esta cultura, em 10 hectares de terra, não planto aquilo.

Distinguem-se decisões orientadas para os fins mesmos e decisões relativas aos meios. As primeiras orientam-se para os objetivos do agricultor e envolvem julgamento de valor. As relativas aos meios assumem como dados os objetivos. Basicamente racionais em sua natureza podem ser consideradas como instrumentais. Quanto à importância, as decisões podem ser categorizadas em estratégicas, administrativas e operacionais. As estratégicas dizem respeito à sobrevivência do próprio empreendimento, às suas finalidades, à política de convivência com o meio ambiente. Possuem uma orientação muito mais de longo prazo. As administrativas referem-se ao gerenciamento da propriedade, como a obtenção de empréstimos, contratação de pessoal, compra de máquinas, equipamentos e insumos etc. . . As operacionais referem-se ao modo de fazer as coisas, de o que e como plantar, que tratos fazer em que época etc. . . São decisões orientadas também pelo curto prazo (Longenecker 1969).

A decisão do agricultor é complexa. Nela existem elementos de tradição, de aprendizado, de condições de infra-estrutura, motivos psicológicos e sociais e, principalmente, elementos econômicos de desejo de lucro. A força ou a influência dos diversos componentes da decisão depende também dos tipos de agricultores. Os que são orientados pela tradição, terão dificuldades em mudar de culturas, mesmo que o preço do produto não seja tão compensador. A infra-estrutura de uma empresa rural (máquinas, instalações e equipamentos) também tem força acentuada na decisão. Se não puder ser adaptada a culturas a tendência à mudança será menor. Em condições de preços ou expectativas de preços desfavoráveis poderá reduzir a área plantada.

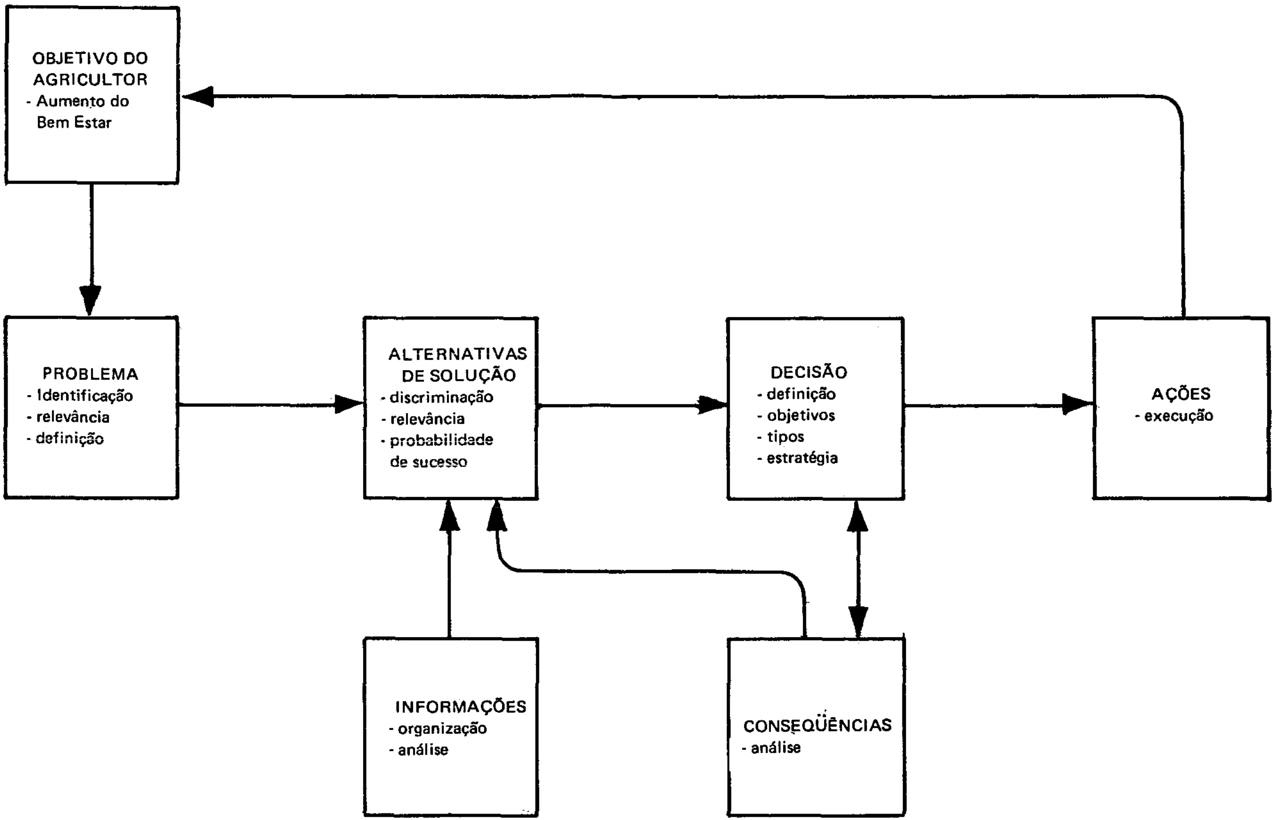
Outros fatores que influenciam a decisão do agricultor são a família, a discussão na família, o aprendizado com amigos, o ouviu falar, o desejo de experimentar. A decisão de mudança pode ocorrer por partes. Vai mudando de uma área ou cultura aos poucos e vai observando o que se passa. A experiência ensina também muito da evolução das culturas, dos preços, do mercado, das possibilidades de lucro. (Fig. 1).

O EXPERIMENTO AGRÍCOLA COMO SUBSÍDIO À DECISÃO DO AGRICULTOR

O agricultor, ao decidir pelo plantio de qualquer cultura, deve conhecer o processo bioevolutivo da planta. O pecuarista deverá ter informações do animal que pretende criar e sobre seu ciclo produtivo. Informações biológicas e também econômicas. Para os problemas de natureza biológica, a agronomia e a veterinária têm grandes contribuições a dar, uma vez que geram os processos de produção que estarão disponíveis aos agropecuaristas.

A ciência experimental, através de seus centros de pesquisa, evoluiu nos últimos anos no mundo e particularmente no Brasil. Há uma gama de conhecimentos disponíveis para as mais importantes culturas e animais. Há um clima favorável (recursos humanos bem treinados e equipamentos adequados) para se produzirem novos conhecimentos. Muitos dos problemas dos agricultores e pecuaristas, na atualidade, poderão brevemente ter respostas adequadas (Alves 1983).

FIG. 1. Esquema do processo de decisão do agricultor.



O produto da pesquisa agropecuária são as novas tecnologias geradas. (Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária 1983). Constituem-se em instrumento da racionalização do processo produtivo. Expandem a fronteira de possibilidade de produção para um dado limite de insumos. São informações organizadas sobre as alternativas de produção; neste sentido, são subsídios para a tomada de decisão do agricultor. Na experimentação isolam-se uma ou mais variáveis relevantes e procura-se determinar a sua influência sobre alguma variável que se deseja explicar através da relação causa-efeito. Doses diferentes de fertilizantes, por exemplo, terão diferentes impactos sobre a produtividade de uma determinada cultura. A pesquisa procura chegar ao limite da "resistência" de variedades a fertilizantes.

Os resultados de experimentos visam a contribuir para ampliar os processos produtivos à disposição do agricultor, aumentando a racionalidade na sua decisão. Para tanto os experimentos devem ser conduzidos com todo o rigor científico e analisados sob o ponto de vista biológico, estatístico e econômico. Naturalmente que alguns experimentos básicos e muito específicos que não têm aplicabilidade imediata não se adaptam a uma análise econômica. Porém, os que são conduzidos em situações mais próximas às do agricultor podem e devem ser analisados economicamente. Os dados obtidos no experimento agrícola são os elementos-chave para tanto. Principalmente os chamados ensaios-síntese e os demonstrativos (Espinoza et al. 1983).

Definidos os processos de produção resta ao agricultor escolher, entre estes, aquele que apresenta o menor custo de produção, obtendo assim, as máximas eficiências técnica e econômica para um certo nível específico de produto, tendo por base as relações de preços insumo/produto e insumo/insumo.

OTIMIZAÇÃO DA DECISÃO DO AGRICULTOR

O ato da decisão não significa necessariamente decidir certo, racionalmente. Há decisões erradas cujas conseqüências são sérias. Algumas por falta de informações e/ou de análise; outras por mudanças bruscas no sistema que envolve a decisão.

Pergunta-se: é possível orientar a decisão do agricultor para um ponto ótimo? Existem decisões que podem ser consideradas ótimas? No caso da decisão na propriedade agrícola, informações precisas e análises acuradas podem levar a uma maior racionalidade na decisão. Racional significa que a decisão final foi a melhor possível para o sistema de informações disponíveis. E neste sentido aproxima-se do que pode ser considerado ótimo. Devido à complexidade das variáveis e recursos, antes do surgimento da programação matemática, o ponto ótimo era praticamente um ideal, não só difícil de ser alcançado, mas também de ser definido. Pelo menos para um dado conjunto de informações disponíveis (pode ser um conjunto relativamente grande) e num ponto no tempo, é possível hoje determinar este ponto com precisão. A seguir, descrever-se-ão, sumariamente, alguns métodos de determinação deste ótimo[4].

Para fins de análise, assume-se que o objetivo do agricultor seja maximizar sua renda líquida. Limite-se a obtenção de renda à atividade de produção de bens. Neste sentido, cada produto agrícola é obtido através de um processo de transformação de um conjunto de insumos. O conceito de função de produção define estes processos. Função de produção é a relação física entre as quantidades de insumos utilizadas para se obter quantidades físicas de produtos, dada uma tecnologia. Cada ponto da curva da função de produção representa um processo de produção. Um deles torna máximo o nível de produto para dado volume de insumos. Ressalta-se, ainda, que existe uma combinação ótima de recursos para cada nível de produto, para intervalos determinados de relações de preços dos insumos.

Através de resultados de experimentos agrícolas é perfeitamente possível determinar uma função de produção e este ponto ótimo de produção. Conhecidos os preços dos insumos e dos produtos pode-se determinar a quantidade ótima de cada insumo a ser utilizado para que a renda líquida do agricultor seja máxima. A teoria econômica ensina que enquanto o acréscimo na receita marginal for maior do que o custo adicional com o insumo variável utilizado, o agricultor obtém lucro ao continuar usando quantidades deste insumo, *ceteris paribus* para as demais condições de produção. A quantidade ótima a ser usada do insumo será aquela que torna o seu valor da produtividade marginal igual ao preço do mesmo insumo. Neste ponto, o lucro será máximo. Naturalmente que a quantidade ótima depende da relação de preços dos produtos e dos insumos. Em outras palavras, o lucro será máximo quando a produtividade física marginal for igual ao preço do insumo (variável) dividido pelo preço do produto. Dado que a função de produtividade física marginal é estável para a mesma tecnologia de produção, relações de preços diferentes (hipotéticas) levarão a doses ótimas diferentes de insumos. Os conceitos da teoria da produção, aplicados particularmente para a decisão do agricultor, são apresentados por Noronha (1984) em artigo neste livro.

O conceito de função de produção e a teoria econômica que a fundamenta, em geral, não levam em conta as diferenças ambientais. Principalmente para a atividade agropecuária, a suposição de que as regiões são mais ou menos homogêneas e de que os resultados podem ser facilmente extrapolados carece de fundamentos

---

[4] Os artigos completos sobre estes métodos são objeto do presente livro.

científico e empírico. Com base em resultados do Projeto Nacional de Fertilidade de Solos da Austrália, Colwell desenvolveu procedimentos para otimizar o uso de fertilizantes na produção agropecuária através da formulação de funções de rendimento, para diversas regiões ecologicamente homogêneas, em função de características de clima (chuvas, temperaturas, meses de seca, evapotranspiração etc.), de solo (físicas, químicas, fertilidade, morfológicas, pedológicas etc.) e de manejo (época de plantio, época de amostragem dos solos).

Para ajustar a função de produção com as culturas de trigo e pastagens, Colwell (1984) utiliza polinômios ortogonais, em que cada coeficiente da regressão do modelo de raiz quadrada é ajustado em função das características mencionadas. Assim, este procedimento permite conhecer de que forma os fatores ambientais e de manejo afetam a resposta da planta a nitrogênio e fósforo, nas suas formas lineares, quadrática ou de interação.

É necessário contar com longas séries de informação ambiental para que as estimações de produção resultem o mais próximas possíveis dos resultados reais de produção. Assim, as recomendações de adubação terão maior probabilidade de sucesso e de serem adotadas pelo produtor, permitindo ao mesmo tempo facilitar a transferência de tecnologia. O melhor conhecimento do ambiente e o ajuste apropriado do modelo poderão, também, facilitar a extrapolação da informação, o que parece ser extremamente positivo quando se deseja recomendar fertilizantes em grandes áreas, como no caso do Brasil. Neste caso, o agricultor poderá confiar mais nas recomendações obtidas a partir de resultados experimentais.

Outro instrumento muito importante para a análise de experimentos e para que a decisão na propriedade agrícola seja otimizada é a programação matemática. Aliás, com importância crescente na teoria da decisão, e particularmente na solução de problemas ligados à agricultura. Esta metodologia, aliada ao aumento da capacidade dos computadores, tornou possível considerar simultaneamente um número relativamente grande de variáveis que influenciam e/ou determinam a estrutura de produção na propriedade agrícola. Deu-se um salto qualitativo e quantitativo na solução de problemas de otimização.

Através da programação linear é possível analisar, economicamente, resultados de experimentos agrícolas. Naturalmente que são essenciais para a execução desta análise muitas informações, como coeficientes técnicos e restrições. As pesquisas devem ser desenvolvidas e repetidas em mais de um local ou por diversas áreas para evitar distorções. Tais ações permitirão a obtenção de coeficientes mais estáveis e funções de produção que melhor se ajustem aos diferentes métodos. Os dados obtidos em experimentos podem ser combinados com resultados concretos da propriedade, seus recursos e assim simular situações ótimas para a firma. Através de simulações, é possível testar uma infinidade de alternativas de decisão e agir de acordo com a solução ótima. Estes conceitos e um modelo específico de análise de experimentos através da programação linear foi desenvolvido por Neves et al. (1984).

Planejar uma propriedade agrícola é uma tarefa complexa. Exige informações confiáveis sobre a disponibilidade atual e potencial de recursos, sobre tecnologias disponíveis, sobre preços de produtos e insumos, alternativas de produção e expectativas de produção e preços. Uma decisão racional deverá ter suporte na consideração simultânea destes fatores. O aperfeiçoamento da programação linear, aliado ao desenvolvimento de computadores mais potentes e rápidos, permite medir o desempenho da propriedade agrícola como um todo, dentro de suas especificidades.

Para permitir a utilização "em massa" pelos agricultores, simplificando a entrada de dados e a saída de resultados e agilizar este processo, Sugai (1984)desenvolveu, no Departamento de Estudos e Pesquisas da EMBRAPA, um sistema de planejamento da propriedade agrícola denominado PROFAZENDA. O sistema PROFAZENDA baseia-se na programação linear. Constitui-se de diferentes etapas. Nelas se executam ações integradas, mas analiticamente diferenciadas. O processo começa com a obtenção dos dados. A segunda fase compreende as atividades de organização de dados. Em seguida, procede-se à crítica das informações. Caso os dados sejam inconsistentes, envia-se um relatório simplificado ao interessado para providenciar as correções, e o processo decisório se inicia, novamente na primeira fase. Caso os dados sejam consistentes, passa-se à fase de otimização.

O próprio computador imprime um relatório de otimização em que aparecem as soluções dos planos presentes e ótimos para a propriedade. Com este resultado e mais informações do formulário de entrada e da fase de organização de dados, é elaborado um relatório geral. Este fornece os subsídios indispensáveis para uma decisão racional. Caso sejam necessárias alterações, executam-se revisões, obtém-se novos dados e o processo começa de novo.

A programação de investimentos numa propriedade agrícola exige que se considere, além das múltiplas variáveis, objetivos e recursos num dado momento, a variável tempo, isto é, um período relativamente longo. Oliveira (1984) desenvolveu um modelo multiperiódico de investimento com vistas ao planejamento da propriedade agrícola. O modelo formulado e testado é uma extensão da programação linear ao longo do tempo. Tecnicamente, se a matriz de coeficientes de insumo-produto da programação linear **standard** é representada por A, a matriz multiperiódica é a matriz partida $A = A_{11} \ldots A_{mn}$. Cada uma destas submatrizes é uma matriz de coeficientes de insumo-produto produzido e consumido em cada período de tempo.

Linhas e colunas de cada submatriz sobrepõe outras submatrizes. A sobreposição de linhas implica que algumas atividades produzidas durante um período de tempo podem também serem usadas para a produção de outras atividades em períodos sucessivos de tempo. Os recursos da propriedade também são considerados por período, bem como os retornos e os custos.

Como função-objetivo estabeleceu-se a maximização do valor presente da renda líquida da propriedade. Foram consideradas, no modelo, restrições de terra, mão-de-obra, tração animal, horas de máquina, capital, disponibilidade de caixa, crédito, patrimônio e benfeitorias para animais. Selecionaram-se grupos de atividades de produção, de transferência de terra, de aquisição de insumos, de capital fixo, de crédito, de transferência de caixa e de renda líquida. O artigo mostra a aplicação do modelo para uma propriedade dos cerrados brasileiros.

Outro ponto importante a considerar na determinação do uso ótimo de fertilizantes é seu efeito residual. Normalmente o custo do fertilizante é debitado para o cultivo imediato que o recebeu. Para fertilizantes fosfatados e potássicos, a aplicação de uma dose num período irá afetar os cultivos subseqüentes, com intensidade decrescente. Então, o problema de fertilidade do solo para o agricultor pode ser definido como a determinação do estoque ótimo de fertilizantes que a terra deve ter e da dosagem periódica a ser aplicada em cada ponto do tempo, para manter este estoque. Daí a necessidade de considerar a variável tempo nesta análise.

Para o produtor, o nível ótimo de estoque de fertilizante no solo é aquele que gera o maior valor presente de rendas líquidas sobre um horizonte temporal. Com base em 38 experimentos realizados em 20 locais diferentes no período de 1968 a 1976, Lanzer (1984) estimou funções de efeito residual e de resposta da soja e trigo a nitrogênio, fósforo e potássio. Para a estimação das funções de efeito residual de fósforo e potássio adotou um modelo linear sob a hipótese de declínio da fertilidade, a taxas geométricas. As funções de resposta foram estimadas através de funções lineares segmentadas.

Os resultados obtidos para o caso da sucessão trigo-soja no Rio Grande do Sul indicou a presença de ineficiências econômicas nas recomendações agronômicas de adubação. A pesquisa detectou elevado efeito residual dos fertilizantes fosfatados e potássicos nos locais estudados. Isto indica que a análise econômica estática da resposta a estes fertilizantes é, metodologicamente, inadequada.

DECISÕES DO AGRICULTOR EM SITUAÇÕES DE INCERTEZA

A agricultura é uma atividade econômica envolta em muitas incertezas. Em primeiro lugar é a falta de informações ou sua demora em chegar ao agricultor, principalmente em regiões mais afastadas dos maiores centros urbanos. Mais importantes ainda são as decisões que têm conseqüências para um futuro relativamente longo. Ao plantar uma cultura, o agricultor não tem certeza de como vai se comportar o clima (se vai haver seca ou excesso de chuva) e sobre os preços futuros. Principalmente em um país de transformações rápidas como o Brasil. Em um ambiente de incertezas, o agricultor deve assumir determinados riscos em sua decisão. Assim, a qualidade da decisão (sua racionalidade) fica comprometida pelo risco nela envolvido (Holloway 1979).

Se a incerteza é uma situação dada e comum na atividade agrícola, o problema é determinar como se pode incorporar risco em modelos de decisão. Bernoulli incorpora o risco em sua teoria de decisão, baseando-se em probabilidades subjetivas do tomador de decisões a respeito da ocorrência de eventos incertos, e em preferências pessoais pelas conseqüências potenciais destes eventos. A partir do teorema da Atividade Esperada de Bernoulli, Markowitz, Tobin e Feldstein desenvolveram o modelo Média-Variância. De acordo com este modelo presume-se que o tomador de decisão escolha a alternativa que apresente menor variância para uma mesma média, ou a alternativa com a maior média para um nível igual de variância. Quando uma alternativa apresenta maior média e maior variância, vários critérios foram desenvolvidos para a decisão, como o de segurança mínima de Roy, o da máxima chance condicionada de Telser e da segurança fixa de Kataoka.

Como o risco é algo subjetivo de cada tomador de decisão, é difícil se obter funções de utilidade para cada indivíduo que decide, conforme exige o princípio de Bernoulli. Para contornar tal problema, desenvolveram-se regras de dominância estocástica, levando em conta toda a distribuição cumulativa de probabilidade dos retornos, ao invés de simplesmente a média e a variância. Baseados nos axiomas de Bernoulli e no teorema de Atividade Esperada, Hanoch e Levy adicionaram as hipóteses de que a função de distribuição de probabilidade dos retornos é simétrica.

Foram desenvolvidos também modelos de incorporação de risco para a propriedade agrícola. How & Hazell aplicaram a programação quadrática. Posteriormente, Hazell propôs o uso do **Minimization of total Absolute Deviation**, (MOTAD) podendo para tanto se utilizar de programas enlatados convencionais de programação linear. Outra alternativa para incorporar risco em modelos de planejamento da propriedade agrícola é a teoria dos jogos. O ponto inicial da análise é o critério do "Máximo entre os Mínimos Ganhos", onde o tomador de decisão escolhe o melhor entre os piores resultados de cada alternativa. Todo este instrumental técnico sobre risco é desenvolvido por Cruz (1984).

Em seguida Garcia (1984) apresenta dois exemplos de como o risco pode ser incorporado em modelos de decisão. Utiliza-se da técnica de dados esparsos, em que se ajustam manualmente curvas de probabilidade acumulada, tomando-se, como informação básica, pontos obtidos por meio da regra de Schaiffer.

Com base em dados experimentais, para cada uma das combinações de local, cultivar, adubação e população foi obtida uma curva de probabilidade. Como são disponíveis três pontos (as médias de rendimento para cada ano) podem-se obter estimativas de produção para três *fratis* de probabilidade acumulada (0,25, 0,50 e 0,75). Os pontos de mínimo e máximo foram 0,0 e o maior rendimento entre todas as repetições de cada tratamento, para cada local. Após o ajustamento manual de cada distribuição, dividiu-se em 20 segmentos de igual amplitude de probabilidade acumulada (5%), sendo estes pontos empregados para a seleção pela dominância estocástica. O segundo exemplo retrata a resposta de híbridos de milho à calagem e ao fósforo. Foram também comparados os híbridos de milho pela dominância estocástica.

Peres (1984) associa a programação matemática no planejamento da propriedade agrícola ao risco envolvido na atividade. Através da programação linear considera as atividades atuais e potenciais de uma propriedade, os seus recursos limitantes e os objetivos do agricultor. Para analisar decisões em situações de incerteza de clima e preços incorpora o modelo de risco da média-variância como o proposto por Markowitz. Assim os pesquisadores e agricultores terão instrumentos analíticos adequados para avaliar níveis ótimos (ou eficientes) de produção que lhes permitam estimar os efeitos econômicos de adoção de tecnologias, tanto em termos de renda como de variabilidade de lucros ou risco. A programação linear, no modelo formulado, permite ainda que se considerem os problemas ao longo do tempo, tornando-se assim modelos dinâmicos, uma vez que a variável tempo seja tratada de maneira discreta.

O último capítulo é uma exemplificação da aplicação deste modelo em uma empresa agrícola na região de Campinas (SP), testando, especificamente, a competitividade da cultura da soja. Primeiro assumiu que o objetivo do agricultor é a maximização do lucro sem considerar os riscos envolvidos. A outra, em que o agricultor considera, para as diferentes atividades, os riscos nelas envolvidos. Em ambos os casos, a cultura da soja tornou-se competitiva em relação às demais culturas. O modelo desenvolvido mostrou-se um instrumento útil para o planejamento da propriedade agrícola (Azevedo Filho & Peres 1984).

REFERÊNCIAS

ALVES, E.R.A. **O dilema da política agrícola brasileira:** produtividade ou expansão da área agricultável. Brasília, EMBRAPA-DID, 1983. 108p.

ANDERSON, J.R.; DILLON, J.L. & HARDAKER, B. **Agricultural decision analysis.** Ames, Iowa, The Iowa State University Press, 1977. 344p.

AZEVEDO FILHO, A.J.B.V. & PERES, F.C. **Competitividade da cultura da soja em uma empresa da região de Campinas, SP.** Brasília, EMBRAPA-DEP, 1984.

BROWN, R.V.; KAHAR, A.S. & PETERSON, C. **Decision analysis:** a overview. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1974. 89p.

COWELL, J. **Estudo dos efeitos de solo e clima sobre a resposta de culturas e fertilizantes.** Brasília, EMBRAPA-DEP, 1984.

CRUZ, E.R. da. **Aspectos teóricos sobre incorporação de risco em modelos de decisão.** Brasília, EMBRAPA-DEP, 1984.

DYER, J.S. & SHAPIRO, R.D. **Management science/operations research;** cases and readings; New York, John Wiley & Sons, 1982. 388p.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA. Departamento Técnico Científico, Brasília, DF. **Síntese:** tecnologias geradas pelo sistema EMBRAPA. Brasília, EMBRAPA-DTC, 1983. 1341p. (EMBRAPA-DTC, Documentos, 3).

ESPINOZA, W.; OLIVEIRA, A.J.; CONTINI, E. & ARAÚJO, J.D. Geração e transferência de tecnologia no uso de fertilizantes. Brasília, EMBRAPA-DEP, 1983. 52p.

GARCIA, J.C. **Seleção de cultivares e sistemas de produção de milho com respeito ao risco.** Brasília, EMBRAPA-DEP, 1984.

HOLLOWAY, C.A. **Decision making under uncertainty;** models and choices. New Jersey, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, 1959. 522p.

KEENEY, R.L. & RAIFFA, H. **Decisions with multiple objectives;** preferences and values tradeoffs. New York, John Wiley & Sons, 1976. 569p.

KLEMMER, P.; THOSS, R.; MENTRUP, H. & PLOGMANN, F. Zur konsistenz von Agrar-Energie und Verkehrspolitik mit der regionalen Wirtschaftspolitik. Münster, Beitrage zum Siedlungs — und Wohnungswesen um zur Raumplanung, Band 49, 1978. 78p.

LANZER, E.A. & PARIS, Q. **Controle ótimo de estoque de fertilidade química do solo para a sucessão trigo - soja no Rio Grande do Sul.** Brasília, EMBRAPA-DEP, 1984.

LONGENECKER, J.G. **Principles of management and organizational behavior;** Columbus, Ohio, Charles E. Merril Publishing Co., 1969. 771p.

MARCH, J.G. & SIMON, H.A. **Organizations.** New York, John Wiley & Sons, Inc., 1959.

NEVES, E.M.; GRAÇA, L.R. & MCCARL, B. **Programação matemática aplicada a dados experimentais no Brasil:** problemas atuais limitações e sugestões. Brasília, EMBRAPA-DEP, 1984.

NORONHA, J.F. **Teoria da produção aplicada à análise econômica de experimento.** Brasília, EMBRAPA-DEP, 1984.

OLIVEIRA, A.J. **Um modelo multiperiódico de investimento para o planejamento da propriedade agrícola.** Brasília, EMBRAPA-DEP, 1984.

PERES, F.C. **Planejamento da empresa agrícola em condições de risco.** Brasília, EMBRAPA-DEP, 1984,

SAMUELSON, P.A. **Introdução à análise econômica.** Rio de Janeiro, Agir Ed., 1972. 559p.

SIMON, H.A. **The new science of management decision.** New York, Harper & Brothers, 1960.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE ECONOMIA RURAL. Agricultura: Saída para a Crise?, Congresso Brasileiro de Economia e Sociologia Rural, 21, Brasília, DF. 25 a 28 de julho de 1983. **Painéis.** Brasília, SOBER, 1983. 255p.

SUGAI, Y. **Profazenda;** um sistema computacional no planejamento da propriedade agrícola. Brasília, EMBRAPA-DEP, 1984.

THIRIEZ, H. & ZIONTS, S. ed. **Multiple criteria decision making.** Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1975. 409p.

TEORIA DA PRODUÇÃO APLICADA À ANÁLISE ECONÔMICA DE EXPERIMENTOS

José F. Noronha[1]

INTRODUÇÃO

Existe, na literatura econômica, um grande número de publicações na área específica de análise econômica de experimentos. Mesmo no Brasil, o número de estudos neste campo de pesquisa vem crescendo rapidamente, apesar das dificuldades técnicas e administrativas próprias deste tipo de pesquisa. As dificuldades aparecem porque a análise econômica de experimentos requer conhecimento de, pelo menos, três áreas distintas de especialização: estatística, área técnica da cultura envolvida (por exemplo: fertilidade do solo) e economia. Reconhece-se que é difícil, para qualquer pesquisador, dominar suficientemente bem estas três áreas de conhecimento, ao mesmo tempo. Os problemas envolvidos, e geralmente mencionados nas pesquisas de análise econômica, referem-se a:

a. adequação (ou não) dos modelos estatísticos à análise econômica;

b. falta de entrosamento entre os pesquisadores, sobretudo das áreas de economia com os demais; e

c. dificuldades de comunicação, por causa da especificidade da linguagem técnica de cada pesquisador.

---

[1] Engº-Agrº, Ph.D., Escola Superior de Agricultura de Luiz de Queiroz, CEP 13400 — Piracicaba, SP.

O objetivo deste trabalho é focalizar o terceiro tipo de problema. Pretende-se apresentar a linguagem usada pelos pesquisadores de economia agrícola que se dedicam à análise econômica de experimentos, numa tentativa de tornar mais fácil e estimulante a pesquisa conjunta ou multidisciplinar. Usando como exemplo pesquisas feitas no Brasil, são esclarecidos os conceitos de economia da produção, necessários para avaliar a economicidade do uso dos recursos na produção.

Não se discutirá o mérito da questão da escolha da função matemática e do método estatístico empregados em cada estudo. A preocupação será tão somente com os conceitos de economia da produção relevantes para a análise econômica.

Conceituação básica

Considera-se como produção, em teoria econômica, todo processo de criação de utilidade. Sua característica fundamental é a combinação e coordenação de matéria-prima e energia (insumos) que se transformam no produto (bem ou serviço) destinado ao consumo humano. Cada produto agrícola requer um processo de transformação e um conjunto de insumos para que possa ser obtido. Às vezes, um produto pode ser obtido por diferentes processos físicos de transformação, mesmo quando os insumos básicos utilizados são iguais nos vários processos. Por isso é importante definir qual desses processos interessa. Usar-se-á, então, o conceito de função de produção que é a base da teoria a ser discutida daqui para frente.

Função de produção

Função de produção ou função de resposta é uma relação física entre as quantidades utilizadas de certo conjunto de insumos e as quantidades físicas máximas que se pode obter do produto, para uma dada tecnologia conhecida. Ao se exigir que a função de produção represente o máximo que se pode obter (dada a tecnologia conhecida) com o uso de cada combinação de insumos, na verdade está se construindo uma relação funcional entre os insumos e o produto. Ou seja, esta definição permite ao pesquisador escrever a função de produção como uma função matemática da forma:

$$Y = F(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

onde Y é a quantidade produzida e X_1, X_2, X_3, ..., X_n são os n insumos que entram neste processo e se transformam em Y. Esta representação simbólica significa que "Y" é uma função de $X_1, X_2, \dots, X_n$". Como está escrita, porém, não indica de que modo este processo se desenvolve, nem quais são os insumos e o produto considerados.

Se o tema é a produção de feijão, por exemplo, os insumos reconhecidos de imediato são: sementes de feijão, serviços da mão-de-obra em todas as fases da cultura, fertilizantes (do solo ou aplicados através da adubação), serviços de máquinas e equipamentos, defensivos e herbicidas, utilizados durante o ciclo da cultura. Cada um desses insumos pode ser representado por uma das variáveis X, da função matemática. Neste ponto, quando se fala de insumos, mencionam-se, primeiro, apenas coisas que estão sob o controle do produtor, ou seja, não se mencionam as variáveis energia solar e água, que são essenciais à produção, mas nem sempre podem ser controladas[2]. Em segundo lugar, a produção implica sempre um lapso de tempo entre o uso dos insumos e a obtenção do produto. Logo, o conceito envolve necessariamente a definição do período de produção considerado em cada caso. Conseqüentemente, tanto insumos como produto(s) são fluxos que entram e saem do processo. São quantidades usadas e produzidas por unidade de tempo. Na prática agronômica, separam-se as culturas em anuais e perenes. Em teoria, distingue-se a produção em culturas monoperiódicas e poliperiódicas. Para facilitar a construção dos modelos teóricos, define-se o período da forma mais conveniente para análise das relações de produção. Além disto, elimina-se o fator tempo da análise, usando quantidades "por unidade de tempo", nas análises estáticas ou monoperíodos da produção. Esta discussão será concentrada nos aspectos estáticos.

Para simplificar a exposição, estudar-se-ão os casos mais simples de função de produção em que há, apenas, um insumo como variável independente e um só produto. Depois analisar-se-ão os casos mais complexos.

É importante ressaltar, de início, que as análises de dados experimentais são, por natureza, análises parciais do processo de produção de qualquer empresa rural. Considere-se, por exemplo, um produtor de cana-de-açúcar em áreas típicas de monocultura. Mesmo neste caso, sua empresa normalmente inclui outras atividades como transporte do produto para a usina, alguma cultura de subsistência e, às vezes, outras atividades fora do setor agrícola como fonte de renda complementar. Portanto, um experimento sobre adubação em cana-de-açúcar, mesmo neste caso bem simples, oferece apenas informações parciais para a tomada de decisão desta empresa.

---

[2] É lógico que o agricultor vai escolher épocas de plantio que lhe ofereçam quantidade de energia solar e de chuvas mais adequada, "se tudo correr bem", mas resta muita incerteza no processo. No caso de feijão irrigado, a água passa a ser um dos insumos sob controle do produtor e precisa ser incluída na função.

Assim, é conveniente separar, para fins de análise, a unidade técnica da unidade econômica ou empresa.

Unidade técnica

Unidade técnica é a atividade individual que serve de base para os cálculos do custo de produção de cada produto. São exemplos de unidades técnicas: as produções de cana-de-açúcar, feijão ou gado de leite.

Unidade econômica

Unidade econômica ou empresa, por outro lado, é o conjunto de atividades técnicas sobre as quais o empresário mantém o controle financeiro. Exemplo: a usina de açúcar com todas as suas atividades.

Portanto, o conhecimento das funções de resposta das diferentes atividades constitui subsídio importante na administração e planejamento da empresa; mas outras técnicas de planejamento são necessárias também. As técnicas de pesquisa operacional são especialmente úteis nas fases de planejamento e administração das empresas que envolvem várias unidades técnicas de produção.

Pressuposições

Pode-se tornar a compreensão dos conceitos e formulação de modelos téoricos relativamente simples, fazendo, de início, as seguintes pressuposições.

Produção monoperiódica

Cada período de produção estudado será considerado inteiramente independente dos períodos passados e futuros. Além disto, admitir-se-á que:

a. a firma compra, à vista, com recursos próprios, todos os insumos usados na produção, no início do período produtivo, e vende seus produtos, à vista, no final do período; portanto, não recorre ao mercado financeiro;
b. a taxa de inflação é zero durante o período de produção;
c. o período de produção é suficientemente curto para que o custo de oportunidade dos recursos no mercado financeiro seja desprezível;
d. os recursos financeiros para a compra de insumos não constituem fatores limitantes da produção.

Relações de preços conhecidas

Os preços (ou pelo menos as relações de preços) de insumos e produtos são conhecidos, com certeza, desde o início da produção.

Equação única

A função de produção de cada produto, representada por uma única equação matemática, é contínua e possui derivadas conhecidas de primeira e segunda ordem. É, portanto, uma função conhecida.

Maximização de lucro

O empresário tem (ou pelo menos age como se tivesse) o objetivo de maximizar o lucro.

Forças que afetam o que e como produzir

Demanda pelo produto da firma

Pressupõe-se, inicialmente, que o empresário, individualmente, não consegue afetar o preço no mercado. Em linguagem técnica, isto significa que a curva de procura de seu produto é infinitamente elástica. Ou, alternativamente, que, dado o preço do produto, o empresário consegue colocar no mercado toda a sua produção.

Conhecimento técnico

A firma opera sob condições conhecidas de tecnologia de produção, resumidas pela forma específica da função de produção de seu produto.

Oferta de insumos

De modo análogo à procura do produto, a oferta de cada insumo utilizado pela firma é infinitamente elástica. Logo, o empresário pode comprar o quanto queira de qualquer dos insumos sem afetar o preço pago. Não existem acréscimos nem descontos devido à compra de quantidades grandes de insumos.

Oferta de recursos financeiros

Se for necessário, a firma pode recorrer ao mercado financeiro, operando com a taxa de juros determinada por este, sem restrição de crédito nem subsídio. Esta pressuposição, todavia, é inteiramente dispensável enquanto se discutir a produção monoperiódica. Só será necessária na discussão da demanda de capital (teoria de investimento) que envolve, necessariamente, mais de um período de produção.

TEORIA DA PRODUÇÃO

Feita esta introdução, cujo objetivo é simplificar o mundo real para fins de análise, pode-se, agora, iniciar a construção dos modelos econômicos que procuram explicar o comportamento do empresário e, a partir dele, a oferta de produtos agrícolas. Mostrar-se-à, passo a passo, como as "forças determinantes da produção", anteriormente mencionadas, interagem, em uma economia de mercado, no sentido de colocar o produto na mesa do consumidor. Naturalmente, estes modelos se aplicam ao estudo da oferta de um número grande de produtos; mas, aqui, serão focalizados apenas alguns produtos agropecuários. Mais especificamente, serão usados, na maioria dos casos, exemplos de funções de produção estimadas com dados experimentais.

Será dada ênfase às funções de resposta[3] oriundas de dados experimentais, vis-à-vis funções de produção baseadas em levantamentos feitos com agricultores (*survey*) ou em séries temporais, porque estes dois últimos tipos de funções, embora úteis para análise de política agrícola, não se prestam para a tomada de decisão gerencial (ao nível da empresa). As funções de resposta com base em dados de experimentos, por outro lado, constituem fonte valiosa de informações a serem usadas em modelos de tomada de decisão ao nível das empresas, e indiretamente, como subsídio ao processo de formulação de política agrícola.

A discussão dos princípios teóricos da produção será dividida em duas partes: teoria física e teoria econômica. Com isto, pretende-se mostrar que muitos dos conceitos necessários à compreensão de modelos econômicos são meras relações físicas entre insumos e produtos, cujo conhecimento depende muito mais do engenheiro que do economista. É importante ressaltar que a expressão "relações físicas" é usada em sentido amplo. São todas as transformações que se passam durante o processo de produção. É obvio que, na produção agropecuária, estas transformações "físicas" são essencialmente processos biológicos. Por isto mesmo, a engenharia do processo biológico (ou não-biológico, como na Engenharia Rural) precisa ser devidamente conhecida.

---

3 As expressões "função de resposta" e "função de produção" têm o mesmo sentido técnico, na literatura. Mas, em geral, existe uma preferência pela expressão "função de resposta", quando se trata de estudos baseados em dados experimentais, prefere-se, porém, a expressão "função de produção" nos outros casos.

Desta forma, discutir-se-ão, inicialmente, os aspectos técnicos ou físicos da produção. Uma vez discutidos os conceitos básicos, serão introduzidos os preços e, portanto, a análise econômica propriamente dita.

Relações entre um insumo variável e um produto

Considere-se a seguinte função de resposta de cana-de-açúcar, estimada por Arruda (1973) com dados de cinco experimentos de adubação.

$$Q = 125{,}8 + 10{,}6\,x - 2x^2 \qquad (1)$$

onde

Q = produção de cana-de-açúcar em toneladas por hectare.

x = doses de fósforo usadas na adubação, na forma de P_2O_5. As doses usadas no experimento foram de 0, 50, 100 e 150 kg/ha de P_2O_5; x = 1 corresponde a uma dose de 50 kg/ha, logo os valores de x são de zero a três.

A função polinominal do segundo grau representa o processo de transformação do insumo (P_2O_5) em cana-de-açúcar, estimada com base em três níveis de adubação.[4]

Usando-se a pressuposição referente à continuidade da função e limitando-se ao intervalo de variação de x dado pelo experimento, pode-se construir uma tabela que mostra, numericamente, o comportamento da produção quando a quantidade usada do insumo varia. Aumenta-se o número de pontos observados da função, atribuindo valores a x variando entre si 0,2 unidades.

Cada valor atribuído de x é substituído na função, dando origem, assim, a um valor estimado da produção. Os resultados deste cálculo estão representados nas colunas 1 e 2 da Tabela 1.

Na coluna 3 da Tabela 1, estão as quantidades de P_2O_5 correspondentes às doses da coluna 1. A partir dos dados destas três primeiras colunas, calculam-se as

[4] O procedimento sugerido por Arruda (1973), para estimar a função, não será discutido neste estudo. Mas a clareza de sua apresentação torna o assunto atrativo para qualquer iniciante. Os seus exemplos serão novamente usados no cálculo da dose mais econômica, quando da discussão da teoria econômica da produção.

demais, sendo de especial interesse as colunas 4 e 7 que representam, respectivamente, a produtividade física média e marginal do insumo.

TABELA 1. Relações físicas entre a quantidade de P_2O_5 usada na adubação de cana-de-açúcar e a quantidade produzida. São Paulo, 1973.

Dose de P_2O_5 por hectare (x)	Produção estimada (Q) (t/ha)	P_2O_5 em kg/ha (P)	PFMe (t/kg) ($Q \div P$)	Variação em P = (ΔP)	Variação em Q = ΔQ	PFMa (t/kg) ($\Delta Q/\Delta P$)
0,0	125,80	0	-	-	-	-
0,2	127,84	10	12,78	10	2,04	0,204
0,4	129,72	20	6,49	10	1,88	0,188
0,6	131,44	30	4,38	10	1,72	0,172
0,8	133,00	40	3,33	10	1,56	0,156
1,0	134,40	50	2,69	10	1,40	0,140
1,2	135,68	60	2,26	10	1,28	0,128
1,4	136,72	70	1,95	10	1,04	0,104
1,6	137,64	80	1,72	10	0,92	0,092
1,8	138,40	90	1,54	10	0,76	0,076
2,0	139,00	100	1,39	10	0,60	0,060
2,2	139,44	110	1,27	10	0,44	0,044
2,4	139,72	120	1,16	10	0,28	0,028
2,6*	139,84*	130*	1,08	10	0,12	0,012
2,8	139,80	140	1,00	10	-0,04	-0,004
3,0	139,60	150	0,93	10	-0,20	-0,020

* Produção máxima obtida.

Produtividade física média (PFMe)

O conceito de produtividade implica sempre uma relação entre duas variáveis. O exemplo da Tabela 1 mostra que a produtividade média do fertilizante (P_2O_5) na produção de cana é igual à razão entre a quantidade produzida de cana-de-açúcar e a quantidade correspondente do insumo usado. Calcula-se a PFMe (coluna 4) dividindo cada valor da coluna 2 pelo valor correspondente encontrada na coluna 3. A expressão matemática deste conceito é:

$$\text{PFMe} = \frac{Q(P)}{P}$$

onde,

Q(P) = quantidade produzida de cana-de-açúcar, neste exemplo. E o simbolo P entre parênteses indica apenas que a quantidade produzida depende (ou é uma função) da quantidade usada de fósforo (P).

P = quantidade usada de fósforo, aplicado sob a forma de P_2O_5.

É fácil observar que, no caso desta função a produtividade física média do insumo decresce sempre, Seu valor baixou de 12,78 toneladas de cana por kg de P_2O_5, usando 10 kg deste fertilizante por hectare, para 0,93 toneladas de cana por kg de P_2O_5, quanto o nível de adubação atinge 150 kg de P_2O_5 por hectare. Note-se, também, que se discute a produtividade média de um nutriente químico, mas, ao mesmo tempo, mencionam-se níveis de produção por hectare, que é a idéia de produtividade média mais popular. Só aparece a idéia de PFMe da terra nesta discussão porque o experimento foi realizado considerando-se como referência, para as doses de fertilizante, um hectare de terra. Na realidade, todos os demais fatores que entram na produção de cana, exceto fósforo, foram mantidos (ou considerados) constantes no experimento e nesta análise.

Produtividade física marginal (PFMa)

A PFMa de um insumo mede o efeito sobre a produção provocado por uma variação **unitária** no uso deste insumo, mantendo-se inalterados os níveis dos demais insumos. A **unidade** de variação no insumo pode ser escolhida arbitrariamente, quando se trabalha com dados discretos. Mas quanto menor for esta unidade de medida mais precisa será a estimativa da produtividade marginal. O nível máximo de precisão é obtido quando se utiliza a idéia de limite, porque, neste caso, o conceito de derivada da função, no ponto considerado, dá diretamente o valor da PFMa. Antes de usar a derivada, calcula-se a produtividade marginal do fertilizante definindo a unidade de variação como 1 kg de P_2O_5.

Calculam-se as diferenças entre os valores consecutivos de variável fertilizante (P) que, neste caso, é sempre igual a 10 kg, e da variável Q, contidos nas colunas 5 e 6 respectivamente. Dividindo ΔQ por ΔP tem-se, conforme a definição:

$$PFMa = \frac{\Delta Q(P)}{\Delta P}$$

onde o símbolo Δ significa "variação em".

O exemplo da última coluna da Tabela 1 mostra que a PFMa do fertilizante decresce em todo o intervalo de variação de P. Inicialmente, com valores positivos, e passando a negativo, quando P ultrapassa o valor 130. De fato, conforme se verá mais adiante, a PFMa é nula quando P = 130.

Outra observação importante é que a PFMa assume valores, neste exemplo, sempre inferiores aos valores da produtividade física média (PFMe). Pode-se demonstrar que isto sempre ocorre quando a produtividade física média está decrescendo.

Vale notar, também, que, apesar de estar decrescendo sempre a produtividade física média e marginal, a produção total continua aumentando até o valor de Q = 139,84 correspondente ao valor P = 130. A queda da produção, após atingir seu ponto máximo reflete-se em valores negativos da PFMa. Logo, o valor máximo desta função corresponde ao ponto P = 130; Q = 139,84, onde a PFMa = 0. Aplicando o conceito de derivada à equação original pode-se ver mais claramente este resultado:

$$\frac{dQ}{dx} = 10{,}6 - 4x = 0$$

$$x = \frac{10{,}6}{4} = 2{,}65$$

$$\frac{d^2Q}{dx^2} = -4$$

Portanto, quando são usadas 2,65 doses de 50 kg de P_2O_5, a produção é máxima, correspondente ao ponto P = 130 e Q = 139,84 (Tabela 1). Para calcular o valor de P a partir da derivada da função, basta multiplicar o número de doses assim obtido pelo seu equivalente em kg de P_2O_5, isto é $P \doteq (2{,}65) \cdot 50 = 132{,}5$.

Outra alternativa seria reconhecer que a relação entre a variável x (dose de P_2O_5) e P (quantidade de P_2O_5 em kg/ha) é P = x.q onde q representa o valor da dose que, neste experimento, foi definida como 50 kg de P_2O_5. Dada esta relação, pode-se (e deve-se), se se quiser trabalhar com a função Q = F(P), substituir o valor de x na equação por seu valor em termos de P e q. Se $x = \frac{P}{q}$ e sabendo que q = 50, a equação (1) torna-se:

$$Q = 125{,}8 + 10{,}6\left(\frac{P}{50}\right) - 2\left(\frac{P}{50}\right)^2 \qquad (1')$$

Exercício:

Verifique-se que, derivando esta função em relação a P igualando a zero, obtém-se diretamente P = 130. Esta-se, usando, assim, o procedimento exato para o cálculo da PFMa, qual seja:

$$PFMa_P = \frac{dQ(P)}{dP} \text{ em qualquer ponto da função de produção.}$$

Esta expressão significa que a produtividade física marginal do P (fósforo) na forma de P_2O_5), usado na produção de Q(P) (cana-de-açúcar), é igual à derivada da função de resposta em relação a P. O símbolo d para derivada total está sendo usado porque há apenas, um insumo variável nesta função.[5] Quando se trata de dois ou mais insumos variáveis, deve-se usar um dos símbolos de derivada parcial.

Elasticidade de produção (E)

Até este ponto, discutiu-se a resposta da produção a variações no uso do insumo, medindo a produção em toneladas de cana e o insumo em kg de P_2O_5. Mas, às vezes, é conveniente abstrair das unidades em que as variações estão sendo medidas. O conceito de elasticidade de produção faz exatamente isto. Define-se elasticidade de produção como a variação percentual na produção dividida pela variação percentual, na quantidade usada do insumo, em determinado "ponto" da função. Em outras palavras, quando se fala em variações discretas em P, a elasticidade de produção (E) mede quanto varia Q, em percentagem, por unidade (1%) de variação em P. Portanto,

$$E = \frac{\dfrac{\Delta Q}{Q}}{\dfrac{\Delta P}{P}}$$

Exemplo:

Considera-se o valor de E calculado com os dados da Tabela 1, "no ponto"

---

[5] Para uma revisão dos conceitos matemáticos usados neste trabalho aconselha-se ver Yamani (1972) e Chiang (1976). Embora existam muitos outros textos disponíveis, estes são de aplicação direta aos problemas de matemática econômica, principalmente o último.

P = 50, Q = 134,40. De fato não se pode calcular o valor de E neste ponto usando os dados da tabela, porque é preciso deixar P e Q variar a partir deste ponto. Considerando a variação de P = 50 para P = 60, pode-se, de fato, calcular o valor da elasticidade neste intervalo, mas não em qualquer dos dois pontos. Ou seja, calcula-se a "elasticidade arco" (Fig. 1) da produção no intervalo considerado. Voltando aos dados da Tabela 1:

$$E = \frac{\dfrac{1,28}{134,40}}{\dfrac{10}{50}} = \frac{1,28}{10} \cdot \frac{50}{134,40} = 0,128 \cdot \frac{1}{\dfrac{134,40}{50}} = \frac{0,128}{2,69} = 0,05$$

Este valor significa que aumentando a quantidade de P_2O_5 (no intervalo de $50 \leqslant P \leqslant 60$) em 1%, a produção de cana-de-açúcar aumentará 0,05%, dada a função de resposta usada como exemplo.

Os cálculos foram feitos de modo a mostrar que a elasticidade de produção pode ser facilmente obtida quando se conhece a produtividade física média e marginal. Assim, observando-se a fórmula, notam-se as seguintes transformações:

$$E = \frac{\Delta Q}{Q} \div \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta Q}{Q} \cdot \frac{P}{\Delta P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{1}{\dfrac{Q}{P}}$$

onde se reconhece as expressões que definem as produtividades.

Logo:

$$E = \frac{PFM_a}{PFM_e}$$

Observe-se que, calculando-se, neste exemplo, E = 0,05, encontra-se 0,128 no numerador e 2,69 no denominador, que são respectivamente a produtividade física marginal e média do insumo P_2O_5, correspondente ao intervalo em análise (Tabela 1).

A Fig. 1 resume parte da discussão feita até aqui, com base nos dados da Tabela 1. O eixo vertical à direita do gráfico representa a PFM_a. Não se incluiu a PFM_e porque seus valores, em termos da escala usada, são muito altos. Mas sabe-se que a curva da PFM_e, neste caso, estaria sempre acima da curvada PFM_a, portanto, o valor da elasticidade da produção é sempre menor do que a unidade neste caso. E, além disto, $E < 0$ para valores de $P > 130$, porque a produtividade marginal torna-se negativa a partir deste ponto.

Número ótimo de doses e quantidade ótima de fertilizantes

É muito comum encontrar, nas pesquisas sobre a determinação da "quantidade ótima" de fertilizantes, o uso da expressão "dose ótima". Já foi mostrado no exemplo da Tabela 1, que a variável x (número de doses padrão) está relacionada com a quantidade do fertilizante P pela equação:

$$x = \frac{P}{q}$$

onde (q) representa a quantidade (geralmente medida em kg/ha) de fertilizante que constitui "uma dose padrão".

O valor de (q) varia de experimento para experimento, e sua finalidade é apenas transformar as quantidades usadas de fertilizantes por unidade de área experimental P no valor codificado x que representa o número de "doses" de fertilizantes. A variável x, normalmente, toma valores tais como 0, 1, 2 e 3, e, portanto, faz com que a aplicação de métodos estatísticos aos dados do experimento se torne mais fácil. Esta simplificação obtida no processo de estimar os valores dos parâmetros da função de resposta era muito importante quando não se dispunha das calculadoras modernas e dos computadores maiores.

Este aspecto é ressaltado, porque permaneceu o costume de codificar a variável P para fins de estimação, mesmo quando se usam os recursos modernos de processamento de dados. Isto tem feito com que, inadvertidamente, muitos pesquisadores confundam a "dose" ótima com a "quantidade" ótima de fertilizantes. A fórmula do exemplo mostra que $x = P$ somente quando $q = 1$.

Note-se também, que se falou de dose (ou quantidade) "ótima" sem especificar o que se chamou de "ótimo". Em análise econômica de funções de resposta, normalmente, o uso ótimo dos recursos pressupõe que o empresário está interessado em maximizar o lucro. E esta é a pressuposição feita no início do trabalho. Mas é necessário dizer que há situações em que o uso ótimo se refere à minimização dos custos de produzir certa quantidade do produto, quantidade esta que pode ser menor do que a que maximizaria o lucro da empresa.

Portanto, o cálculo da dose ótima depende, em primeiro lugar, do objetivo. Por exemplo, suponha-se que um fazendeiro está participando de um concurso de produtividade de cana, em t/ha. Admitindo que apenas P_2O_5 pode ser usado em quantidades viariáveis, isto é, todos os demais insumos foram fixados em determinados níveis, e que a função de respostas é a da Fig. 1, a dose ótima será x = 2,6 equivalente a P = 130 kg/ha de P_2O_5. Neste caso, não se consideram nem os custos nem os retornos da produção, pelo menos diretamente.[6] O mesmo resultado seria obtido se o custo do insumo fosse zero para o fazendeiro.

A situação de maior interesse, na prática, é aquela em que o insumo tem um preço no mercado e alguns custos de aplicação. Seja p_F o custo unitário do fósforo (P_2O_5) aplicado na produção de cana. Qual será a quantidade ótima a ser usada, tendo em vista que o objetivo é obter o "lucro" máximo na produção de cana? O "lucro" a que se refere este problema é, na realidade, a margem de ganho sobre os custos deste insumo, assim definida:

$$L = p_C \cdot Q - p_F \cdot P$$

onde

p_C = preço de uma tonelada de cana-de-açúcar colhida na lavoura.

p_F = "preço" de um quilo de P_2O_5 aplicado no solo. Este valor inclui o preço de compra do fertilizante colocado na fazenda e os custos de sua aplicação.

Portanto, Qp_C = receita bruta desta atividade; $p_F \cdot P$ = custo total do tertilizante aplicado; e L = margem de ganho sobre os custos de adubação com fósforo, denominada, doravante, de lucro, para facilidade.

A seguir, será desenvolvido o método mais longo para o cálculo da quantidade ótima de P_2O_5 (valor da variável P que toma máximo o valor de L). Para isto necessita-se dos preços do insumo (p_F) e do produto (p_C). Suponha-se, para fins de cálculo, que o preço da cana-de-açúcar colhida seja de Cr$ 1.200,00 por tonelada,

[6] Indiretamente, os retornos esperados neste tipo de concurso, em geral, são obtidos na forma de um prêmio monetário ou não, que induz o fazendeiro a participar do concurso.

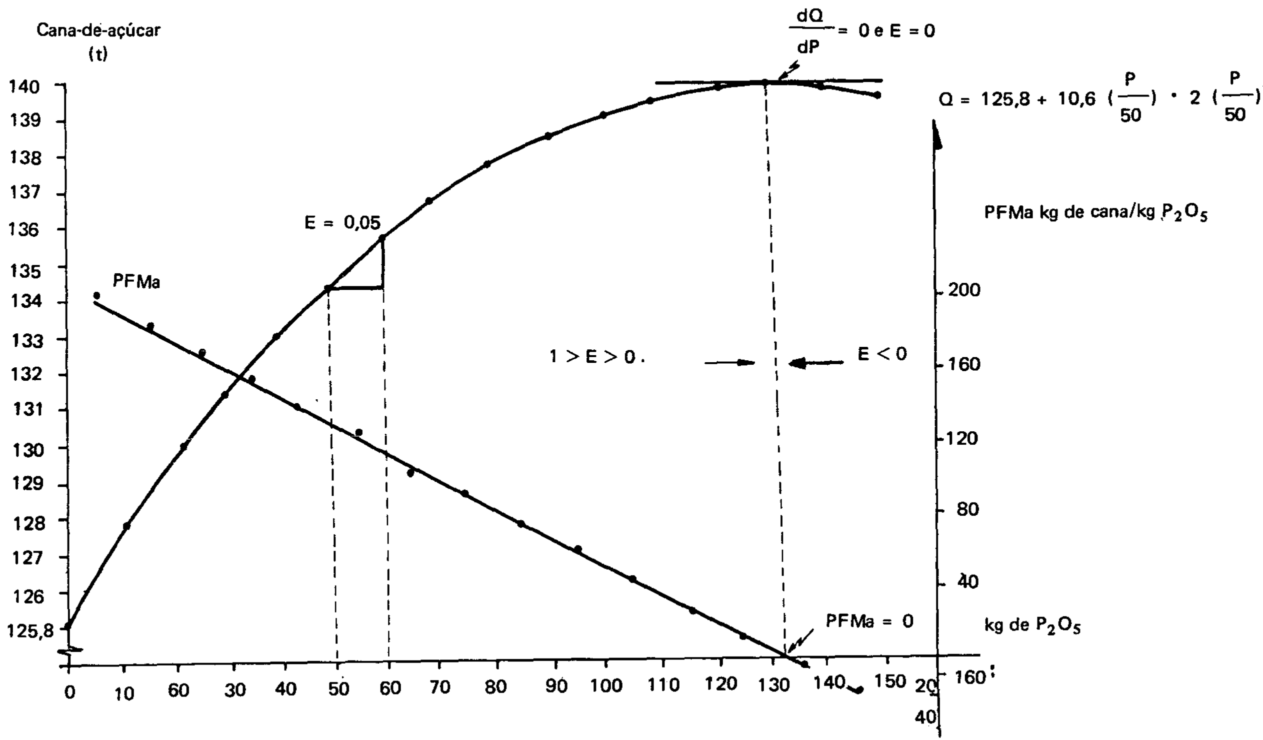


FIG. 1. Função de resposta quadrática e sua produtividade física marginal (PFMa).

na lavoura, e o preço do fósforo, Cr$ 153,60 o kg de P_2O_5 aplicado na cultura. Recorrendo aos valores de P e Q da Tabela 1, calculando-se, com estes preços, os valores contidos na Tabela 2.

Além da receita bruta, do custo do fertilizante e da margem de lucro (L) incluiu-se na Tabela 2, um novo conceito: trata-se do valor da produtividade física marginal do insumo ($VPMa_P$).

Dá-se o nome de VPMa de um insumo ao aumento que se obtém na receita bruta da empresa quando uma unidade adicional desse insumo é usada na produção, mantido tudo mais constante. Quando o preço do produto não se altera, por causa do aumento das vendas da empresa, conforme se admite, o valor da produtividade física marginal pode ser obtido de (pelo menos) duas maneiras distintas:

a. usando a definição: neste caso, calculam-se os acréscimos na receita (ΔRB), os acréscimos no uso do insumo (ΔP) e divide-se o primeiro pelo segundo, ou seja:

$$VPMa_P = \frac{\Delta RB}{\Delta P}$$

b. reconhecendo que $VPMa_P = p_c \cdot PFMa_P$, isto é, o VPMa pode ser calculado multiplicando-se o preço do produto (no caso, a cana-de-açúcar) pela produtividade física marginal do insumo. De fato, sabendo que p_c é uma constante, pode-se escrever $\Delta RB = \Delta(p_c \cdot Q) = p_c \Delta Q$. Substituindo na fórmula do item (a) resulta (Tabela 1):

$$VPMa_P = p_c \left(\frac{\Delta Q}{\Delta P}\right) \quad \text{mas} \quad \frac{\Delta Q}{\Delta P} = PFMa$$

Logo:

$$VPMa_P = p_c \cdot PFMa_P$$

Qual é o interesse desta divagação se tudo o que se quer é identificar os valores de x e P (principalmente este último) que maximizam L ? Ora, o valor máximo de L, neste exemplo, é de Cr$ 153.600,00/ha (coluna 7); logo, o número obtido de doses padrão está localizado entre os valores 1 e 1,2 e a quantidade ótima de P_2O_5 entre 50 e 60 kg/ha. Não se pode obter o valor exato, porque, para as variações discretas deste exemplo, ambos os pontos resultaram no mesmo valor "máximo" de L. Mas chega-se, finalmente, a uma regra de decisão.

TABELA 2. Cálculo da dose e da quantidade ótimas de P_2O_5 na produção de cana-de-açúcar usando a função de resposta estimada por Arruda (1973).

Dose de P_2O_5 por hectare x	Quantidade de P_2O_5 (kg/ha) P	Produção estimada (t/ha) Q	Receita[a] bruta (RB) (Cr$ 1.000,00)		Custo do[b] insumo (Cr$ 1.000,00)	Margem de lucro (L) (Cr$ 1.000,00)	VPMa[c] (Cr$)
0,0	0	125,80	150,96		0	150,96	-
0,2	10	127,84	153,41		1,536	151,87	244,00
0,4	20	129,72	155,66		3,072	152,59	225,60
0,6	30	131,44	157,73		4,608	153,12	206,40
0,8	40	133,00	159,60		6,144	153,46	187,20
1,0	50	134,40	161,28		7,680	153,60	168,00
1,2	60	135,68	162,82	1.536,00	9,216	153,60	153,60*
1,4	70	136,72	164,06		10,752	153,31	124,80
1,6	80	137,64	165,17		12,288	152,29	110,40
1,8	90	138,40	166,08		13,824	152,26	91,20
2,0	100	139,00	166,80		15,360	151,44	72,00
2,2	110	139,44	167,33		16,896	150,43	52,80
2,4	120	139,72	167,66		18,432	149,23	33,60
2,6	130	139,84	167,81		19,968	147,84	14,40
2,8	140	139,80	167,76		21,504	146,26	4,80
3,0	150	139,60	167,52		23.040	144,48	24,00

[a] Calculando considerando Pc = Cr$ 1.200,00/t.
[b] Calculado considerando P_F = Cr$ 153,60/kg de P_2O_5.
[c] VPMa = p_cPFMa = valor da produtividade marginal do fertilizante.
* Lucro máximo obtido: VPMa = P_F

Regra para a decisão

Enquanto o acréscimo na receita bruta for maior do que o gasto adicional com o insumo variável, compensa continuar usando maiores quantidades deste insumo, mantidas as demais condições de produção inalteradas. A quantidade ótima a ser usada do insumo será, portanto, aquela que torna o valor da produtividade marginal do insumo igual ao preço do mesmo insumo. Em outras palavras, o lucro será máximo no ponto da função de resposta para o qual

$$\text{VPMa} = \text{preço do insumo variável}$$

ou

$$\text{PFMa} = \frac{\text{preço do insumo variável}}{\text{preço do produto}}$$

Esta última forma de calcular a quantidade ótima é bem mais prática, porque permite, por um lado, ver claramente que quanto maior a razão entre os preços, maior a PFMa, logo menor a quantidade ótima. Em segundo lugar, porque a relação de preços varia muito com as condições de mercado; todavia a curva da PFMa permanece estável enquanto a tecnologia de produção for a mesma. Portanto, pode-se calcular uma dose ótima para cada relação de preços que se imaginar possível de ocorrência em determinada safra, deixando ao empresário a alternativa de escolha da mais provável, nas condições reais em que ele terá de fazer a previsão dos preços de mercado.

Procura do insumo

É conhecido da teoria econômica que a curva de procura de um bem mostra as relações entre quantidades que se deseja comprar deste bem a preços alternativos. Ora, a regra de decisão está expressando isto mesmo, do ponto de vista do empresário, sobre a procura do insumo variável. Cada ponto da curva de VPMa do insumo mostra a relação entre a quantidade do insumo que será comprada pelo empresário, se o preço do insumo (incluído no eixo vertical) for igual ao VPMa. Logo, a curva do VPMa[7] é a própria curva de procura do insumo, no caso de haver apenas um insumo variável e as condições de mercado perfeito, como suposto. Observe-se que,

[7] Mais adiante, ver-se-á que só uma parte da curva do VPMa refere-se à curva de procura, em geral. No exemplo da Fig. 1, todo o intervalo estudado satisfaz as condições exigidas pela definição da curva de procura, mas isto nem sempre ocorre.

quanto menor o preço, maior a quantidade procurada, o que está de acordo com a lei da procura.

Exercícios:

1. Porto (1980) estimou as seguintes funções de resposta do trigo IAS-59, ao uso do nitrogênio, com dados até 1978, do Centro Nacional de Pesquisa de Trigo.

$$Q = 1.879{,}24 + 81{,}70\,N - 3{,}77\,N^2 \quad \text{e}$$

$$Q = 1.538{,}40 - 65{,}34\,N + 448\sqrt{N}$$

onde

Q = quantidade produzida de trigo em kg/ha
N = quantidade usada de nitrogênio (N) em kg/ha

a. Qual a quantidade de nitrogênio que maximiza a produção/ha ?
Qual é a produtividade física média máxima da terra ?

b. Qual é a quantidade ótima de N a ser usada pelo agricultor se ele espera que a relação de preços é a seguinte:
$P_N/P_T = 2$; e se $P_N/P_T = 4$?, onde P_N = preço do nitrogênio e P_T = preço do trigo.

c. Qual é a diferença no lucro obtido se o agricultor está esperando $P_N/P_T = 2$ e, após a colheita descobre que de fato $P_N/P_T = 4$? Esta diferença reflete o custo de ter tomado uma decisão "errada".

2. Outra função matemática muito usada para representar a resposta da produção agrícola ao uso de nutriente, proposta por Mitscherlich, é a seguinte:

$$Y = A\,[\,1 - 10^{-c\,(X + b)}\,]$$

onde

Y = produção por hectare
A = produção máxima teórica, por hectare
c = coeficiente de eficiência do nutriente, determinado experimentalmente e através da análise de regressão

b = teor do nutriente contido no solo em forma assimilável

x = quantidade de fertilizante aplicado.

Usando dados experimentais, é possível estimar, através de métodos estatísticos, os parâmetros: A, c e b. É possível, portanto, estimar a função de produção ou função de resposta de determinada cultura e determinar a quantidade ótima do nutriente a ser usada na cultura, se forem conhecidos os preços do produto e do fertilizante. Chama-se quantidade ótima aquela que torna máxima a receita líquida (ou margem de lucro), definida como a receita bruta da cultura menos custos variáveis da aplicação do fertilizante:

$$L = Y \, . \, Py - XPx$$

2.a. Sua tarefa é mostrar que, conhecidos os parâmetros da função de produção e os preços Px e Py, a quantidade ótima de fetilizantes a ser usada pode ser determinada através de qualquer uma das três fórmulas seguintes:

$$X^* = \frac{1}{c \ln 10} \cdot \ln \left[\frac{Py}{Px} \cdot Ac \ln 10 \right] - b$$

$$X^* = \frac{0{,}4343}{c} \cdot \ln \left[2{,}3026 \;\; Ac \; \frac{Py}{Px} \right] - b$$

$$X^* = \frac{1}{c} \log \left[2{,}3026 \;\; Ac \; \frac{Py}{Px} \right] - b$$

2.b. Calcular X*, dados os seguintes resultados experimentais com adubação de cana-de-açúcar obtidos por Arruda, (1973), para a função de produção de Mitscherlich:

Experimento	Elemento químico	Parâmetros			Preços[a] Cr$/kg	Quantidade ótima do elemento químico por ha
		A	b	c		
—	N	143,10	160,13	0,00693	—	—
2	P_2O_5	141,01	99,09	0,00934	—	—
—	K_2O	143,05	175,82	0,00652	—	—

Fonte: Arruda (1973).

[a] os preços na época da pesquisa eram: Px = Cr$1,30 por kg de P_2O_5; Py = Cr$12,00 por tonelada de cana-de-açúcar.

3. Usando os mesmos dados do experimento nº 2, Arruda (1973) estimou funções de produção polinomiais do segundo grau (Funções quadráticas) como alternativas à função de Mitscherlich para a adubação de cana-de-açúcar. Determine as quantidades ótimas de N, P_2O_5 e K_2O, neste caso, e compare com os resultados do quadro do exercício 2.b. As equações a serem usadas são:

Para o nitrogênio:

$$Y = a_0 + 7{,}05x - 1{,}25x^2 \quad \text{onde} \quad x = \frac{X}{50}$$

Para o fósforo:

$$Y = 125{,}8 + 10{,}60x - 2{,}00x^2 \quad \text{onde} \quad x = \frac{X}{50}$$

Para o potássio:

$$Y = a_3 + 7{,}82x - 1{,}62x^2 \quad \text{onde} \quad x = \frac{X}{60}$$

Nota:

Os valores dos parâmetros a_0 e a_3 não foram publicados. Você verificará, todavia, que a quantidade ótima do nutriente X^* não depende destes parâmetros.

3.a. Calcule a quantidade P_2O_5 que torna máxima a produção de cana-de-açúcar por hectare e compare com o resultado da quantidade ótima deste elemento X^*, encontrada no exercício anterior.

Funções de produção com dois insumos variáveis e um produto

Voltando à expressão genérica da função de produção, pode-se escrever:

$$Y = F(X_1, X_2 \,/\, X_3 \; \ldots . \; X_n)$$

onde Y é produto físico total (PFT) ou simplesmente produção; X_1 e X_2 são os insumos variáveis e X_3, X_4, ..., X_n são todos os insumos fixos. A barra inclinada separa os insumos variáveis dos fixos.

Esta notação afirma que a produção varia de acordo com a quantidade usada dos insumos X_1 e X_2, permanecendo os demais em determinados níveis de uso. Por exemplo, X_1 = nitrogênio e X_2 = potássio aplicados na adubação de arroz, em um experimento que mantém sob controle todos os outros insumos: mão-de-obra, terra, sementes, tratos culturais. Portanto, a variação observada na produção é atribuída às variações nas quantidades usadas de X_1 e X_2.

Para simplificar, pode-se escrever a função de produção com apenas dois insumos variáveis na forma:

$$Y = F(X_1, X_2)$$

onde fica subentendido que os demais insumos controláveis, relevantes ao processo de produção, foram fixados em um nível conhecido.

A partir deste tipo de função de produção, será introduzida, agora, uma série de novos conceitos, necessários para se determinar:

a. a quantidade ótima de cada insumo usado na produção;
b. a combinação ótima de insumos;
c. a produção ótima resultante;
d. a função de procura do insumo;
e. a função de oferta do produto.

Antes de introduzir os novos conceitos, serão apresentadas as expressões, de alguns já conhecidas, no caso de um insumo variável.

Produtividade física média (PFMe)

Neste caso, deve-se calcular a PFMe para cada insumo, ou seja:

$$PFMe_1 = \frac{F(X_1, X_2)}{X_1}$$

$$PFMe_2 = \frac{F(X_1, X_2)}{X_2}$$

onde o numerador da fração representa a quantidade produzida devido ao uso dos insumos, e o denominador, a quantidade usada do insumo cuja produtividade física média está sendo medida.

Observe-se, nestas fórmulas, que a produtividade média de cada insumo depende da quantidade usada de ambos os insumos. Ou seja, cada combinação de X_1 e X_2 resultará em valores diferentes para a produtividade física média de cada um dos insumos. Voltar-se-á a este assunto, quando se analisar o exemplo numérico da Tabela 3.

Produtividade física marginal (PFMa)

Lembrando o caso de um insumo variável, a expressão genérica deste conceito é:

$$PFMa_1 = \frac{\Delta F(X_1, X_2)}{\Delta X_1} \quad e \quad PFMa_2 = \frac{\Delta F(X_1, X_2)}{\Delta X_2}$$

De modo análogo à PFMe, observa-se que a PFMa de cada insumo depende da quantidade usada de ambos. Mas, neste caso, tem-se uma complicação adicional. Está se falando de variações relativas na produção e de quantidade usada do insumo. Logo, quando se calcula a variação em Y devido a uma variação em X_1, isto é, $\Delta F(X_1, X_2)$, e necessário especificar em que nível X_2 foi mantido constante. Ou, quando se está analisando a variação na produção devido a uma variação em X_2, deve-se fixar X_1.

Usando o conceito de derivada parcial, cujo símbolo é δ, escreve-se:

$$PFMa_1 = \frac{\delta F(X_1, X_2)}{\delta X_1}$$

$$PFMa_2 = \frac{\delta F(X_1, X_2)}{\delta X_2}$$

Estas fórmulas permitem calcular o valor da produtividade física marginal de X_1 e X_2, em qualquer ponto da função de produção. As fórmulas anteriores, baseadas em variações discretas (unitárias) no uso dos insumos, são intuitivamente mais fáceis, mas de díficil aplicação prática, conforme foi visto nos exemplos de um insumo variável. Ao discutir o exemplo da Tabela 3, serão vistas as dificuldades de cálculo que surgem, quando se usam as fórmulas com variações discretas.

TABELA 3. Cálculo da produtividade física total, média e marginal de X_1, para valores escolhidos de X_2, para uma função de produção cúbica[a].

X_1	Para X_2 = 0			Para X_2 = 9			Para X_2 = 18		
	PFT_1	$PFMe_1$	$PFMa_1$	PFT_1	$PFMe_1$	$PFMa_1$	PFT_1	$PFMe_1$	$PFMa_1$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1,95	1,95	3,65	59,10	59,10	7,25	59,55	59,55	10,85
2	5,60	2,80	5,05	66,35	33,28	8,65	70,40	35,20	12,25
3	10,65	3,55	6,15	75,00	25,00	9,75	82,65	27,55	13,35
4	16,80	4,20	6,95	84,75	21,19	10,55	96,00	24,00	14,15
5	23,75	4,75	7,45	95,30	19,06	11,05	110,15	22,03	14,65
6	31,20	5,20	7,65*	106,35	17,73	11,25*	124,80	20,80	14,85*
7	38,85	5,55	7,55	117,60	16,80	11,15	139,65	19,95	14,75
8	46,40	5,80	7,15	128,75	16,06	10,75	154,40	19,30	14,35
9	53,55	5,95	6,45	139,50	15,50	10,05	168,75	18,75	13,65
10	60,00	6,00*	5,45	149,55	14,96	9,05	182,40	18,24	12,65
11	65,45	5,95	4,15	158,60	14,42	7,75	195,05	17,73	11,35
12	69,60	5,80	2,55	166,35	13,86	6,15	206,40	17,20	9,75
13	72,15	5,55	0,65	172,50	13,27	4,25	216,15	16,63	7,85
14	72,80*	5,20	- 1,55	176,75	12,63	2,05	224,00	16,00	5,65
15	71,25	4,75	- 4,05	178,80	11,92	- 0,45	229,65	15,31	3,15
16	67,20	4,20	- 6,85	178,35	11,15	- 3,25	232,80	14,55	0,35
17	60,35	3,55	- 9,95	175,10	10,30	- 6,35	233,15	13,71	- 2,75
18	50,40	2,80		168,75	9,38		230,40*	12,80	

[a] Função de produção utilizada nos cálculos:

$$Q = X_1 + X_1^2 - 0{,}05X_1^3 + X_2 + X_2^2 - 0{,}05X_2^3 + 0{,}40X_1X_2$$

* Pontos máximos da produtividade física média (PFMe) e produtividade física marginal (PFMa).

Os dados da Tabela 3 foram obtidos a partir da seguinte função de produção hipotética:

$$Q = X_1 + X_1^2 - 0{,}05X_1^3 + X_2 + X_2^2 - 0{,}05X_2^3 + 0{,}40X_1X_2$$

Esta função apresenta algumas características importantes. Sendo uma função de resposta com dois insumos variáveis, sua representação gráfica forma uma figura com três dimensões, isto é, os dois eixos horizontais X_1 e X_2 e o eixo vertical onde é representada a produção total (Q).

Debertin et al. (1977) usaram um programa de computador para representar graficamente esta função. O resultado obtido foi a Fig. 2, para valores de X_1 e X_2 variando entre 0 e 18.

Observa-se, nesta figura, que a superfície de resposta é convexa em relação ao plano horizontal, para valores baixos de X_1 e X_2, tornando-se côncava quando X_1 e X_2 crescem. Embora não seja evidente no gráfico, a produção total atinge um valor máximo para determinados valores de X_1 e X_2 menores que 18 (valor máximo atribuído aos insumos) e cai a partir daí, quando X_1 e X_2 aumentam.

Uma das maneiras mais fáceis de observar este comportamento da função de produção consiste em deixar variar apenas um dos insumos fixando o outro em determinado nível. Isto equivale a cortar a superfície com um plano vertical imaginário no nível em que se deseja fixar o insumo escolhido. O resultado será uma relação do tipo analisado anteriormente entre um insumo variável e um produto. Mas, agora, sabe-se, exatamente, em que nível o outro insumo foi fixado. Como exemplo, fixou-se X_2 nos valores $X_2 = 0$, $X_2 = 9$ e $X_2 = 18$, e calculou-se a resposta da produção a variações em X_1, obtendo-se os resultados apresentados na Tabela 3. Para serem consistentes com a representação gráfica da Fig. 2, deixou-se X_1 variar de 0 a 18. Mas foram usadas variações unitárias em X_1, enquanto esta figura usa uma variação contínua.

Além da produtividade física total, calculou-se a produtividade física média e marginal de X_1, correspondente a cada valor de X_2. Os resultados (Tabela 3) permitem observar que:

a. quando $X_2 = 0$ a produtividade física média de X_1 cresce, de 1,95 (para $X_1 = 1$) até 6,00 (para $X_1 = 10$), decrescendo a partir deste ponto. A produtividade física marginal, por outro lado, cresce inicialmente, mas começa a decrescer antes de PFMe atingir um ponto máximo. O valor máximo da $PFMa_1$ ocorre entre os pontos $X_1 = 6$ e $X_1 = 7$, decrecendo

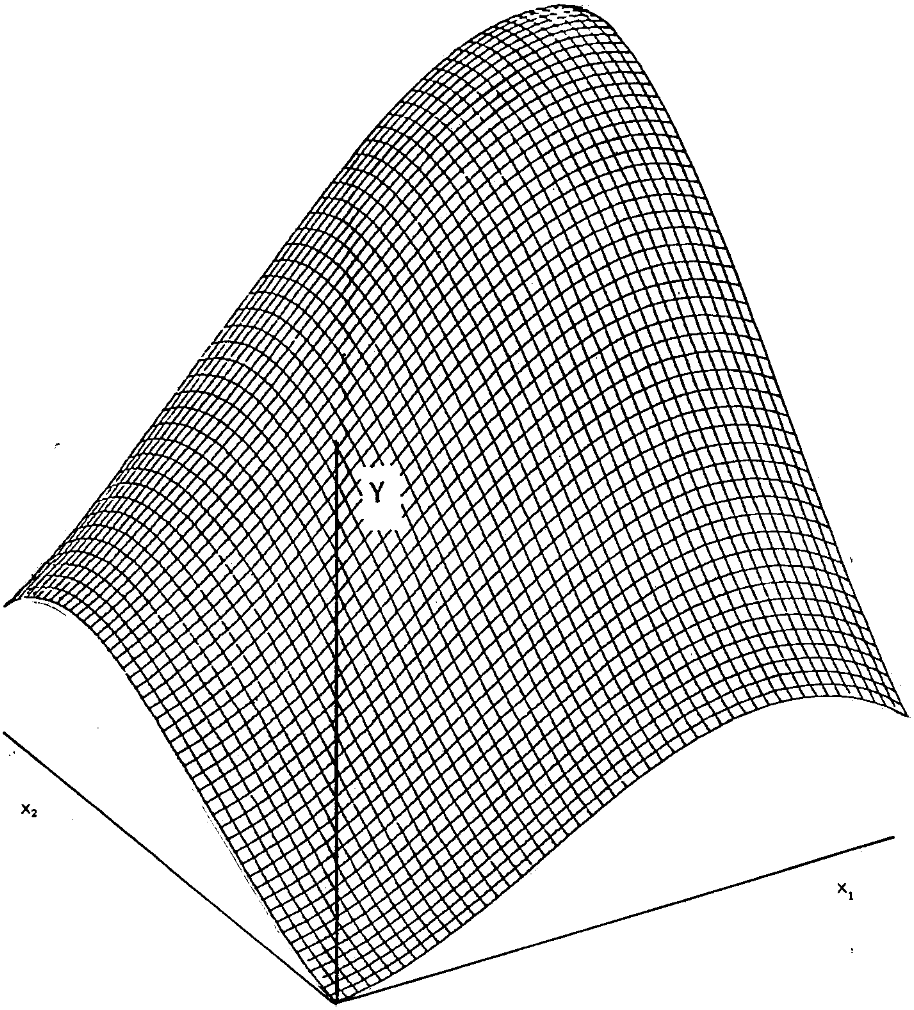


FIG. 2. Função de resposta hipotética:

$Q = X_1 + X_1^2 - 0{,}05X_1^3 + X_2 + X_2^2 - 0{,}05X_2^3 + 0{,}40X_1X_2$ para X_1 e X_2 variando de 0 a 18.

Fonte: Debertin et al. (1977).

a seguir até que passa a valores negativos, quando X_1 ultrapassa o valor $X_1 \approx 14$. Note-se, de passagem, que para $X_1 = 14$ obteve-se o maior valor da produção total. Logo, era de se esperar que a produtividade física marginal fosse zero ao redor deste ponto.

Estas observações permitem inferir que as produtividades físicas média e marginal estão intimamente relacionadas, numa mesma função de produção e que ambas dependem diretamente da forma da função de produção. De fato, se forem usadas relações matemáticas mais precisas, pode-se mostrar que a curva da PFMe está sempre crescendo, enquanto a PFMa estiver acima dela, e que a PFMe decresce quando a PFMa está baixa. Logo, as duas curvas traçadas no mesmo gráfico se cortam. Naturalmente, a curva da PFMa, ao decrescer, corta a da PFMe no ponto de máximo. A Fig. 3 ilustra este comportamento.

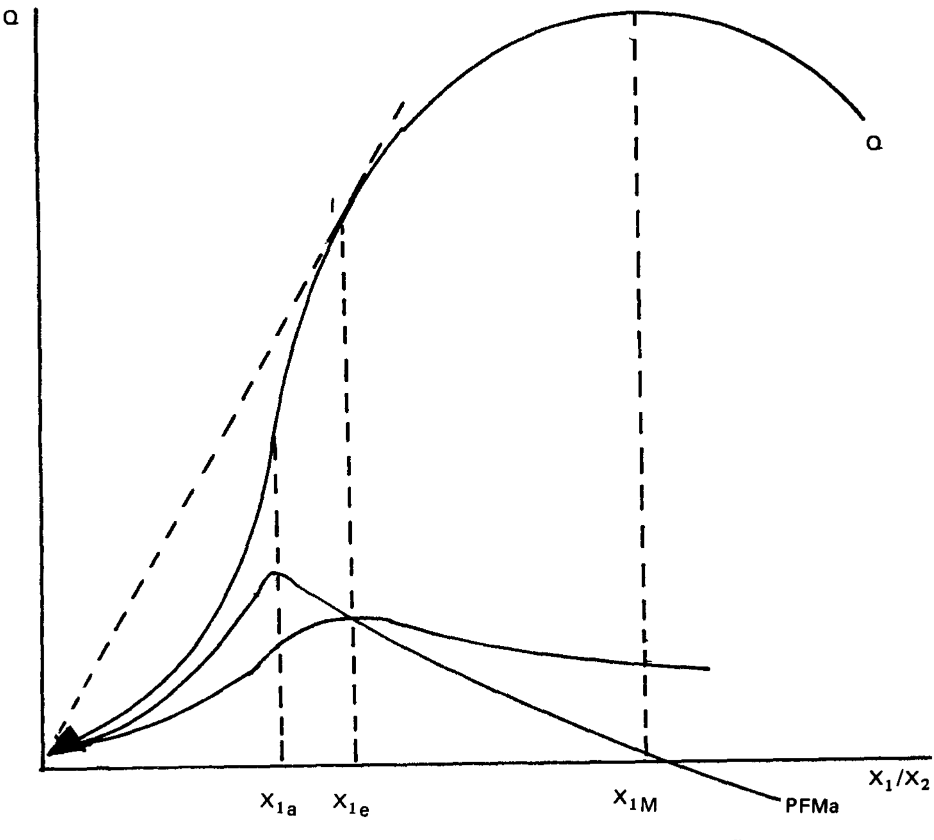


FIG. 3. Representação gráfica de uma função de produção.

A curva da Fig. 3 comporta-se de modo análogo à da Fig. 2, quando X_2 é fixado em um dado valor e deixando variar X_1. A produção total aumenta inicialmente, a uma taxa crescente até o valor de $X_1 = X_{1a}$, passando a crescer mais lentamente a partir daí, até que $X_1 = X_{1M}$ quando a produção total atinge um valor máximo.

O ponto I da curva de produção total chama-se ponto de inflexão porque é aí que os acréscimos marginais na produção mudam de direção. Ou seja, a PFMa cresce até o ponto de inflexão e muda de direção neste ponto, decrescendo a seguir. Logo, no ponto onde $X_1 = X_{1a}$, a PFMa do fator variável (X_1) é máxima. Observa-se, também, que PFMa se anula exatamente no ponto onde a produção total é máxima. Este comportamento da curva de PFMa do fator variável, quando os outros fatores estão fixos, é que caracteriza a chamada Lei dos Rendimentos Decrescentes, que seria melhor denominada **Lei dos Rendimentos Marginais Decrescentes**, onde o termo "rendimento" significa "produtividade".

Lei dos Rendimentos Marginais Decrescentes

Quando se aumenta a quantidade usada de um fator variável, em relação aos fatores fixos de qualquer função de produção, observa-se que a PMFa aumenta inicialmente, atinge um ponto de máximo e decresce a seguir, passando eventualmente a ser negativa quando a quantidade usada do fator variável torna-se muito grande em relação aos fatores fixos com que está sendo combinado.

Qual é a importância desta lei ? Ela mostra que o efeito de um insumo sobre a produção sempre depende da quantidade já utilizada de outros insumos. Observando atentamente a Fig. 2, chega-se a esta conclusão sem dificuldade. Portanto, deve-se decidir sobre dois problemas básicos, quando se dispõe de mais de um insumo variável na função:

a. determinar a combinação ótima de insumos para cada nível de produção que se pretende obter;
b. determinar a quantidade ótima a ser produzida.

Isoquantas

Quando se tratou da análise de apenas um insumo variável, o primeiro problema não existia. Agora, porém, há a oportunidade de escolha entre muitas combinações de X_1 e X_2 que produzem uma quantidade fixa $Q = \dot{Q}$. Em termos da Fig. 2, esta situação seria representada por uma "curva de nível" traçada na superfície de resposta, para determinado valor de Q.

Observando os dados da Tabela 3 (coluna PFT para $X_2 = 9$), constata-se, por exemplo, que a produção total é igual a 75,00 quando $X_1 = 3$ e $X_2 = 9$. Se fossem tomados todos os outros valores de X_1 e X_2 que resultam nesta mesma produção, poder-se-ia traçar, em um plano de insumo-insumo, a projeção da "curva de nível" de que se falou. Sua forma seria a da Fig. 4. Esta curva chama-se **isoquanta**.

Isoquanta é, portanto, uma curva traçada no espaço insumo-insumo mostrando todas as combinações possíveis de dois insumos que resultam na mesma quantidade produzida, dada uma função de produção.

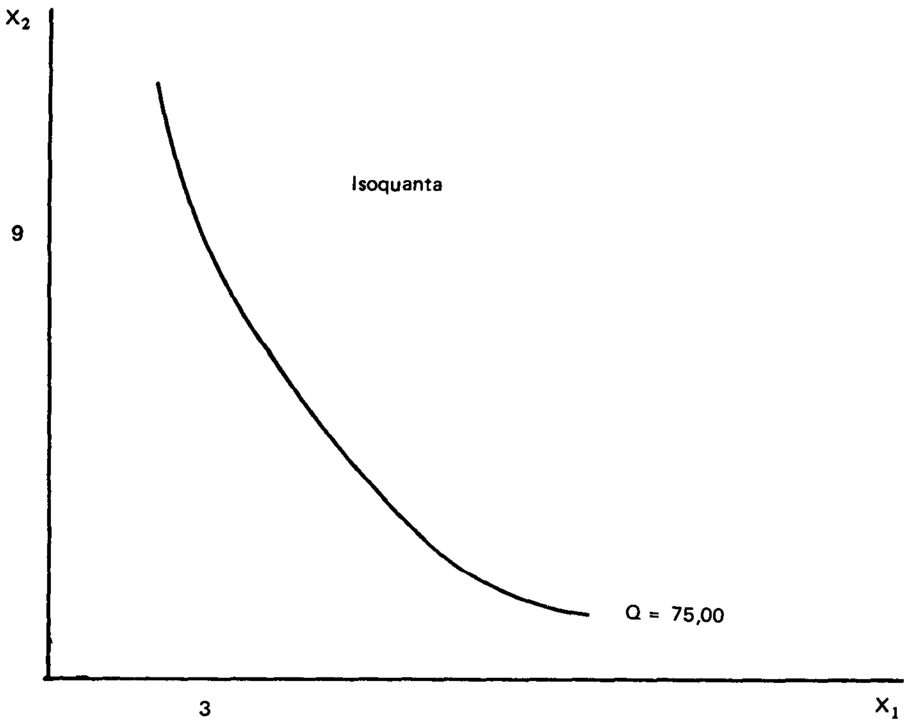


FIG. 4. Isoquanta correspondente a Q = 75,00

Se se quiser obter outra isoquanta mais para a direita, basta aumentar o valor de Q e recalcular as combinações de X_1 e X_2 consistentes com o novo nível de produção. Pode-se, assim, imaginar a existência de um número infinito (um mapa) de isoquantas na Fig. 4.

A seguir, para ilustração, serão calculados os valores que permitem traçar um mapa de isoquantas usando um exemplo mais simples de função de produção.

Suponha-se que $Q = X_1 . X_2$ seja uma função de produção. Dando valores arbitrários (convenientemente escolhidos) a X_1 e X_2 forma-se a Tabela 4. Neste exemplo, observa-se que a produção $Q = 12$ pode ser obtida combinando quatro unidades de X_1 com três de X_2 ou quatro de X_2 com três de X_1, dentre inúmeras outras possibilidades em que X_1 e X_2 tomam valores fracionários. A Fig. 5 contém algumas das isoquantas retiradas da Tabela 4.

Qual é a combinação ótima dos insumos que permite a produção de duas unidades de produção ? A resposta, naturalmente, depende dos preços dos insumos. Em geral, aceita-se como ótima aquela combinação de insumos que minimiza o custo de produção, qualquer que seja o valor de Q. No caso presente, $Q = 2$.

Logo, é necessário formular a equação de custo dos insumos:

$$CT = P_1X_1 + P_2X_2 + CF$$

onde

P_i = preço de X_i
i = 1, 2
CF = custo fixo

Suponha-se que $P_1 = 3{,}00$; $P_2 = 10{,}00$ e $CF = 0$. Observando a Fig. 5 e usando os dados da Tabela 4, pode-se organizar a Tabela 5, na qual se relacionam os custos de produzir $Q = 2$, com diferentes combinações de X_2 e X_1.

A substituição de X_1 por X_2 ao longo da isoquanta, observada neste exemplo, mostra que, quando se passa do ponto A para o ponto C sacrificam-se duas unidades de X_2 em troca de meia unidade a mais de X_1, mantendo $Q = 2$. Ou seja, uma razão de quatro unidades de X_2 por unidade adicional de X_1. Os pontos seguintes mostram que, para cada unidade adicional de X_1 que se adicionar, será necessário sacrificar cada vez menos de X_2 para compensar. Logo, dados os preços dos insumos, era de se esperar a redução no custo total (CT) de produção observada na coluna 4 da Tabela 5. Este custo torna-se mínimo, no exemplo dado, quando se passa do ponto E para F, pois seu valor se estabilizou em $CT = 16{,}00$, aumentando novamente quando se tenta passar de F para G. Observa-se também que o custo total tornou-se mínimo no intervalo da curva em que $-\Delta X_2/\Delta X_1 = 0{,}33$ que é exatamente igual à razão entre os preços dos insumos. Esta igualdade não ocorre por

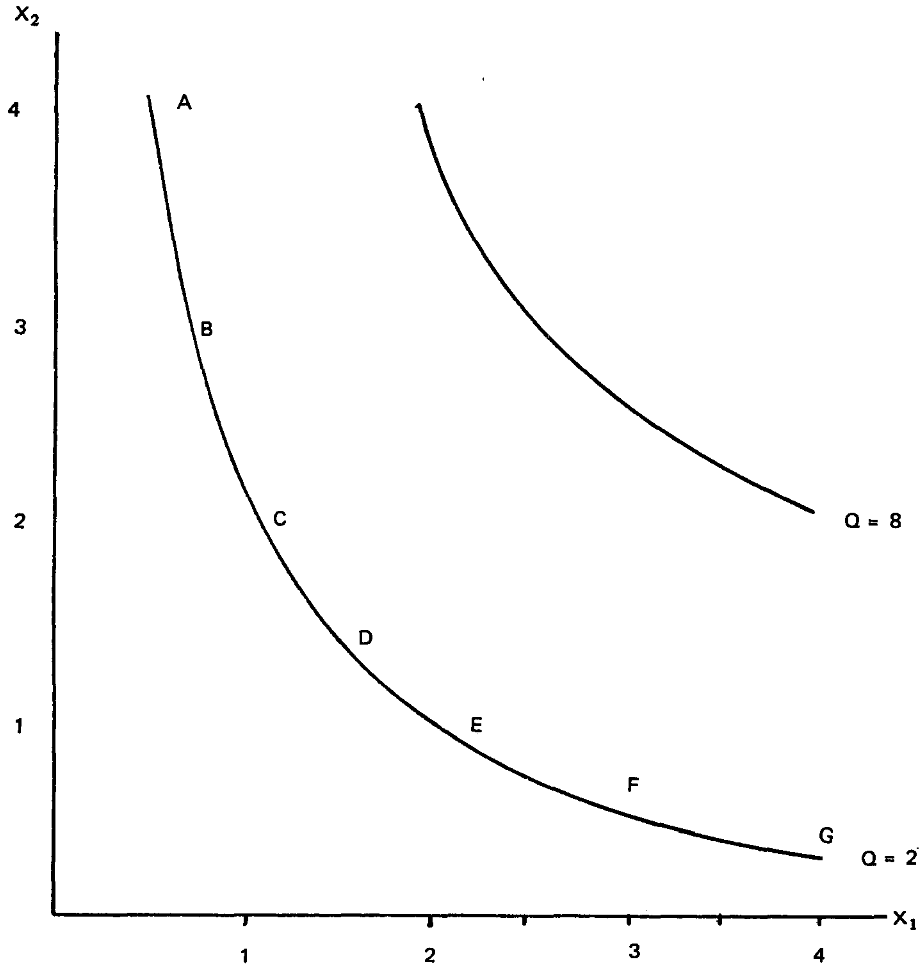


FIG. 5. Isoquantas da função de resposta:
$Q = X_1 \cdot X_2$, para valores selecionados de Q.

coincidência. Por isto, pode-se agora introduzir mais um conceito e a regra de decisão sobre a alocação ótima dos dois insumos.

Taxa marginal de substituição técnica

Chama-se taxa marginal de substituição técnica de X_2 por X_1, cujo símbolo é

TABELA 4. **Relações hipotéticas entre insumo-insumo e insumo-produto relativas à função de produção: $Q = X_1 \cdot X_2$.**

Quantidade de X_1	Quantidade do insumo X_2												
	0	0,50	0,67	1,00	1,33	1,414	2,00	2,50	2,67	3,00	3,50	3,75	4,00
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,50	0	0,25	0,34	0,50	0,67	0,71	1,00	1,25	1,34	1,50	1,75	1,88	[2,00]
0,67	0	0,34								[2,00]			
1,00	0	0,50		1,00			[2,00]			3,00			[4,00]
1,33										[4,00]			
1,414	0	0,71				[2,00]							
2,00	0	1,00		[2,00]			[4,00]			6,00			[8,00]
2,50	0	1,25											
2,67	0	1,34								[8,00]			
3,00	0	1,50	[2,00]	3,00	[4,00]		6,00		[8,00]	9,00			12,00
3,50	0	1,75											
3,75	0	1,88											
4,00	0	[2,00]		[4,00]			[8,00]			12,00			16,00

TABELA 5. Minimização dos custos de produzir duas unidades do produto (exemplo hipotético).

Ponto na isoquanta *	Quantidade de		Custo total (CT) **	Variação em		$\frac{-\Delta X_2}{\Delta X_1} = TMST_{X_1 X_2}$	P_1/P_2
	X_2	X_1		X_2	X_1		
A	4,00	0,5	41,5				
C	2,00	1,0	23,0	2,00	0,5	4,00	
E	1,00	2,0	16,0	1,00	1,0	1,00	
F	0,67	3,0	16,0	0,33	1,0	0,33***	0,33***
G	0,50	4,0	17,0	0,17	1,0	0,17	

:

* Exclui-se o ponto B porque se desejou observar variações unitárias em X_1.
** $CT = 3X_1 + 10X_2$.
*** Custo total mínimo.

$TMST_{X_1 X_2}$, a quantidade de X_2 que se deve deixar de usar por unidade adicional de X_1, para que a produção total fique inalterada. Assim,

$$TMST_{X_1 X_2} = -\frac{\Delta X_2}{\Delta X_1}$$

Em se tratando de variações infinitesimais em X_1, pode-se escrever:

$$TMST_{X_1 X_2} = -\frac{dX_2}{dX_1}$$

que, geometricamente, representa a inclinação de uma reta tangente à isoquanta, no ponto considerado.

Regra para a decisão sobre a combinação ótima de insumos

A combinação de dois insumos que torna mínimo o custo de produção de uma dada quantidade do produto é obtida igualando-se a TMST à razão entre os preços dos insumos. Ou seja, o ponto de combinação ótima é onde

$$-\frac{\Delta X_2}{\Delta X_1} = \frac{P_1}{P_2} \quad \text{ou} \quad -\Delta X_2 P_2 = \Delta X_1 P_1$$

Esta última equação mostra mais claramente a lógica da decisão. Isto é, dado o objetivo acima, deve-se diminuir X_2 e aumentar X_1, mantendo $Q = \overline{Q}$, enquanto o que se economiza com X_2 for mais do que os gastos adicionais com X_1. Quando os gastos adicionais com X_1, por seu turno, tornam-se maiores do que as economias feitas com a dispensa X_2, é sinal que se foi longe demais na substituição. Logo, no ponto em que a igualdade acima se verifica, as despesas serão mínimas.

Quando se conhece a função de produção específica estimada com dados experimentais, por exemplo, é mais fácil calcular os valores ótimos de X_1 e X_2 usando conceitos de PFMa vistos anteriormente. Por exemplo, se a função de produção é $Q = F(X_1, X_2)$

$$PFMa_1 = \frac{\delta F(X_1, X_2)}{\delta X_1} \quad \text{e} \quad PFMa_2 = \frac{\delta F(X_1, X_2)}{\delta X_2}$$

Como $Q = \bar{Q}$ é uma constante, ao longo de uma isoquanta, pode-se calcular o valor do diferencial da função, em qualquer ponto da isoquanta:

$$d\bar{Q} = \frac{\delta F(X_1, X_2)}{\delta X_1} \cdot dX_1 + \frac{\delta F(X_1, X_2)}{\delta X_2} dX_2 = 0$$

$$PFMa_1 \cdot dX_1 + PMFa_2 \cdot dX_2 = 0$$

$$- \frac{dX_2}{dX_1} = \frac{PFMa_1}{PFMa_2}, \text{ ou seja}$$

a $TMST_{X_1 X_2}$ é dada pela razão entre as produtividades físicas marginais em qualquer ponto da isoquanta. Em vista disto, a regra de decisão pode ser reescrita como:

$$\frac{PFMa_1}{PFMa_2} = \frac{P_1}{P_2} \quad \text{ou} \quad \frac{PFMa_1}{P_1} = \frac{PFMa_2}{P_2}.$$

Deve-se observar, neste ponto, que se tivesse sido aplicada, a cada insumo, a regra de decisão ótima indicada para o caso de um único insumo variável, ter-se-ia:

$P \cdot PFMa_1 = P_1$ para o insumo X_1

$P \cdot PFMa_2 = P_2$ para o insumo X_2

onde P = preço do produto. Agora, sabe-se que a simples divisão da primeira pela segunda equação dá o resultado obtido acima para dois insumos variáveis, pois o preço (P) desaparece quando se simplifica a fração.

Em termos gráficos, este ponto de equilíbrio de custo mínimo é de fato o ponto em que a linha de orçamento da firma tangencia e isoquanta considerada (Fig. 6).

No ponto de equilíbrio E, a inclinação da isoquanta $(-\Delta X_2/\Delta X_1)$ é igual à inclinação da linha de orçamento $(-P_1/P_2)$. Portanto, se houver qualquer variação nos preços relativos dos insumos, haverá uma variação na combinação ótima de insumos, se a isoquanta for convexa em relação à origem.

Este mesmo resultado teria sido obtido se o problema fosse o inverso, isto é,

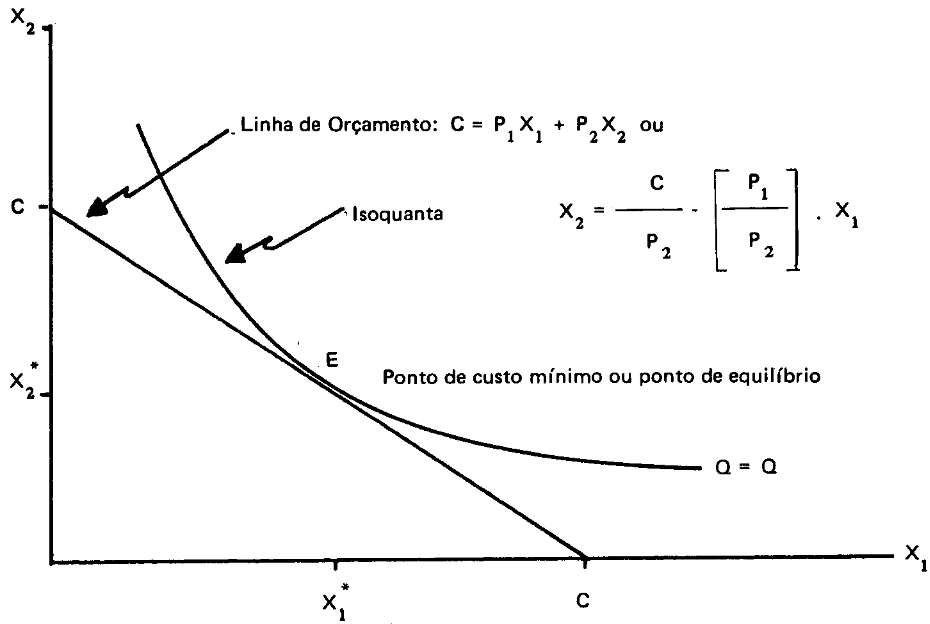


FIG. 6. Combinação de insumos de custo mínimo para produção de Q = Q.

se se desejasse obter o máximo de produção física (Q - máximo), mas usando um orçamento limitado ($C = \overline{C}$). A mesma regra de decisão se aplicaria a este caso.

Agora, considerar-se-à o problema mais geral que é saber não apenas como produzir a custo mais baixo possível, mas também quanto produzir. De que modo se comporta a firma ao descobrir quanto deve produzir ?

Quanto produzir ?

Se a empresa sabe o que vai produzir, a decisão a ser tomada sobre o quanto produzir vai depender, fundamentalmente, do seu objetivo. Na pressuposição de que a empresa visa o lucro máximo, a quantidade do produto será, evidentemente, àquela que se obtém no ponto de lucro máximo. Pode-se descobrir este ponto máximo, definindo a função de lucro de dois modos distintos:

Função de lucro definido em termos das quantidades usadas dos insumos

$$L = P.Q - (P_1X_1 + P_2X_2 + CF)$$

onde

$L =$ lucro
$P =$ preço do produto
$Q =$ $F(X_1, X_2)$ é a quantidade produzida e as outras variáveis já foram definidas.

As condições necessárias para que esta função tenha um ponto de máximo são:

$$\frac{\delta L}{\delta X_1} = 0 \quad , \quad \frac{\delta L}{\delta X_2} = 0$$

Derivando a função em relação a X_1 e X_2 e igualando a zero tem-se:

$$\frac{\delta L}{\delta X_1} = P \frac{\delta F(X_1, X_2)}{\delta X_1} - P_1 = 0 \quad \therefore \quad P.PFMa_1 = P_1$$

$$\frac{\delta L}{\delta X_2} = P \frac{\delta F(X_1, X_2)}{\delta X_1} - P_2 = 0 \quad \therefore \quad P.PFMa_2 = P_2$$

Ora, estas expressões já são conhecidas: elas mostram que, no ponto de lucro máximo, o valor da produtividade física marginal de cada insumo deve ser igual ao seu preço. Portanto, quando se resolve este sistema de equações encontram-se os valores de X_1^* e X_2^* que maximizam o lucro. Substituindo tais valores ótimos na função de produção, obtém-se a quantidade ótima a ser produzida.[8]

Nesta linha de raciocínio, vale notar a pressuposição admitida aqui de que a firma dispõe de recursos financeiros para aumentar a quantidade de X_1 e X_2 até o ponto ótimo. Portanto, para o caso de recursos ilimitados pode-se escrever as expressões acima como:

$$\frac{P.PFMa_1}{P_1} = 1 \quad e \quad \frac{P.PFMa_2}{P_2} = 1 \quad \text{então} \quad \frac{P.PFMa_1}{P_1} = \frac{P.PFMa_2}{P_2} = 1$$

---

[8] É interessante observar que, dividindo a primeira equação pela segunda obtém-se novamente a condição de iquilíbrio que minimiza o custo de produção desta quantidade produzida. Pode-se afirmar, portanto, que a maximização de lucro implica, necessariamente, que a produção está sendo obtida a custo mínimo. Mas o inverso não é sempre verdadeiro. Ou seja, nem todas as combinações de custo mínimo tornam o lucro máximo. De fato, em geral, só existe um ponto de máximo global.

Função de lucro definida em termos da quantidade a ser produzida

Neste caso, pode-se escrever, de forma mais direta, a expressão: $L = R(Q) - C(Q)$, onde L = lucro; $R(Q) = P.Q$, ou seja, a receita total depende da quantidade produzida (e vendida); e $C(Q)$ é a função de custo total da firma que também depende da quantidade produzida. Como se pode obter esta função de custo ? Matematicamente, a função de custo é obtida usando três informações básicas:

a. a função de produção: $Q = F(X_1, X_2)$
b. a condição de equilíbrio de custo mínimo, ou de produção mais eficiente:
$$\frac{PFMa_1}{PFMa_2} = \frac{P_1}{P_2}$$
c. a equação de custo (ou orçamento) da firma:

$$C = P_1X_1 + P_2X_2 + CF$$

Neste sistema de equações há três equações e as quatro variáveis seguintes: X_1, X_2, C e Q. Os outros elementos das equações são parâmetros. Portanto, pode-se resolver o sistema de tal modo que C fique dependendo do valor de Q ou $C = C(Q)$.

Deixando de lado este cálculo, observa-se o aspecto gráfico desta mesma relação funcional entre as quantidades ótimas de insumos que se traduzem, automaticamente, em valores ótimos (Q^*), os quais correspondem a valores mínimos de C^*, formando a **função de custo total**. Depois será apresentada a regra de decisão que leva o empresário a produzir quantidades compatíveis com a hipótese de lucro máximo.

Voltando à análise da alocação ótima de insumos, observe-se, agora, que pontos alternativos de equilíbrio são representados, para diferentes valores do orçamento da firma, mantidos constantes os preços dos insumos (Fig. 7).

A Fig. 7 mostra que, se for de interesse da firma aumentar a produção a partir do nível Q_1 para Q_3, por exemplo, de maneira eficiente, o caminho natural a seguir é a linha LE que passa por todos os pontos do tipo E_1, E_2 e E_3. Estes são os pontos de equilíbrio ou pontos ótimos de alocação dos recursos. Por esta razão a linha LE chama-se **linha de expansão da empresa.**

Ora, cada ponto da linha de expansão mostra a quantidade máxima (Q_1) que se pode obter com aquele orçamento (ex. E_1), ou o que significa a mesma coisa, o

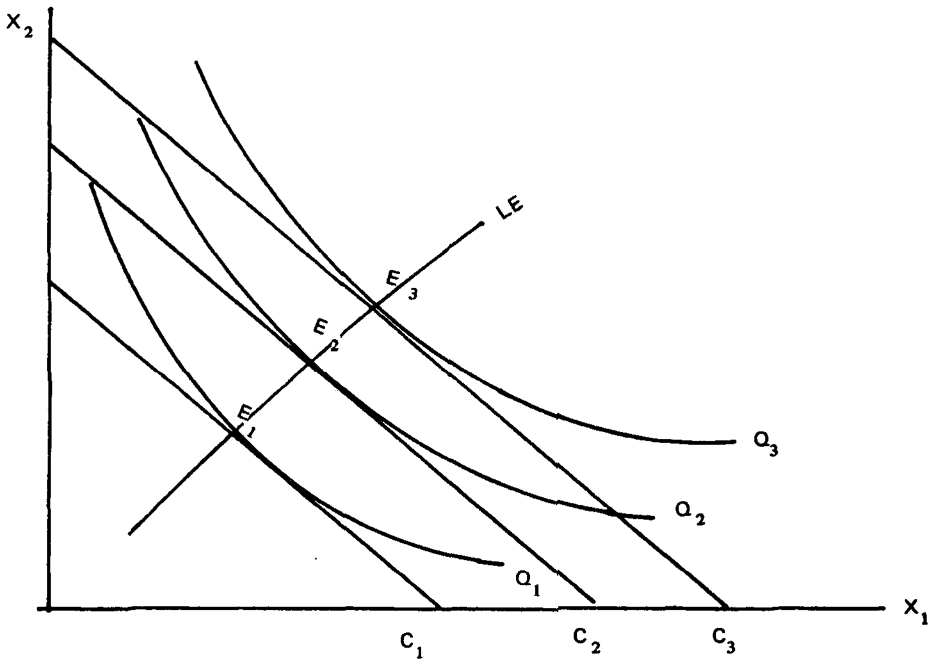


FIG. 7. **Pontos de equilíbrio de custo mínimo, mostrando a linha de expansão da firma.**

ponto E_1 mostra o custo mínimo (C_1) de produzir a quantidade (Q_1) indicada do produto ao longo da superfície de resposta.

Conseqüentemente, se os valores de C_i e Q_i, obtidos diretamente da linha de expansão, forem representados em gráfico no plano (C, Q), obtém-se a função de custo de produção da Fig. 8. Nesta mesma figura traça-se, também, a linha que representa a receita bruta (RB = P.Q) da firma, obtendo, desta forma, uma representação visual das áreas de lucro e prejuízo, dependendo da quantidade produzida.

Como L = RT - C(Q) ou L = P.Q - C(Q), o lucro é dado diretamente pela distância vertical entre as curvas de receita total e custo total. Portanto, seu valor será negativo fora do intervalo AB da curva de RT. E, neste intervalo, a distância máxima ocorre no ponto E, onde a quantidade de equilíbrio (de lucro máximo) Q^* será produzida.

O retorno, agora, à equação de lucro permite obter a regra de decisão. Deri-

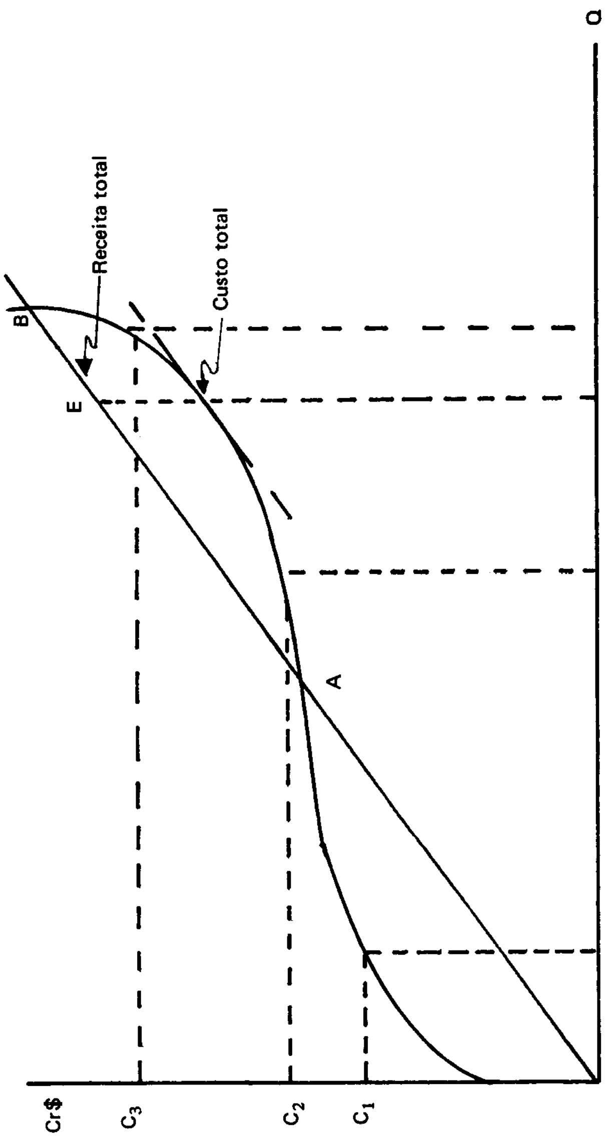


FIG. 8. Curva de custo total de produção obtida diretamente da linha de expansão da firma.

vando a função de lucro em relação a Q e igualando a zero, obtém-se a condição necessária para o lucro máximo:

$$L = P.Q - C(Q)$$

$$\frac{dL}{dQ} = \frac{d\,(P\,.\,Q)}{dQ} - \frac{dC\,(Q)}{dQ} = 0$$

ou $$P = \frac{dC\,(Q)}{dQ}$$

A condição suficiente para máximo requer, ainda, que a derivada segunda da função de lucro em relação a Q seja negativa, logo

$$\frac{d^2L}{dQ^2} = - \frac{d^2C(Q)}{dQ^2} < 0$$

Basta agora interpretar estes resultados. Em primeiro lugar, é necessário acrescentar que a expressão (nova, nesta discussão): $\frac{dC\,(Q)}{dQ}$ representa a inclinação da curva do custo total em qualquer de seus pontos relevantes. Ela representa o acréscimo observado no custo total por unidade (infinitesimal) de acréscimo na produção. Esta é a definição exata do custo marginal de produção. Então,

$CMa = \frac{dC\,(Q)}{dQ}$ e a função que representa o custo marginal de produção.

Logo,

$\frac{d^2C(Q)}{dQ^2} = \frac{dCMa}{dQ}$ é a inclinação do custo marginal.

Tem-se, agora, toda a terminologia necessária até este ponto.

Regra para a decisão sobre o quanto produzir[9]

Para que o empresário obtenha lucro máximo, é necessário que sua produção seja aumentada até o ponto em que

---

[9] Esta regra é válida, naturalmente, para uma firma que opera em mercados de competição perfeita. A condição mais geral, abrangendo mercados imperfeitos, requer que CMa = RMa e que a curva de RMa corte a de CMa de baixo para cima no ponto ótimo. $RMa = \frac{d\,(RT)}{dQ} =$ = receita marginal. Em um mercado de competição perfeita RMa = P.

CMa = P

Mas este será um ponto de máximo (e não de mínimo) somente se a curva de CMa estiver crescendo. Esta condição de equilíbrio aparece na Fig. 9.

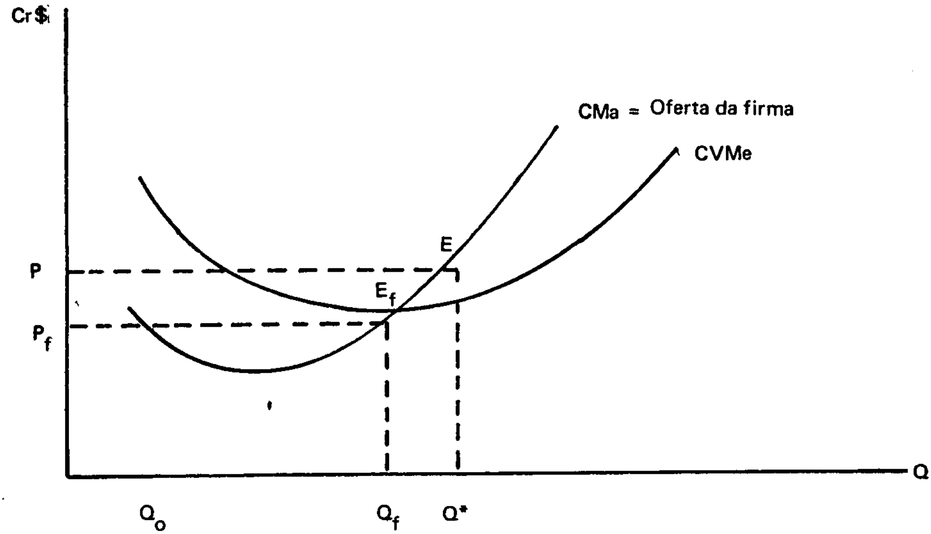


FIG. 9. Equilíbrio da firma no curto prazo, mostrando, inclusive, o ponto de fechamento E_f.

A Fig. 9 representa as curvas de CMa e de custo variável médio que são os dois conceitos mais importantes para julgar a condição de equilíbrio no curto prazo, porque, ao longo da curva de CMa, encontra-se o ponto de equilíbrio que indica a quantidade ótima Q^*, a ser produzida em função do preço. Mas existe um valor mínimo Q_1, correspondente ao preço P_f, que indica ser preferível fechar a firma do que produzir qualquer coisa, já que os custos variáveis por unidade produzida são iguais ao preço de venda do produto. Não há, assim, qualquer retorno aos fatores fixos. O ponto E_f chama-se, por isto mesmo, ponto de fechamento da empresa.

Oferta da firma no curto prazo

Lembrando que a oferta é uma relação entre preços e quantidades que mostra o quanto a empresa está disposta a produzir e vender, por unidade de tempo, a preços alternativos, obtém a curva de oferta da firma diretamente da Fig. 9.

A oferta da firma, no curto prazo, é a própria curva de custo marginal, no intervalo acima do ponto de fechamento, isto é, acima do ponto de custo variável médio mínimo.

REFERÊNCIAS

ARRUDA, H. Vaz de. Sobre uma fórmula para cálculo da dose econômica de fertilizantes. **B. Ind. anim.**, São Paulo, **30**(1): 195-201, jan./jun. 1973.

CHIANG, A.C. **Métodos fundamentales de economia matemática.** Buenos Aires, Editores, 1976.

DEBERTIN, D.L.; PAGOULATOS, A. & BRADFORD, G.L. **Computer graphics — A technique for the analysis of agricultural production functions.** Lexington, University of Kentucky, 1977.

DILLON, J.L. **The analysis of response in crop and livestock production.** Oxford, Pergamon Press, 1968.

FERGUSON, C.E. **The neoclassical theory of production and distribution.** Cambridge, Cambridge University Press, 1971.

HEADY, E.O. & DILLON, J.L. **Agricultural production functions.** Awes, Iowa, Iowa State University Press, 1961.

PASTORE, A.C. **A resposta da produção agrícola aos preços no Brasil.** São Paulo, APEC, 1973.

PORTO, V.H. da F. **Análise econométrica de dados experimentais sobre um sistema de produção trigo — soja, para a cultura de trigo.** Piracicaba, SP, 1980. Tese Mestrado. Não publicada.

SIMONSEN, M.H. **Teoria microeconômica.** 2.ed. Rio de Janeiro, FGV, 1971, 2v.

YAMANE, T. **Matemática para economistas.** São Paulo, Atlas S.A., 1972.

ESTUDO DOS EFEITOS DE SOLO E CLIMA SOBRE A RESPOSTA DE CULTURAS A FERTILIZANTES

Jeff Colwell[1]

INTRODUÇÃO

O rendimento de culturas agrícolas e sua resposta à aplicação de fertilizantes varia em função do tipo de solo e clima. Conseqüentemente, as informações relacionadas a solo e a clima esperados podem servir de base para otimizar o uso de fertilizantes para a produção agropecuária. Assim, estes dados podem fornecer informações básicas fundamentais que permitam extrapolar resultados de experimentos com fertilizantes para a produção agrícola entre regiões e países ("Agrotechnology transfer").

No entanto, mensurar variáveis relevantes de clima e solo apresenta algumas dificuldades, só sendo possível obter valores aproximados. Isto se deve à complexidade da composição do solo, às características dos perfis, à variação do clima no tempo e a seus efeitos interativos sobre o crescimento das culturas. Conseqüentemente, no estudo destas relações existe sempre uma variação não explicada, chamada também de "variância residual". Além disso, os valores de muitas variáveis somente estão disponíveis após terem afetado o rendimento das culturas (p.e., efeitos de clima); desta forma, os valores esperados, antes que os valores observados destas variáveis, devem ser utilizados para fins de planejamento da produção.

As relações são, conseqüentemente, de natureza essencialmente estatística e seu uso para a otimização da produção das culturas deve fundamentar-se nesta. Por exemplo, deve-se esperar que as variações devido a erro vão influenciar as estimativas de doses ótimas de fertilizantes; a longo prazo, há mais probabilidade de que as perdas devido a tais variações sejam minimizadas. A falta de compreensão da natureza estatística das relações entre rendimento-solo-clima e da fertilidade de solos, em geral, resulta, comumente, em dúvidas e confusão entre os cientistas e os agricultores, podendo retardar avanços nas pesquisas. É importante, então, considerar a natureza estatística das relações de fertilidade de solos.

---

[1] Pesquisador do Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization, Melbourne, Austrália. Trabalho traduzido, segundo autorização do autor, por Waldo Espinoza – Eng.º-Agr.º Ph.D. Departamento de Estudos e Pesquisa – EMBRAPA, Caixa Postal 040315, CEP 70333, Brasília, DF.

Relata-se as experiências obtidas neste campo, como também os procedimentos desenvolvidos na Austrália no Projeto Nacional de Fertilidade de Solos.

A RELAÇÃO RENDIMENTO-FERTILIZANTE

Muitas formas funcionais ou modelos têm sido propostos para representarem matematicamente os efeitos de doses de fertilizantes sobre os rendimentos, desde as primeiras propostas do modelo "broken stick" de Blackman em 1905 e do modelo exponencial de Mitscherlich em 1907. Dada a variabilidade inerente aos dados experimentais, diferentes formas da relação podem ser esperadas para diferentes cultivos e condições de crescimento. Daí que diferentes modelos têm-se popularizado em diversas partes do mundo.

O importante é que todos os modelos são essencialmente empíricos e que a escolha de um deles deverá estar, primeiramente, baseada na sua capacidade para representar os dados experimentais reais; pelo menos, dentro das faixas de maior interesse para o pesquisador. Possivelmente, o método mais simples e convincente para selecionar modelos nesta base é usar o computador para desenhar gráficos precisos para uma série de modelos alternativos, mostrando o grau de dispersão da informação, como aparece nas Figs. A e B. Por exemplo, a análise de uma série de gráficos para o trigo na Austrália tem mostrado que o modelo de "brocken stick" (8)[2] superestima a dose ótima perto do ponto de "descontinuidade"; que o modelo de Mitscherlich (5) pode originar uma estimativa errada dos rendimentos máximos; que o modelo quadrático de raiz quadrada (4) pode gerar uma representação errada em doses baixas de fertilizantes; e que o modelo quadrático de escala natural (1) pode gerar uma representação errada na proximidade dos rendimentos máximos e das taxas ótimas de fertilizantes. A escolha do modelo pode certamente introduzir um "viés" nas estimativas de doses ótimas, como mostram as Figs. A e B. Elas ilustram as características de uma série de funções de resposta, estimadas a partir de um mesmo conjunto de dados, mas para formas funcionais alternativas. Os dados são de dois experimentos de fósforo em trigo e os pontos em cada gráfico e as dispersões das funções ajustadas, em cada caso, aparecem nas figuras como T ou I.

Todas as figuras dão, aparentemente, boas representações dos dados se forem consideradas apenas as proporções da variância explicadas pelo modelo de regressão

---

[2] Os números entre parêntesis se referem aos modelos das Figs. A e B.

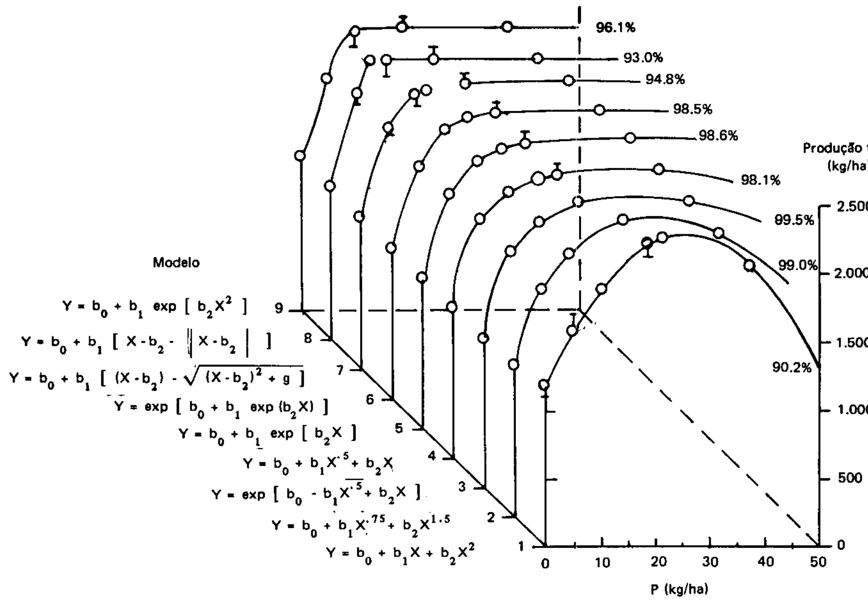


FIG. A. Funções de produção de acordo com 9 modelos para o caso do experimento A, utilizando doses crescentes de P.

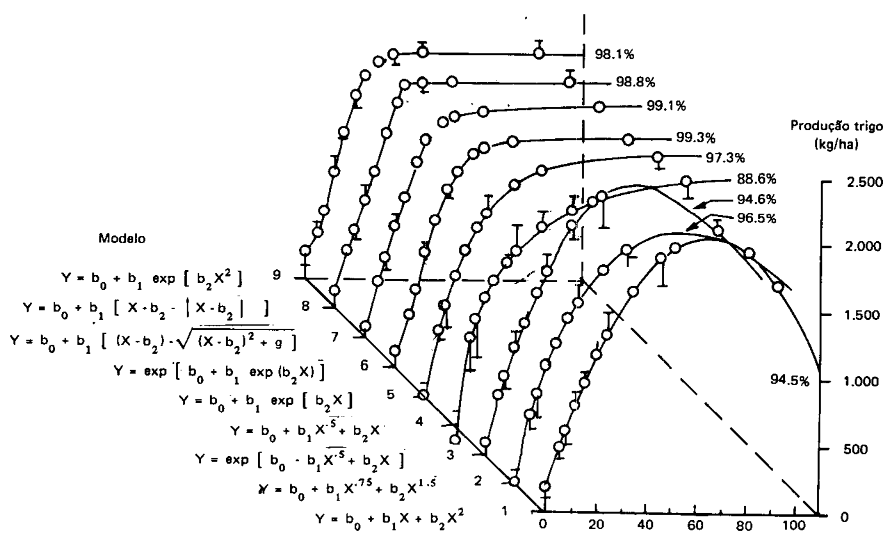


FIG. B. Funções de produção de acordo com 9 modelos para o caso do experimento B, utilizando doses crescentes de P.

(aparecem como % nas figuras). O problema das diferentes funções é que a dose ótima de fertilizantes, calculada para uma condição econômica local, é bastante afetada pela escolha do modelo. Assim, para os casos da Fig. A, as doses ótimas variam desde 21,7 kg/ha de P até 6,8 kg/ha de P; para o caso da Fig. B, desde 49,9 kg/ha de P até 26,4 kg/ha de P para o modelo 1 e 8, respectivamente.

A escolha do modelo deve-se orientar pela sua capacidade de representar os dados reais, pela facilidade de uso de computadores para o ajustamento do modelo, para a análise de variância, para testar a estabilidade dos parâmetros e a sua interpretação. Estas considerações são importantes porque, através de ampliações dos modelos, será possível estudar os efeitos simples e as interações entre dois ou mais nutrientes.

RENDIMENTOS RELATIVOS

Um artifício matemático para minimizar dificuldades devido a variações no nível de rendimentos, e que ainda é bastante popular entre alguns pesquisadores, consiste na conversão dos rendimentos (Y) em percentagens ou em rendimentos relativos, em função da produção máxima obtida, A.

$$\% \, Y = \frac{Y}{A} \times 100$$

De outro lado, alguns pesquisadores são de opinião que a dose ótima dos fertilizantes pode ser simplesmente definida como aquela que atinge alguma percentagem de A (80 - 95%). A principal objeção a este procedimento é de que A deve ser conhecida para se calcular corretamente as doses ótimas de adubação, por exemplo, como é mostrado na fórmula:

$$\frac{dY}{dX} = \frac{100 \, C}{AV} (1 + R)^t$$

onde:

C = preço do insumo

V = preço do produto
R = taxa de juros
t = número de períodos de conversão até o momento em que o produtor recebe o dinheiro pelo seu produto (para 1 ano, t = 1)

É difícil de predizer o rendimento máximo (A) devido a efeitos imprevisíveis de clima e das condições estacionais de crescimento; desta forma, as dificuldades orginais reaparecem, tão logo se comece a recomendar doses econômicas ótimas de fertilizantes.

Há também uma objeção de natureza estatística a este artifício simplista. Dividindo os dados de produção pelos rendimentos máximos para cada uma das séries de experimentos, realizados em lugares diversos, efetivamente, os desvios devido a erros são atenuados; isto pode conduzir a comparações erradas entre lugares, quando a faixa de rendimentos máximos é ampla, particularmente se alguns dados são resultados de extrapolação. Também o uso do método dos rendimentos relativos pode dar origem a sérios erros quando a variância do rendimento máximo estimado é elevado. Tal "viés" pode ainda ser agravado pela seleção subjetiva de "dados típicos", evitando-se assim resultados em que o rendimento máximo (A), como no modelo de Mitscherlich, obtido sem limitações nutricionais, seja inferior ao rendimento obtido (Y) quando se omite um nutriente essencial, ou evitando-se ainda valores de % Y maiores do que 100.

FORMAS ORTOGONAIS DOS MODELOS POLINOMIAIS

Modelos polinomiais, tais como

$$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + a_3 X^3 \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

podem ser expressos na forma ortogonal

$$Y = p_0 M + p_1 L + p_2 Q + p_3 C \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

onde M, L, Q e C são coeficientes de tendência zero, linear, quadrático e cúbico, respectivamente, e ortogonais entre si num conjunto definido de valores para X. A forma destas tendências é

$$M = A_0 \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

$$L = B_1 (X_i - \bar{X})$$

$$Q = A_2 + B_2 (X_i - \bar{X}) + C_2 (X_i - \bar{X})^2$$

$$C = A_3 + B_3 (X_i - \bar{X}) + C_3 (X_i - \bar{X})^2 + D_3 (X_i - \bar{X})^3$$

onde X_i, $i = 1, 2 \ldots n$ e o conjunto n valores para X, $\bar{X}$ é a média, e as constantes $A_0, B_1, \ldots D_3$ são escolhidas de tal forma que os vetores de tendência, para este conjunto de valores, são ortogonais e de distribuição normal. Assim,

$A_0 = n^{-0.5}$; $B_1 = [\ \Sigma (X_1 - \bar{X})^2\ ]^{-0.5}$ etc, como aparece em manuais de estatística (Colwell, 1978).

A forma ortogonal (2) pode ser transformada, algebricamente, em uma forma padrão não-ortogonal (1) pela substituição a partir de (3) e reordenando os termos. Logo,

$$b_0 = g_{00}\, p_0 + g_{01}\, p_1 + g_{02}\, p_2 + g_{03}\, p_3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

$$b_1 = g_{11}\, p_1 + g_{12}\, p_2 + g_{13} p_3$$

$$b_2 = g_{22}\, p_2 + g_{23}\, p_3$$

$$b_3 = g_{33}\, p_3$$

onde os multiplicadores "g" dos coeficientes de tendência "p" são diversos arranjos das constantes $\bar{X}$, A_0, B_1, $A_2 \ldots D_3$. Tendências ortogonais polinomiais de grau mais elevado podem ser, da mesma forma, calculadas, ainda que, em geral, um máximo de grau 3 (cúbico) é suficiente para a maior parte dos estudos.

Para dados de experimentos com fertilizantes com um único nutriente, fósforo, o modelo de raiz quadrada (modelo 4, Fig. A e B):

$$Y = a_0 + a_1 P^{1/2} + a_2 P \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

pode ser escrito na forma ortogonal

$$Y = p_0 M + p_1 L + p_2 Q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

expressando os níveis de P numa escala de raiz quadrada. Mais ainda, extensões das funções polinomiais para 2 ou mais nutrientes, com termos de interação, podem ser similarmente expressados em forma ortogonal. Por exemplo, a função de raiz quadrada para 2 nutrientes, N e P,

$$Y = b_0 + b_1 N^{1/2} + b_2 P^{1/2} + b_3 (NP)^{1/2} + b_4 N + b_5 P \quad \text{(7)}$$

pode ser expressada na forma:

$$Y = p_0 M + p_1 L_n + p_2 L_p + p_3 L_n L_p + p_4 Q_n + p_5 Q_p \quad \text{(8)}$$

onde os índices L e Q significam tendências lineares e quadráticas para N ou P, e $L_n L_p$ é a tendência de interação linear N x linear P (escala de raiz quadrada).

Tendências polinomiais ortogonais podem ser obtidas através da análise de variância, cujos programas estandardizados de análise estatística (SAS, GENSTAT) estão disponíveis em computadores. A sub-rotina FACT (Colwell 1978) foi desenvolvida especificamente para processar dados provenientes de experimentos fatoriais em estudos de fertilidade de solos. Fornece ainda os multiplicadores "g" que relacionam os coeficientes de tendência aos coeficientes de regressão não-ortogonais. A utilização destes coeficientes será exemplificada mais adiante no exemplo de calibração de análise de solos. Assim, as transformações dos valores a_i para p_i nas equações (5) e (6), ou vice-versa, são afetadas pelas relações (4) com $p_4 = 0$, e as de b_i para p_i para (7) e (8) pelas equações

$$\begin{aligned}
b_0 &= g_{00} + g_{01} p_1 + g_{02} p_2 + g_{03} p_3 + g_{04} p_4 + g_{05} p_5 \\
b_1 &= g_{11} p_1 + g_{13} p_3 + g_{14} p_4 \\
b_2 &= g_{22} p_2 + g_{23} p_3 + g_{25} p_5 \\
b_3 &= g_{33} p_3 \\
b_4 &= g_{44} p_4 \\
b_5 &= g_{55} p_5
\end{aligned} \quad \text{(9)}$$

ANÁLISE DE VARIÂNCIA COM POLINOMIAIS

Os coeficientes de tendência polinomiais ortogonais dão, quando elevados ao quadrado, componentes da soma de quadrados dos desvios dos rendimentos, Y_i, em relação à média, $\bar{Y}$. O quadrado do coeficiente de tendência zero é o fator usual de correção utilizado nos cálculos desta soma, que é $p_0^2 = n\,\bar{Y}^2$, para

$$\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2 = \Sigma Y_i^2 - n\bar{Y}^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Os quadrados dos coeficientes de tendência p_1, p_2 etc, dão as somas de quadrados para as tendências lineares e quadráticas etc na análise usual da variância. As tendências para (5) ou (6) e (7) ou (8) foram escolhidas a partir de tais considerações, sendo que outras tendências de maior ordem são normalmente pequenas e não significativamente diferentes do quadrado médio para erros ou residual. Assim, a soma $p_1^2 + p_2^2$ para (6) é, matematicamente, idêntica, na análise de variância, com a soma de quadrados para a regressão de (7). Testes de significância para os coeficientes p_i são, conseqüentemente, muito mais úteis e fáceis de interpretar, que no caso dos coeficientes b_i das funções não-ortogonais, onde as variáveis de regressão estão autocorrelacionadas.

NATUREZA DAS TENDÊNCIAS ORTOGONAIS

Os coeficientes de tendência p_i nas equações (6) e (8), ou em funções similares de produção, podem ser utilizados para estudos de relação de rendimento. Neste contexto, é importante apreciar a forma dos componentes de tendência de rendimento assim representados. Conseqüentemente, as seguintes figuras correspondem a dois conjuntos diferentes de dados experimentais (dados do Projeto Nacional de Fertilidade de Solos da Austrália), mostrando os efeitos de tratamento de fertilizantes N e P sobre os rendimentos de trigo. Equações de regressão da forma (7) aparecem na Tabela 1 para os dois conjuntos de dados junto com os correspondentes coeficientes de tendência (p_0 = 18.921 e p_0' = 6.522 etc.). As tendências de rendimento para cada um destes coeficientes, também listados na Tabela 1, são ilustrados nas Figuras 1 a 12. A soma de cada conjunto de tendências origina as funções de produção, ilustradas através das Figuras 13 e 14.

Coeficiente zero de tendência (p_0)

A natureza dos valores dos coeficientes zero de tendência p_0 = 18.921 e

TABELA 1. **Exemplo de valores das tendências polinomiaís ortogonais, estimadas a partir dos dados de rendimento dos experimentos N68/W_1 e N69/W_2. As tendências estão ilustradas nas Figs. 1 a 14.**

Coeficiente de tendência	
Experimento N68/W_1	
P_0 = 18.921	$Y = 2731,0$
P_1 = - 614,2 ***	$Y = 129,98 - 22,796\, N^{1/2}$
P_2 = 1113,0 ***	$Y = -235,57 + 58,427\, P^{1/2}$
P_3 = - 128,3	$Y = -39,814 + 6,9825\, N^{1/2} + 9,8747\, P^{1/2} - 1,7318\, (NP)^{1/2}$
P_4 = - 123,6	$Y = -15,827 + 14,422\, N^{1/2} - 1,3941\, N$
P_5 = - 632,7 ***	$Y = -81,025 + 104,42\, P^{1/2} - 14,274\, P$
Soma	$Y = 2489 - 1,391\, N^{1/2} + 172,7\, P^{1/2} - 1,732\, (NP)^{1/2} - 1,394\, N - 14,27\, P$
Experimento N69/W_2	
P_0 = 6.522	$Y = 941,42$
P_1 = 1.829 ***	$Y = -387,08 + 67,885\, N^{1/2}$
P_2 = 3.004 ***	$Y = -635,78 + 157,69\, P^{1/2}$
P_3 = 980,1 ***	$Y = 304,13 - 53,337\, N^{1/2} - 75,431\, P^{1/2} + 13,229\, (NP)^{1/2}$
P_4 = 18,88	$Y = 2,4178 - 2,2032\, N^{1/2} + 0,21297\, N$
P_5 = - 670,1 ***	$Y = -85,819 + 110,59\, P^{1/2} - 15,118\, P$
Soma	$Y = 139,3 + 12,34\, N^{1/2} + 192,9\, P^{1/2} + 13,23\, (NP)^{1/2} + 0,213\, N - 15,12\, P$

(*** , $P < 0,001$)

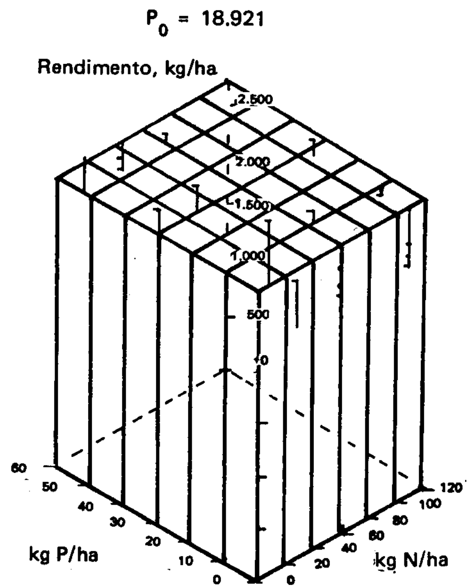


FIG. 1. Plano correspondente ao coeficiente de tendência zero do Experimento N68/W_1, mostrando os desvios dos dados de produção.

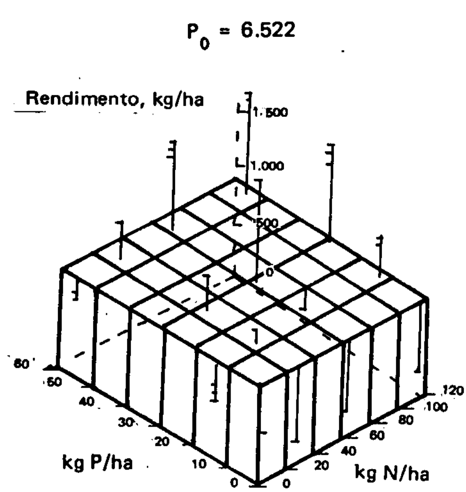


FIG. 2. Similar a Fig. 1, Experimento N69/W_2.

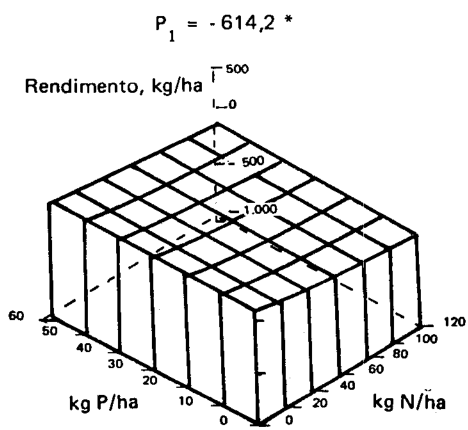


FIG. 3. **Tendência linear para os tratamentos de N ($\sqrt{\text{escala}}$) para N68/W_1.**

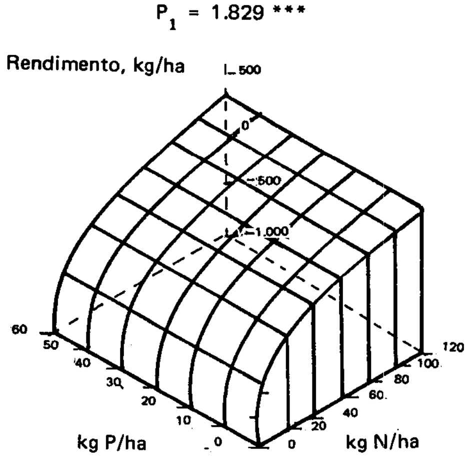


FIG. 4. **Similar a Fig. 3, N69/W_2**

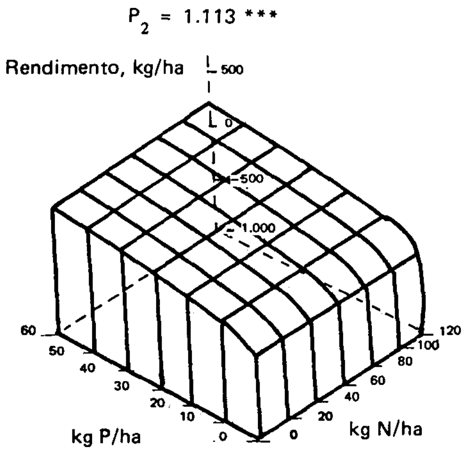


FIG. 5. Tendência linear para os tratamentos de P ($\sqrt{\text{escala}}$) para N68/W_1.

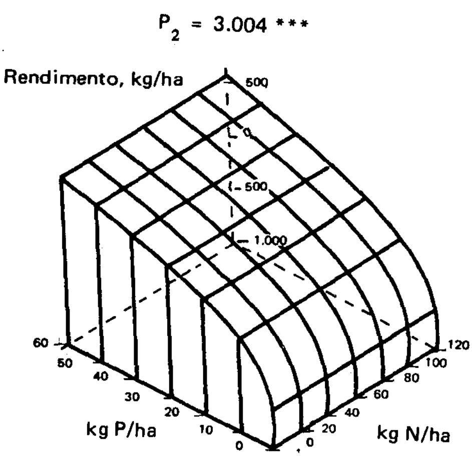


FIG. 6. Similar a Fig. 5, N69/W_2.

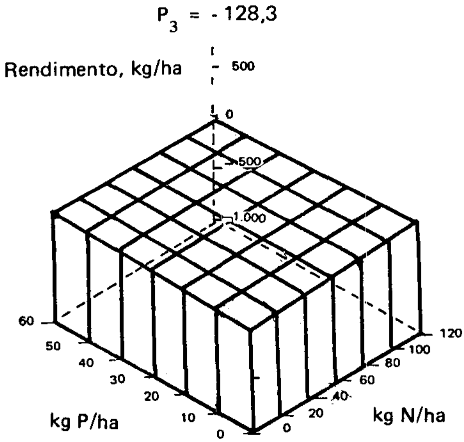


FIG. 7. Tendência linear N x linear P para N68/W_1.

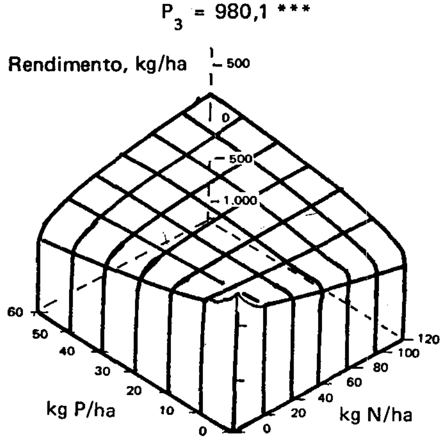


FIG. 8. Similar a Fig. 7, N69/W_2.

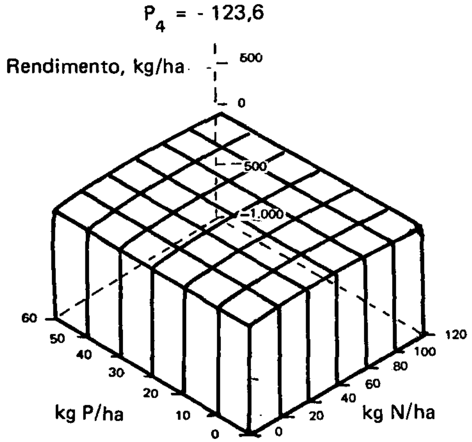


FIG. 9. Tendência quadrática para tratamentos de N ($\sqrt{\text{escala}}$) para N68/W_1.

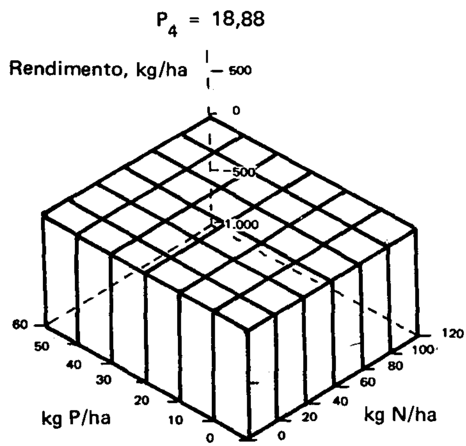


FIG. 10. Similar a Fig. 9, N69/W_2.

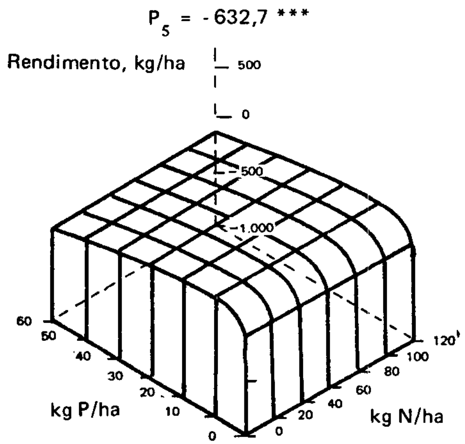


FIG. 11. Tendências quadráticas para tratamentos de P ($\sqrt{\text{escala}}$) para N68/W_1.

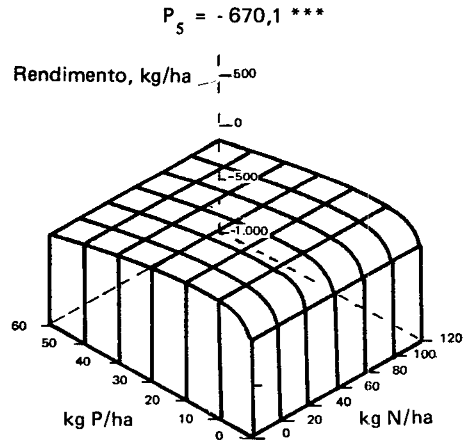


FIG. 12. Similar a Fig. 11, N69/W_2.

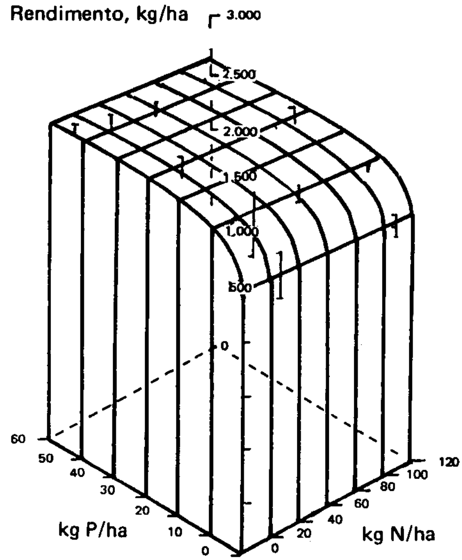


FIG. 13. Função de produção para $N68/W_1$, correspondente a soma Fig. 1 + Fig. 3 + Fig. 5 + + Fig. 7 + Fig. 9 + Fig. 11. Os desvios dos dados de produção relativamente à superfície ajustada são aqueles utilizados para o cálculo da soma de quadrados residuais e dos quadrados médios para erro (EMS) da análise de variância e teste de significância.

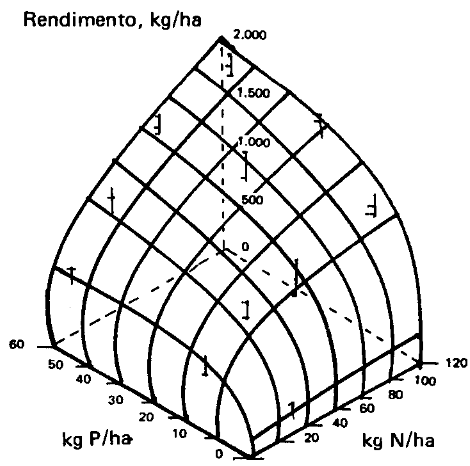


FIG. 14. Similar a Fig. 13 $N69/W_2$ e soma das Fig. 2 + Fig. 4 + Fig. 6 + Fig. 8 + Fig. 10 + + Fig. 12.

6.522 (Tabela 1, 2) é observada ao substituir estes valores nas equações (4), com $p_1 = p_2 \ldots p_5 = 0$, para obter as funções da forma:

$$Y = g_{00}\ p_0$$

TABELA 2. Características das tendências ortogonais polinomiais correspondentes ao modelo quadrático de função de produção utilizado no presente estudo.

Símbolo	Tendência	Características dos dados
p_0	Zero	Média geral da produção
p_1	Linear ($\sqrt{\text{escala}}$) para N	Resposta média a N
p_2	Linear ($\sqrt{\text{escala}}$) para P	Resposta média a P
p_3	Linear N x Linear P	Efeito de interação N e P
p_4	Quadrática N	Ajuste de curvatura para resposta a N
p_5	Quadrática P	Ajuste de curvatura para resposta a P
Soma	-	Função de produção ajustada

sendo que

$$p_0 = \Sigma Y_i/\sqrt{n};\ \text{e}\ g_{00} = 1/\sqrt{n}\ \text{ou simplesmente}\ Y = \overline{Y}$$

onde:

$\overline{Y}$ é a média dos dados experimentais de produção. Os coeficientes p_0 para os experimentos N68/W_1 e N69/W_2 aparecem, nas Figs. 1 e 2, representados por planos para os rendimentos médios. As produções obtidas são claramente superiores para N68/W_1 com p_0 = 18.921 em relação a N69/W_2 com p_0 = 6.522, i.e., rendimentos médios equivalentes a 2.731 e 941,4 kg/ha de trigo, obtidos em 48 parcelas de cada experimento. Deduz-se que os valores p_0 devem relacionar-se a todos os fatores que determinam os rendimentos das culturas, tais como níveis de nutrientes no solo, propriedades físicas dos solos e condições climáticas estacionais.

A variância para os rendimentos em cada experimento,

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\ \Sigma\,(Y_i - \overline{Y})^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

é derivada da soma de quadrados dos desvios de Y_i em relação à média, $\overline{Y}$; estes desvios também aparecem ilustrados nas Figs. 1 e 2. A análise de variância com polinômios ortogonais corresponde à separação das tendências nesses desvios, como se ilustra a seguir.

Coeficientes lineares de tendência (p_1, p_2)

A natureza dos coeficientes lineares de tendência é ilustrada pela substituição dos valores dos coeficientes em (9) com todos os outros coeficientes do conjunto iguais a zero. Assim, para a tendência linear de N, na escala de raiz quadrada:

$$Y = g_{01}\ p_1 + g_{11}\ p_1\ N^{1/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

ou $Y = 129{,}98 - 22{,}796\ N^{1/2}$ para $p_1 = -614{,}2$ (Tabela 1) e $Y = -387{,}08 + 67{,}885\ N^{1/2}$ para $p_1 = 1.829$, ilustradas nas (Figs. 3 e 4), respectivamente. Equações similares são derivadas para $p_2 = 1.113$ e 3.004 (Figs. 5 e 6).

Da mesma forma, a tendência linear para o fósforo é ilustrada pela relação:

$$Y = g_{02}\ p_2 + g_{22}\ p_2\ P^{1/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

As figuras e as equações anteriores mostram como os coeficientes lineares de tendência representam, independentemente, as respostas de rendimento aos respectivos tratamentos de fertilizantes. Espera-se que a magnitude destes coeficientes esteja relacionada com as características do lugar experimental: disponibilidade de nutrientes, fatores que a afetam e as características de clima.

Coeficiente de tendência de interação (p_3)

A combinação dos coeficientes de tendência zero e lineares, descritos até o momento, origina funções da forma:

$$Y = b_0 + b_1\ N^{1/2} + b_2\ P^{1/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

sugerindo que os efeitos de N e P são simplesmente aditivos. A ampliação deste modelo para a forma:

$$Y = c_0 + c_1\ N^{1/2} + c_2\ P^{1/2} + c_3\ (NP)^{1/2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

permite avaliar os efeitos da interação. Daí que a tendência da interação (linear x linear) representa a diferença entre estas duas expressões (15) e (16). A natureza dos coeficientes de tendência de interação é obtida tornando os outros coeficientes iguais a zero para se obter equações da forma:

$$Y = g_{03}\, p_3 + g_{13}\, p_3\, N^{1/2} + g_{23}\, p_3\, P^{1/2} + g_{33}\, p_3\, (NP)^{1/2} \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

Como se observa na Tabela 1, a pequena magnitude do coeficiente de tendência de interação p_3 =128,31 no caso do experimento N68/W_1 é dificilmente perceptível (Fig. 7), e resultou estatisticamente não significativa, i.e., não diferiu de zero ao nível de probabilidade do 5%. De outro lado, o coeficiente de tendência de interação no caso do experimento N69/W_2 onde p_3 = 980,1*** resultou estatisticamente significativo (Fig. 8).

Coeficientes de tendência quadrática (p_4, p_5)

Os coeficientes de tendência quadráticas definidos por p_4 = - 123,58 e 18,88 para os experimentos N68/W_1 e N69/W_2, respectivamente, resultaram não significativos. No caso dos coeficientes p_5, para os mesmos experimentos, eles resultaram = - 632,65*** e - 670,09*** (Figs. 9-12), permitindo obter equações da forma da Tabela 1.

$$Y = g_{04}\, p_4 + g_{14}\, p_4\, N^{1/2} + g_{44}\, p_4\, N \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

$$Y = g_{05}\, p_5 + g_{25}\, p_5\, P^{1/2} + g_{55}\, p_5\, P \quad \ldots\ldots \quad (19)$$

Estes valores dos coeficientes de tendência prevêm ajustes de curvatura não fornecidos pelos valores de tendência linear. As tendências quadráticas resultaram pequenas e estatisticamente não significativas para o caso dos efeitos dos tratamentos de N; e maiores e estatisticamente significativos para o caso de aplicações de P.

Funções de produção (Σp_i)

As tendências ortogonais, ilustradas nas Figs. 1 a 12, representam os componentes da soma de quadrados da regressão na análise de variância. Isto é obtido pela soma das tendências de produção das referidas figuras, obtendo-se as funções de produção ajustadas nas Figs. 13 e 14:

Fig. 1 + Fig. 3 + Fig. 5 + Fig. 7 + Fig. 9 + Fig. 11 = Fig. 13

Fig. 2 + Fig. 4 + Fig. 6 + Fig. 8 + Fig. 10 + Fig. 12 = Fig. 14

ou também pela soma das expressões de cada tendência que aparecem na Tabela 1, para obter as seguintes regressões, para o experimento N68/W_1 (eq. 20) e N69/W_2 (eq. 21).

$$Y = 2489 - 1{,}391\, N^{1/2} + 172{,}7\, P^{1/2} - 1{,}732\, (NP)^{1/2} - 1{,}394\, N - 14{,}27\, P \qquad (20)$$

$$Y = 139{,}3 + 12{,}34\, N^{1/2} + 192{,}9\, P^{1/2} + 13{,}23\, (NP)^{1/2} + 0{,}2130\, N - 15{,}12\, P \qquad (21)$$

Estas equações estão expressas em termos do modelo não-ortogonal (7).

Os desvios residuais dos dados de produção, em relação às superfícies de respostas, também mostradas nas Figs. 13 e 14, correspondem à soma de quadrados residuais da análise de variância, utilizadas no teste de significância dos coeficientes de tendência da Tabela 1. As características essenciais dos coeficientes de tendência já mencionados são resumidos na Tabela 2.

RELAÇÕES EM FERTILIDADE DE SOLOS

O procedimento anterior para analisar dados, obtidos em experimentos de resposta a fertilizantes, utilizando componentes ortogonais, pode ser aplicado, em teoria, a dados para experimentos com qualquer número de nutrientes. Na prática, o procedimento é utilizado, principalmente, para experimentos com um ou dois nutrientes.

Dado um conjunto de coeficientes de tendência, da forma da Tabela 1, originados de séries de experimentos, estes coeficientes podem permitir agrupamentos de regiões ou solos com características similares. Para atingir a estes objetivos, todos os experimentos deveriam ter os mesmos tratamentos; embora seja possível calcular coeficientes de tendência para níveis inter ou extrapolados de tratamento, a partir de equações de regressão não-ortogonais, como nas equações (4) e (9). Isto será sempre possível desde que a função de produção obtida com os tratamentos reais seja similar à dos valores interpolados ou extrapolados.

Médias e variancia

Dado um conjunto de n experimentos representando uma região ou solo, então os n valores de p_0 para níveis de rendimento podem ser representados por p_{0i}, $i = 1, 2, \ldots, n$., a média calculada da forma usual por $\overline{p}_0 = \frac{1}{n} \Sigma\, p_{0i}$ e a variância por $Var(\bar{p}_0) = \frac{1}{n-1} \Sigma (p_{0i} - \bar{p}_0)^2$. De forma semelhante, as médias e as variâncias podem ser calculadas para os outros coeficientes de tendência (como na Tabela 2).

Os valores calculados das médias e variâncias podem ser utilizados para testar hipóteses relativas a diferenças de fertilidade entre diferentes regiões ou solos. Estas informações deverão basear-se em uma amostragem representativa quanto à localização geográfica (regiões) e a aspectos estacionais de clima aplicando-se os procedimentos estatísticos usuais para amostras obtidas.

Regressões

Diferenças nos coeficientes de tendência para determinadas regiões ou solos podem ser atribuídas, principalmente, aos efeitos de variação das características dos solos, clima, preparo dos solos, cultivos etc. A importância relativa destes fatores são detectadas pela análise de regressão. Assim, muitos modelos de regressão podem ser utilizadas para ajustar dados experimentais para cada região ou solo, utilizando informações diversas do lugar experimental como variável de regressão e diversas transformações matemáticas destes dados para as relações curvilíneas. A utilidade dos modelos alternativos pode ser avaliada pela comparação dos quadrados médios residuais ou de erro ou, para evitar a manipulação de valores excessivamente grandes, computando a proporção das variâncias para erro e total. Se "Var" denota variância de "EMS" o quadrado médio residual ou "erro" na análise de regressão, a proporção da variância atribuída à regressão é,

$$R_a^2 = 1 - \frac{EMS}{Var} \qquad (22)$$

sendo que o símbolo R_a^2 é utilizado devido à sua relação com o coeficiente de correlação R e o subscrito "a" denota ajuste para graus de liberdade. Assim,

$$R_a^2 = 1 - \frac{(1 - R^2)(n - 1)}{(n - k - 1)} \qquad (23)$$

onde n = número de observações e k = número de variáveis independentes na regressão. Quanto mais elevado o valor R_a^2, maior será sua significância estatística. Valores elevados de variância total (Var) e pequenas para o quadrado médio residual ou de erro (EMS) tornam maior o valor de R_a^2.

Conseqüentemente, a comparação de regressões para diferentes regiões ou solos ou para diferentes variáveis dependentes (coeficientes de tendência), com base nos valores R_a^2 pode induzir a erro se as variâncias (Var) são diferentes.

A avaliação do valor das regressões deveria, por isto, ser baseada também em considerações de magnitudes relativas das variâncias e dos quadrados médios residuais (EMS) e, por esta razão, os valores de Var e EMS são fornecidos junto às regressões como também os valores de R_a^2.

Muitas relações significativas podem ser encontradas entre variáveis que caracterizam o lugar, e muitas delas serão comumente explicadas pela correlação entre estas mesmas variáveis (i. e., entre pH e Al trocável). Contudo, conjuntos de dados com relações significativas entre si podem normalmente ser identificados a partir do conhecimento da natureza das variáveis.

Exemplo de análise de regressão para coeficientes de tendência

A aplicação dos procedimentos anteriores é melhor explicada através de um exemplo. Os dois conjuntos de coeficientes de tendência ilustrados anteriormente nas Figs. 1 a 12 correspondem a 2 experimentos de um total de 35, conduzidos com trigo num período de 5 anos numa região do sul da Austrália, como parte do Projeto Nacional de Fertilidade de Solos.

As médias e variâncias dos 35 valores para cada um dos coeficientes de tendência aparecem na Tabela 3, juntamente com um conjunto de relações de regressão para as variáveis de lugar. Estas mostram que os níveis de produção de trigo (p_0) se relacionam com a época de plantio e com o nível de fósforo no solo; as respostas ao fertilizante nitrogenado (p_1) estão relacionadas ao nível dos nitratos solúveis em água do solo na época de plantio e ao pH do solo; as respostas aos fertilizantes fosfatados (p_2) aparecem relacionados ao nível de fósforo do solo, nitratos no perfil do solo e chuva durante o período de desenvolvimento da cultura.

Muitas outras relações foram estabelecidas nesse projeto, mostrando a importância da caracterização dos lugares experimentais.

Níveis gerais de fertilizantes

A quantidade de fertilizantes que origina os melhores resultados econômicos, quando aplicados em diferentes lugares de uma região, é denominada de dose econômica ótima dos fertilizantes, e é calculada a partir da função de produção-fertilizante representativa na região. Desde que esse nível de fertilizantes possa ser utiliza-

TABELA 3. Caracterização da fertilidade de solos e sua relação com a produção de trigo numa região do Sul da Austrália.

Coeficiente de tendência	Média	Variância ($\times 10^6$)		R^2_a (%)
p_0	15801	12,9	p_0 = 25228 - 88,39*** (Data de plantio) + 1736 (P disponível)	38,6***
p_1	130	0,429	p_1 = 1997 - 1193*** log (NO_3 - M) + 13,34 (NO_3 - L) + 1,113*(NO_3 - L)^2 + 255,5*(pH)	62,3***
p_2	1782	1,52	p_2 = 5430 - 1165* log (P disp.) - 49,78** (NO_3 - M) + 14,19 (Chuva-M)	47,3***
p_3	106	0,142	p_3 = 1309 - 397,9* log (NO_3 - M) + 2,605 (NO_3 - L)	26,3**
p_4	- 198	0,0526	p_4 = 749,8 - 197,2*log (P disp.) + 7,598 (NO_3 - M) - 87,82 (pH)	21,5*
p_5	- 574,2	0,187	p_5 = - 574,2 = $\bar{p}_5$	nil

(Probabilidades: *, $<$ .05; **, $<$ .01; ***, $<$ .001)

Obs.: Os coeficientes de tendência aparecem na Tabela 2. Data de plantio = dia do ano do plantio do trigo; P disponível = determinado em $NaHCO_3$ na profundidade 0-5 cm; NO_3 - M = nitrato solúvel em água, tendência zero, para a profundidade 0-50 cm; NO_3 - L = tendência linear para nitrato solúvel em água, na profundidade 0-50 cm; pH = pH do solo, em água e relação solo/água de 1:5, determinado na profundidade, 0-5 cm; chuva-M = tendência zero para chuva no período 4 de junho a 2 de dezembro.

do para recomendações gerais numa região, pode ser comparado com recomendações mais específicas, obtidas através de análise rotineira de solos, e para a avaliação do valor econômico da referida análise.

A função média de produção para a região "Slopes and Plains" é estimada pela média das funções de produção fornecida pelos 35 experimentos de fertilidade de solos. Assim, o modelo polinomial ortogonal "médio" fica definido pelos coeficientes médios de tendência da Tabela 3.

$$Y = 15801M + 130L_n + 1782L_p + 106L_nL_p - 198Q_n - 574Q_p \quad \ldots\ldots\ldots (24)$$

correspondente à função média não-ortogonal, utilizando (9)

$$Y = 1803 + 22{,}20N^{1/2} + 180{,}2P^{1/2} + 1{,}427(NP)^{1/2} - 2{,}237N - 12{,}96P \ldots \quad (25)$$

As doses ótimas de aplicação de fertilizantes podem ser calculadas a partir da equação (25) utilizando a sub-rotina FERT (Colwell, 1978). Por exemplo, se o preço do trigo é de US$ 90/t, e se o preço de N de US$ 0,41/kg e o fósforo US$ 0,73/kg a taxa ótima de retorno marginal do dinheiro investido em fertilizantes é de 20% ($R = 0{,}2$), e o valor do fertilizante residual desprezado, as doses ótimas de aplicação de fertilizantes N e P resultam em 3,3 kg N e 16,2 kg P por hectare. A resposta média de produção para estas doses de fertilizantes, calculadas a partir de (25), é de 559 kg/ha de trigo; e o lucro médio por hectare é de US$ 37,10. Estes valores aparecem ao pé da Tabela 4 e permitem uma comparação com as estimativas obtidas na análise rotineira de solos, como se mostra a seguir.

Calibração das análises de solos na região "Slopes and Plains"

Os efeitos das aplicações de fertilizantes sobre os rendimentos variam dentro de uma região. Estimativas mais específicas que aquelas gerais já mencionadas podem ser obtidas utilizando as equações de regressão dadas pela Tabela 3.

As funções de produção, estimadas a partir das regressões e médias da Tabela 3, podem ser descritas da seguinte forma:

$$Y = \hat{p}_0M + \hat{p}_1L_n + \hat{p}_2L_p + \hat{p}_3L_nL_p + \hat{p}_4Q_n + \hat{p}_5Q_p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

onde $\hat{p}_0$, $\hat{p}_1$, $\hat{p}_3$, $\hat{p}_4$ são os coeficientes de regressão e $\hat{p}_5$ é a média. Desta forma, estimativas do modelo ortogonal podem ser obtidas para lugares específicos pela substituição dos valores das variáveis de lugar nas regressões respectivas. Dadas tais estimativas, as correspondentes funções não-ortogonais, similares a (7), podem

TABELA 4. Recomendações de fertilizantes nitrogenados e fosfatados obtidos a partir de regressões de calibração.

Chuva - M	NO_3 - M	NO_3 - L	pH	$NaHCO_3$ - P (ppm)	N (kg/ha)	P (kg/ha)	Acréscimos em rendimentos (kg/ha)	Acréscimos em lucros (US$/ha)	Ganho em relação à dose média geral	
									Rendimento (kg/ha)	Lucro (US$/ha)
20	10	- 25	5	6	12,2	30,2	1.022	64,94	237	7,47
				40	13,3	8,7	431	27,01	48	5,70
			8	6	35,3	32,8	1.392	86,82	509	20,56
				40	27,1	9,6	721	46,79	240	16,69
		20	5	6	25,8	31,6	1.126	67,69	354	11,37
				40	18,2	8,8	476	29,04	106	8,88
			8	6	48,6	34,5	1.530	92,61	660	27,50
				40	32,3	9,9	787	50,38	319	21,42
	50	- 25	5	6	0	15,5	502	33,85	122	12,81
				40	0	1,9	61	4,14	83	19,26
			8	6	0	15,5	502	33,85	24	4,02
				40	4,4	1,4	119	7,89	43	14,21
		20	5	6	0	13,9	452	30,51	85	10,62
				40	0	1,4	45	3,03	79	19,29
			8	6	0	13,9	452	30,51	- 13	1,82
				40	6,8	1,1	139	8,92	76	16,39
100	10	- 25	5	6	16,8	47,1	1.579	100,90	554	21,86
				40	15,8	18,4	755	48,05	132	5,16
			8	6	39,9	50,1	1.966	124,04	844	36,20
				40	29,7	19,7	1.058	68,67	337	16,99
		20	5	6	35,0	49,7	1.730	105,05	718	27,15
				40	22,1	18,7	812	50,36	202	8,62
			8	6	56,0	52,6	2.138	131,06	1.028	44,37
				40	36,2	20,3	1.137	72,72	429	22,18
	50	- 25	5	6	0	27,5	892	60,21	272	17,59
				40	0	7,2	234	15,81	16	9,35
			8	6	0	27,5	892	60,21	174	8,80
				40	3,2	6,4	271	18,44	- 45	3,18
		20	5	6	0	25,5	826	55,73	219	14,26
				40	0	6,2	201	13,56	- 4	.8,25
			8	6	0	25,5	826	55,73	121	5,46
				40	5,8	5,5	277	18,54	- 26	4,43
Dose média geral					3,3	16,2	559	37,10		

ser calculadas pelas equações de conversão (9) e as doses ótimas de fertilizantes etc. podem ser computadas na maneira usual (FERT 2, Colwell, 1978). Os valores das doses ótimas de N e P, e a resposta em rendimento (ΔY) e em acréscimos de lucro ($\Delta \Pi$), resultantes dos níveis de aplicação, aparecem na Tabela 4 para faixas de combinações das variáveis de regressão. Foi assumido um preço de venda de US$ 90 por tonelada de trigo, custos de fertilizantes US$ 0,41 por kg de nitrogênio e de US$ 0,73 por kg de fósforo, uma taxa ótima de retorno de 20% e efeitos residuais mínimos das aplicações de fertilizantes sobre as futuras culturas.

As doses ótimas de fertilizantes para cada lugar específico, estimadas a partir das regressões, variam em relação à doses gerais estimadas, calculadas a partir das funções médias de produção, também dadas na Tabela 4. A validade da análise de solos consiste em permitir estimativas mais específicas, quanto a recomendações de doses ótimas de fertilizantes, em comparação com outras alternativas.

Os lucros obtidos a partir do uso de recomendações de níveis gerais de fertilizantes (3,3 kg N e 16,2 kg P) podem também ser calculados a partir das funções de produção, específicas do local, estimadas pelas regressões. A comparação dos lucros médios com os gerados a partir dos testes de solos ($\Delta\Pi$ na Tabela 4) dá uma indicação do valor desta análise para os produtores. Os valores obtidos por este procedimento aparecem na última coluna da Tabela 4. Obviamente, o valor da análise de solos é pequeno quando a função de produção estimada para cada lugar se aproxima da função média regional e, conseqüentemente, quando as doses estimadas pela análise de solos se aproximam das doses médias regionais.

PROBLEMAS COM A ANÁLISE DE SOLOS

O exemplo anterior, quanto ao tipo de calibração da análise de solos, que pode ser obtida a partir das regressões da Tabela 3, também serve para demonstrar as dificuldades inerentes ao desenvolvimento de sistemas de análises de solos para estimar exigências de fertilizantes.

Nível crítico do teste de solos

A noção que os solos podem ser analisados por algum procedimento simples, como o teste do Na H CO_3 (bicarbonato de sódio) para avaliar o nível de fósforo disponível e que alguns níveis nutricionais críticos abaixo dos quais as plantas responderão à adição de fertilizantes podem ser definidos, é intuitivamente atrativa e comumente aceita. A dificuldade básica deste conceito é mostrada no caso das faixas de exigência de fertilizantes para os testes específicos de solos que aparecem na Tabela 4.

Claramente, as exigências de fertilizantes podem variar amplamente para qualquer nível resultante do teste de solos, dependendo dos efeitos da interação com as outras propriedades do solo, como também das condições climáticas estacionais. Por exemplo, os resultados de calibração da Tabela 4 dão as exigências de fertilizantes fosfatados, variando estes entre 1,14 e 52,6 kg/ha P, sendo que a análise de P disponível, pelo método do Na HCO_3, resultou ser de 6,0 ppm P. Também deve-se considerar que as exigências de fósforo variam amplamente com a quantidade de fertilizante nitrogenado aplicado. Certamente, se esses fatores não são considerados, as estimativas das exigências de fertilizantes, baseadas na análise de solos, podem ser muito inexatas, e isto impõe severas limitações no valor dos serviços de análise rotineira de solos.

Efeitos climáticos estacionais

As características estacionais de clima têm efeitos obvios sobre as exigências de fertilizantes e bem podem explicar a maior parte da variância residual das regressões da Tabela 3. Alguma consideração destes efeitos é fornecida pelas variáveis que aparecem nas regressões da calibração anterior. As espectativas de chuva variam em termos regionais e as estimativas de exigências de fertilizantes variam concomitantemente.

Considerando que as variações estacionais do clima não podem ser preditas com maior precisão que as espectativas locais médias, é inevitável que as estimativas de exigências de fertilizantes serão freqüentemente demasiado baixas ou demasiado elevadas na medida em que os anos agrícolas seja melhores ou piores que a média.

A variabilidade do clima como fonte de erro representa um problema para todos os métodos de estimativas de exigências de fertilizantes e aponta a necessidade de continuar pesquisas de longo prazo. Se os efeitos dos fertilizantes sobre os rendimentos podem ser relacionados às variáveis climáticas, e se os valores dessas variáveis são acumulados num período suficiente de tempo, constituindo assim distribuições de freqüência das características climáticas para os diversos locais, então o uso dos fertilizantes pode ser otimizado minimizando as perdas no longo prazo devido a variações do clima.

Assim, no caso do exemplo apresentado anteriormente, a distribuição de freqüências de chuvas, no período compreendido entre os dias 154 e 336, pode ser estimada para determinadas localidades a partir dos respectivos registros climáticos e logo utilizadas para calcular as doses ótimas de fertilizantes que minimizarão as perdas, devido à chuva, no longo prazo.

Medições mais apuradas do clima originarão, sem dúvida, melhores relações de regressão que aquelas baseadas em simples registros de chuva, como aquelas fornecidas no presente projeto. No entanto, registros mais precisos do clima por longos períodos de tempo, para a estimativa de distribuições de freqüência, não se encontram disponíveis na maior parte das regiões e dificilmente o estarão nos próximos anos.

Precisão dos valores estimados das regressões

Idealmente, as regressões deveriam explicar uma elevada proporção das variâncias das tendências de produção, mas a maior parte delas não o conseguem como se mostra nos valores de R_a^2 da Tabela 3. Isto é devido, principalmente, a que os valores das características do clima são essencialmente não previsíveis, de tal forma que devem ser utilizadas estimativas de médias locais, assumindo-se que correspondem a dados normativos. Estimativas das funções de produção e das exigências de fertilizantes não podem, por isto, ser precisas, podendo ocorrer erros consideráveis, particularmente no caso de condições climáticas anormais.

Estimativas de doses de adubos a partir da análise dos solos deveriam minimizar os efeitos desses erros nos lucros, numa base regional ou de longo prazo.

Extrapolação

As equações de regressão e, conseqüentemente, as calibrações de análise de solos derivados delas, são confiáveis apenas para o solo, tipo de manejo da cultura, condições do clima etc. representadas pelos dados experimentais. Os problemas das amostragens adequadas com relação a estimativa de médias e variâncias dos coeficientes de tendência, e sua comparação, se aplica também às estimativas de regressão, mas subtraindo os efeitos dos fatores que aparecem como variáveis de regressão. Em particular, o problema das variações estacionais é evitado na medida em que a magnitude destes efeitos seja avaliada a partir dos dados de chuva e evaporação. É importante notar também que as relações de regressão variam amplamente entre solos e regiões. Conseqüentemente, as calibrações de análise de solos, obtidas a partir de conjuntos específicos de dados, pode induzir a erros se utilizadas para estimar exigências de fertilizantes para regiões, tipos de solos, sistemas de produção não representados pelos dados de calibração.

Praticabilidade da análise de solos

As variáveis utilizadas nas equações de regressão para calibração devem possibilitar sua medição de forma rotineira para que elas sejam adotadas nos laboratórios de análises de solos. Assim, na prática, as amostras de solos devem ser colhidas bem antes da época da aplicação dos fertilizantes, de tal forma que as análises de solo possam ser feitas e as estimativas de necessidades de adubos entregues ao produtor antes da época de os adubos serem comprados. Outrossim, o custo da coleta das amostras de solos não devia ser demasiado elevado. A maior parte dos dados utilizados nas regressões da Tabela 3 não cumprem com as exigências mencionadas. As análises de solo foram feitas com amostras coletadas próximas à época de plantio, o que é demasiado tarde para a análise rotineira. Do outro lado, se os valores das análises podem variar com o tempo, as amostras não resultam apropriadas para o teste de solos. Assim, as análises de nitratos solúveis em água em amostras do perfil do solo, da forma que foram utilizadas na calibração da Tabela 4, não são apropriadas para a análise rotineira dos solos. Além disso podem ocorrer deficiências quanto à representatividade da informação. Um outro problema consiste nas alterações da amostra durante a armazenagem, como no caso dos nitratos. Esta situação inviabiliza a análise rotineira dos nitratos, independentemente da grande variabilidade apresentada nos solos. Sob este ponto de vista, há a necessidade de desenvolver testes simples de campo que possam ser utilizados pelos produtores em datas próximas às épocas de plantio.

Consideração sobre os efeitos residuais dos fertilizantes

Os resíduos do fertilizante aplicado podem reduzir substancialmente as exigências das culturas nos anos futuros, pelo que diversas considerações deveriam ser feitas para avaliar seu significado econômico no cálculo das doses econômicas ótimas. Há, contudo, reduzida informação quantitativa disponível na Austrália quanto ao valor residual dos fertilizantes e, conseqüentemente, se assume que esse valor é insignificante. Como conseqüência disto resulta uma subestimação das doses ótimas. Se os efeitos residuais são relativamente pequenos, pode-se argumentar que, em vista das muitas incertezas envolvidas na estimativa das doses de fertilizantes, um pequeno erro em relação a uma estimativa demasiadamente conservadora, ignorando os efeitos residuais, não será muito importante. Contudo, em alguns solos e particularmente no caso de aplicações de fertilizantes em pastagens, os efeitos residuais podem ser consideráveis e sua não consideração pode resultar numa subestimação de exigências das culturas.

Análise econômica dos dados

O valor da cultura e o custo de utilizar fertilizantes incluindo os custos de mão-de-obra, transporte, comissões, impostos etc. e as taxas de retorno do dinheiro gasto em fertilizantes, devem ser conhecidos e considerados no cálculo das doses ótimas de fertilizantes.

Os valores precisos dessas variáveis não se encontram disponíveis, particularmente no caso das pastagens onde o valor da "cultura" depende da produção animal e dos preços futuros do mercado.

O agricultor obtém seus lucros da diferença entre os custos de produção e a renda bruta obtida da venda dos produtos produzidos, o que acontece após um certo intervalo de tempo dado principalmente pelo comprimento do ciclo vegetativo da cultura. Por isto, um aspecto que deve ser levado em consideração é a relação que existe entre um capital (montante) no fim do período nos quais pagou juros e o capital inicial ou principal no início do investimento. De outro lado, o agricultor poderá comparar o investimento realizado em adubação com os investimentos realizados em outras atividades agrícolas ou não agrícolas (financeiras).

Para estabelecer essas relações as seguintes equações são importantes

$S = P(1 + R)^n$, onde .... (27)

S = Montante, ou seja capital no fim do período n

P = Capital inicial no dia de hoje ou principal ou atual

n = Número de períodos de capitalização

R = Taxa de juros por período de capitalização

O Capital atual é calculado pela seguinte relação, reordenado (27):

$$P = \frac{S}{(1 + R)^n}$$

A função de lucro para o caso de uma única cultura fica como segue:

$\Pi = VY - CX - Q$ .... (28)

$\Pi_0 = \dfrac{VY_t}{(1 + R)^t} - CX_0 - Q$ .... (29)

onde:

V = valor unitário de produto

C = custo unitário de fertilizante

Y = volume de produção

Q = custos fixos

X = quantidade de fertilizante aplicado

O subscrito "o" indica o tempo zero, i.e., no momento da compra do fertilizante e t = número de períodos de conversão até o momento em que o produtor recebe o dinheiro pelo seu produto. A dose ótima é obtida para a equação (27), pela solução de

$$\frac{d\Pi_0}{dX_0} = 0, \text{ ou por } \frac{dY}{dX} = \frac{C}{V}(1 + R)^t \quad \text{.........................} \quad (30)$$

Para uma cultura anual, o lapso de tempo é normalmente de 1 ano ou de 1 período de conversão de juro, de tal forma que t = 1. Para culturas de longo prazo, i.e., florestais, t pode ser muito mais longo de tal forma que se requerem consideráveis respostas em rendimento para justificar o uso de fertilizantes.

As doses ótimas, calculadas em (29), podem ser consideradas do tipo simples dado que elas correspondem a uma única cultura não se considerando os efeitos dos fertilizantes nas culturas seguintes. Tal enfoque pode ser apropriado para nutrientes altamente móveis tais como nitrogênio onde o efeito residual dos fertilizantes é insignificante. Para nutrientes menos móveis tais como fósforo, os efeitos residuais devem ser considerados.

A derivação de (29) a partir de $\frac{d\Pi_0}{dX_0} = 0$ e (28) dependem essencialmente da diferença temporal entre o investimento realizado em fertilizantes (CX_0) e o retorno da cultura fertilizada (VY_t). Correspondentes ajustes chegam a ser particularmente importantes quando as diferenças de tempo são também importantes, como no caso das florestas ou para as estimativas de programas ótimos de aplicação de fertilizantes, no caso de seqüências de culturas durante vários anos.

Ainda considerando a defasagem temporal, pode-se também, ao invés de calcular o lucro líquido presente para o período zero (Π_0), estimar o mesmo lucro líquido para um período t, representado por Π_t. Neste caso, as despesas realizadas nos períodos anteriores, digamos no período zero, deverão ser corrigidas por uma taxa de juros, como aparece na equação (31)

$$\Pi_t = VY_t - CX_0\ (1 + R)^t - Q \quad \text{.........................} \quad (31)$$

No caso do valor presente Π_0 a base de cálculo para uma única cultura e um único nutriente pode ser demonstrado utilizando a função de produção de raiz quadrada:

$$Y = b_0 - b_1\ X^{1/2} + b_2\ X$$

A equação de lucro em valor presente, se transforma em

$$\Pi_0 = \frac{V}{(1 + R)^t}(b_0 + b_1\ X_0{}^{1/2} + b_2\ X_0\ )\ CX_0 - Q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

e a equação para a dose ótima será:

$$\frac{b_1}{2\ X_0 t} + b_2 = \frac{C}{V}\ (1 + R)^t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

A taxa ótima X_0 é obtida pela solução:

$$X_0 = \left[\frac{0{,}5\ b_1\ V}{C\ (1 + R)^t - b_2\ V}\right]^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

Para o caso de uma única cultura e diversos nutrientes N, P, K . . . . W, as doses ótimas simultâneas, não considerando os efeitos residuais, podem ser calculados da seguinte maneira:

$$\frac{d\Pi_0}{dN_0} = \frac{d\Pi_0}{dP_0} = \frac{d\Pi_0}{dK_0} \quad \ldots\ldots \quad \frac{d\Pi_0}{dW_0} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

Por exemplo, dada uma função de produção para três nutrientes,

$$Y = b_0 + b_1 N^{1/2} + b_2 P^{1/2} + b_3 K^{1/2} + b_4\ (NP)^{1/2} + b_5\ (NK)^{1/2} +$$
$$+ b_6\ (PK)^{1/2} + b_7 N + b_8 P + b_9 K \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (36)$$

um conjunto de equações simultâneas são obtidas fazendo:

$$\frac{dY}{dN} = \frac{C_n}{V}\ (1 + R)^t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

$$\frac{dY}{dP} = \frac{C_p}{V} (1 + R)^t \qquad (38)$$

$$\frac{dY}{dK} = \frac{C_k}{V} (1 + R)^t \qquad (39)$$

Sua solução para os custos de nutrientes C_n, C_p e C_k e o valor de R originam doses ótimas para N, P e K, simultaneamente. Estes cálculos são a base da sub-rotina FERT (Colwell, 1978).

CONCLUSÕES

Os problemas básicos mencionados limitam a confiança nas estimativas de exigências de fertilizantes. Sua importância pode ser facilmente exagerada e por isto deveria ser lembrado que os mesmos problemas afetam outras estimativas alternativas e menos complexas quanto a estas exigências. Também neste sentido, o argumento utilizado de que o efeito das estimativas do teste de solos não é melhor que aquele proveniente de recomendações feitas por experimentados extensionistas induz a erros. Depois de tudo, pode-se esperar que as estimativas provenientes de um bom extensionista agrícola ou de um bom procedimento de análise de solos sejam muito similares.

Uma calibração de análise de solos apropriadamente feita representa uma recoleção estatística de dados científicos disponíveis e corretamente interpretados. Se tais calibrações são aplicadas, de maneira apropriada com o devido reconhecimento de suas possíveis limitações, elas fornecem uma fonte de informação mais para complementar do que para competir com o extensionista local.

REFERÊNCIAS

COLWELL, J.D. Calibration and assessment of soil tests. I Statistical models and tests of significance. Aust. J. Soil Res. 5, 275-93. 1967.

COLWELL, J.D. II Fertilizer requirements and an evaluation of soil testing. Aust. J. Soil Res., 6, 93-103, 1968.

COLWELL, J.D. A statistical-chemical characterisation of four great soil groups in southern New South Wales based on orthogonal polynomials. Aust. J. Soil Res., 8, 221-38, 1970.

COLWELL, J.D. INTERPS. **A computer program for estimating chemical analyses from light intensity measurements recorded with colorimetric methods of analysis.** Austrália, CSIRO, 1974. (Division of Soils Technical Paper, 24).

COLWELL, J.D. **National soil fertility project. I. Objectives and procedures. II. Soil fertilizer relationships.** Austrália, CSIRO, Division of Soils (1977/1979).

COLWELL, J.D. **Computations for the study of soil fertility and fertilizer requirements.** England, Comm. Agric. Bur. Slough, 1978.

COLWELL, J.D. Fertilizer requirements. In: ________. **Soils. an Australian viewpoint.** Austrália, CSIRO, 1981.

COLWELL, J.D. Some considerations in modelling the effects of fertilizer on crop yields. **J. Aust. Instit. Ag. Sci.**, 1981.

PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA APLICADA A DADOS EXPERIMENTAIS NO BRASIL: PROBLEMAS ATUAIS, LIMITAÇÕES E SUGESTÕES[1]

Evaristo M. Neves[2]
Luiz R. Graça[3]
Bruce McCarl[4]

INTRODUÇÃO

As estações experimentais representam um importante componente no desenvolvimento da agricultura. Resultados obtidos em estações experimentais, em países desenvolvidos, são parcialmente responsáveis pelas altas taxas de produtividade na agricultura, bem como também pelas suas altas taxas de desenvolvimento.

Países em desenvolvimento têm tentado aumentar a produtividade dos fatores de sua produção. O Brasil, como um caso específico, tem dirigido as pesquisas de suas instituições agrícolas procurando aumentar a produtividade dos fatores, através de estudos e trabalhos que desenvolvam novas tecnologias para o setor agrícola e ampliem mercados para produtos agropecuários.

1 Trabalho publicado na Revista de Economia Rural (RER) vol.19 nº 1, 1981, p.87-11 (revisto e aumentado).

2 Doutor em Agronomia, Professor da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" (ESALQ), Caixa Postal 9 - CEP 13400 - Piracicaba, SP.

3 Engº - Agrº, Ph.D., Pesquisador da EMBRAPA - Unidade Regional de Pesquisa Florestal Centro-Sul, Caixa Postal 3319 - CEP 80000 - Curitiba, PR.

4 Ph.D., Professor da Oregon University, EUA.

Hoje, constitui uma importante questão saber como pode a pesquisa agronômica ser acelerada, de tal maneira a obter contribuições significativas para estas prioridades. Altos níveis de produtividade não dependem exclusivamente do produtor. Salientando o importante papel das estações experimentais, Yang (1965) diz: "Um agricultor, por si só, não possui conhecimentos nem os meios necessários para estabelecer, por sua conta, uma estação experimental ou um instituto de investigações que reúna todas as informações e estudos, que permitam melhorar seus sistemas agrícolas e a eficiência de sua propriedade. Toda a informação que o auxilie na adoção de práticas novas, tem que ser proporcionada por seu Governo e outras instituições do País".

Há duas formas de conhecimentos técnicos: os estabelecidos por base científica através de pesquisas e trabalhos experimentais e os obtidos através de conhecimento pessoal, por técnicos e produtores rurais, com base na observação de fenômenos e da anotação mental dos resultados, gerando informações sobre a causa dos problemas e, freqüentemente, os meios para resolvê-los.

É bem sabido que, no Brasil, há ainda um reduzido volume de conhecimentos obtidos com os trabalhos agroeconômicos da área experimental; assim, grande parte das decisões, quer pelos responsáveis pela extensão e assistência técnica, quer pelos agricultores, é tomada com base no conhecimento pessoal. Neste enfoque, entre outras coisas necessárias para acelerar o desenvolvimento tecnológico, devem ser identificados fatores que coloquem as estações experimentais numa posição de destaque, para dar uma contribuição mais efetiva para o problema de determinação de padrões econômicos, no uso de novos insumos na agricultura.

O trabalho está dividido em três partes: a primeira seção, focaliza problemas institucionais e metodológicos, que contribuem para a limitada contribuição das análises econômicas de dados experimentais, bem como das funções de produção de dados de propriedades rurais; a segunda, mostra como a programação matemática pode ser um poderoso instrumento para essas análises econômicas, em cuja seção pretende-se mostrar aos pesquisadores da área biológica e econômica, bem como aos agentes extensionistas, agrônomos e tomadores de decisão das instituições governamentais de pesquisa agrícola, por que a programação matemática pode ser uma técnica atrativa; finalmente, alguns comentários e conclusões serão incluídos, pertinentes às duas seções anteriores. O enfoque dado é para fertilizantes.

ESTAÇÕES EXPERIMENTAIS NO BRASIL: PROBLEMAS INSTITUCIONAIS E METODOLÓGICOS

Diversos autores, entre eles Teixeira Filho (1971), Schuh & Tollini (1972), Paiva et al. (1973), analisaram os problemas institucionais e metodológicos que têm limitado uma maior contribuição das estações experimentais do Brasil nas análises agroeconômicas provenientes de dados de estações e fazendas experimentais. Estes problemas, que são discutidos, mais pormenorizadamente, por Neves (1977), podem ser classificados como sendo de duas ordens.

Ordem institucional

Existe, atualmente, um pequeno número de economistas rurais localizados em estações e fazendas experimentais. Teixeira Filho (1974) reportava que, em 1973, menos de 20, dos 1.000 (número aproximado) técnicos que se dedicavam à pesquisa no Departamento Nacional de Pesquisa Agropecuária, faziam estudos econômicos. Um número menor ainda, destes, dedicava-se à análise econômica dos resultados dos experimentos; portanto, importantes estudos econômicos, tais como os que envolviam respostas a fertilizantes, eram bastante limitados. Esta situação leva Teixeira Filho (1974) a considerar "como uma das falhas do progresso da atividade profissional do economista rural. A despeito deste tipo de análise fornecer uma das melhores avaliações de inovações a serem introduzidas, de contar com dados bastante mais acurados que fornecem condições de estimativas bem mais precisas de relações físicas de produção, os economistas rurais não estavam dispensando à análise econômica de dados experimentais o merecido cuidado".

Existe, além do mais, uma falta de integração entre os pesquisadores nas áreas biológicas e econômicas, refletindo na fraca contribuição econômica dos resultados experimentais. Simultaneamente, aqueles que têm trabalhado com questões econômicas têm atuado isoladamente, com limitada troca de informação, às vezes com esforços redundantes e paralelos. Estes fatores têm contribuído para o lento progresso que se verifica no campo de aplicações práticas. Como Araújo (1974) salienta, "parece claro o fato de que é indispensável que os organismos de investigação agroeconômica da América Latina não orientem sua atividade em função do conhecimento em si, o que pode resultar num luxo que nossos países não podem pagar. É inadmissível que um organismo de investigação não conte com uma clara política, acerca do que é que se investiga e para que se investiga. Se as políticas fundamentais de investigação são suficientemente claras, os organismos nacionais de investigação poderão colocar-se em condições de evitar o desperdício econômico que é suscetível de produzir-se em uma investigação, originada nas pretensões individuais do conhecimento científico dos investigadores".

Ordem metodológica

Em face da ausência de um treinamento formal nas áreas estatística e econômica (até início da década de 60), muitas das análises obtidas das estações experimentais foram de valor limitado. Com o surgimento dos primeiros centros de pós-graduação em economia rural, da qual a Universidade Federal de Viçosa foi a primeira, em 1961, observa-se uma ênfase maior sobre superfície de respostas, conduzida por economistas rurais. Análises mais sofisticadas foram efetuadas, incluindo a aplicação de análises de regressão. Uma boa parcela desses estudos, porém, incluíam modelos com especificações simples, como a função polinominal quadrática para dados experimentais e a função Cobb-Douglas para dados de fazenda. Somente agora, na década de 70, têm havido melhores especificações de modelos e têm sido usadas metodologias mais apropriadas. Recentemente, os experimentos têm incluído outras variáveis e têm aumentado os intervalos de observações. Especificações alternativas, além da função Cobb-Douglas, tais como Ulveling-Fletcher e "Ridge Regression Models" (regressão de cumeeira) têm sido agora aplicadas. A ausência de conhecimento no uso de novas funções algébricas, de novas especificações de modelos e alto grau de sofisticação, podem ter sido os principais problemas metodológicos que impediram uma melhor contribuição à análise agroeconômica de dados experimentais.

Os desenhos experimentais, que foram e ainda são usados em muitos locais, são inadequados para uma melhor análise econômica dos dados. Teixeira (1970) observou "que havia um grande número de experimentos com limitado uso, porque eles não incluíam variações com respeito a importantes variáveis econômicas. Por exemplo, pesquisadores biológicos vêm empregando métodos de trabalho mais adequados para a análise qualitativa dos fatores e não têm levado em conta o conceito de curva de resposta, como, por exemplo, a função de produção, ou se preocupam exclusivamente com os maiores níveis de produção que não implicam, necessariamente, maiores níveis de renda para os produtores".

Outro importante problema metodológico, em muitas análises econômicas, era a certeza utilizada nos preços de fatores e produtos, quando é sabido que no mundo real os preços carregam uma boa dose de incerteza e mudanças, principalmente em economias de países em desenvolvimento, onde prevalecem os elevados índices de inflação. Isto estaria sugerindo que as recomendações deveriam levar em conta intervalos de preços e quantidades.

Baseadas nestes problemas, muitas recomendações têm sido feitas. Estas recomendações, sumariadas por Neves (1977), seriam as seguintes:

a. deveria existir uma integração entre as pesquisas econômicas e biológicas na agricultura. Equipes interdisciplinares deveriam trabalhar juntas nos desenhos experimentais. Esta integração, no Brasil, não parece tão difícil como no passado. O desenvolvimento e o caráter dinâmico da agricultura devem aproximar especialistas dos campos biológico, físico e econômico e suprimir as barreiras mentais impostas pelo tempo e as tradições científicas que traçaram linhas tão definidas entre disciplinas e metodologias;

b. experimentos deveriam ser repetidos e desenvolvidos em mais de um local e por diversos anos. Algumas pesquisas concluíram que os seus resultados deveriam ser analisados com cautela, em face de terem sido realizadas em um determinado tipo de solo, com dado nível de fertilidade, a uma determinada produção perfeitamente definida, criando dificuldades para a extrapolação das análises para outros locais. Neste sentido, Doll et al. (1968) citam que "somente a existência duma rede de experimentação agronômica muito densa no espaço e muito repetida no tempo permitirá a utilização, com um mínimo de garantia de êxito, das funções de produção na prática corrente da gestão agrícola, e isto tanto mais quando tal utilização deve ser muito mais de caráter normativo do que mera observação de fenômenos ocorridos";

c. maiores amplitudes na variação do uso do fator variável, que permitam aos pesquisadores identificar o comportamento da produção dentro e fora dos limites dos níveis de utilização do fator. Neste sentido, Pinheiro (1976) recomenda, para solucionar tal limitação, que o pesquisador quando for delinear seu experimento deverá adotar uma amplitude nos seus tratamentos, de tal forma que obtenha resultados relativos aos três estágios de produção, podendo-se, assim, delimitar o estágio de produção e conhecer o comportamento da produção de uma forma mais ampla;

d. o trabalho experimental deveria ser combinado com amostras em fazendas, criando informações do que realmente está acontecendo no setor agrícola, suas necessidades e suas práticas comuns. Davidson et al. (1973) realizaram estudos que indicaram que os rendimentos obtidos nas propriedades agrícolas são menores que os rendimentos experimentais, em grande número de casos. Essas diferenças são devidas, principalmente, às circunstâncias sob as quais os experimentos foram conduzidos e à adoção tecnológica. Por esta razão, ninguém pode esperar que recomendações baseadas somente nos resultados experimentais produzirão os resultados preestabelecidos. Essas recomendações podem contribuir para uma "desconfiança" do proprietário agrícola a respeito de novas tecnologias e dos pesquisadores que as formulam. Recomenda-se, hoje, tanto quanto possível, que as condições da propriedade agrícola devem ser incorporadas nos delineamentos experimentais. O melhor, todavia, seria promover, e mesmo intensificar, pesquisas nas propriedades de modo a obter informação mais acertada;

e. experimentos deveriam considerar riscos e incertezas. Não é suficiente para o economista rural ter um ótimo nível em uma situação "ex-post", onde os níveis de produção e preço são conhecidos. Níveis de fatores de produção deveriam ser determinados para situações "ex-ante", permitindo, daí, ao proprietário agrícola, escolher a melhor alternativa próxima da situação do mundo real.

Nos estudos realizados no Brasil, salvo raras exceções, e mesmo assim nos últimos cinco anos, a base dos trabalhos experimentais tem assumido que o proprietário agrícola tem perfeito conhecimento da natureza das relações de preços e produção. A situação do mundo real, porém, é bem diferente: condições de tempo, comportamento de mercado e variações de preços são tais, que o produtor raramente conhecerá com certeza os resultados de suas decisões. Então, incluindo risco e incerteza nas análises, certamente trarão resultados mais realísticos. Por outro lado, o cientísta biológico pode ajudar muito mais, acumulando, sistematicamente, conhecimentos e informações sobre as condições de tempo, pragas e doenças, bem como aprendendo como diferentes processos de produção e culturas respondem aos fatores de produção usados, sob diferentes condições de tempo, e levando este tipo de informação aos proprietários agrícolas.

PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA COMO INSTRUMENTO ÚTIL PARA EXPERIMENTOS AGROECONÔMICOS EM ESTAÇÕES EXPERIMENTAIS E FAZENDAS

Em países desenvolvidos, a programação matemática tem sido um instrumento útil para análises econômicas. Modelos satisfatórios são desenvolvidos e usados, muitos dos quais se referem à análise de resultados de experimentação. Experimentos agroeconômicos, no Brasil, ganharam maior ênfase desde a criação da EMBRAPA, mas os procedimentos para a análise de tais experimentos ainda não estão claramente estabelecidos. Até o presente momento, um número bastante reduzido de estudos tem tentado usar programação matemática em experimentos. Os mais conhecidos foram desenvolvidos por Brandão (1979), Goodwin et al. (1979) e por Kutcher & Scandizzo (1976).

Espera-se que os procedimentos para delinear experimentos venham a se expandir, de tal modo que sirvam para análises agroeconômicas e para criar múltiplas e variáveis relações fator-produto. A produção de uma cultura depende do nível de utilização dos muitos insumos produtivos, tais como fertilizantes, trabalho, defensivos, maquinaria etc. Portanto, o problema econômico envolvido na produção de uma cultura é selecionar o nível de utilização dos agentes produtivos, a fim de maximizar lucros. Então, as recomendações dos agentes produtivos devem ser baseadas nos experimentos que levam em conta as relações entre os mesmos na função de produção.

Como uma estrutura, para desenvolver e aplicar informação de técnicas na agricultura, a programação matemática oferece muitas oportunidades que não são completamente conhecidas nas aplicações correntes. Como tem sido usada, a programação matemática inclui, primeiramente, a programação linear e suas extensões para formulações, em que algumas das pressuposições de linearidade e aditividade são relaxadas.

Programação linear em análises experimentais

Quando a programação linear é aplicada a dados experimentais, a tecnologia disponível para a firma é assumida por ser composta de um finito número de processos. Um processo usa insumos em proporções fixas e produz um ou mais produtos; cada processo pode ser operado a vários níveis de atividade, o nível de atividade sendo o número de unidades de produtos que é produzido com o processo. Quando dois ou mais processos são usados, simultaneamente, é assumido que eles não interferem com um outro, ou tornam o outro mais produtivo. Em outras palavras, assume-se que os processos são aditivos nos insumos. Conhecendo o lucro a ser determinado por unidade de produto de cada processo e guardando a limitada disponibilidade de insumos, a firma precisa determinar o nível de atividade pelo qual cada processo deveria ser operado para maximizar o lucro.

Para muitas finalidades econômicas, o número de processos disponíveis é finito e cada processo deve ser mantido como inflexível, no que concerne às proporções entre os serviços dos fatores e os produtos do processo. Os fatores não podem ser substituídos por outro, exceto por mudança nos níveis, aos quais os processos técnicos são usados, porque cada processo usa fatores em proporções fixas. Na programação matemática, de um modo semelhante, substituição de processo desempenha um papel análogo ao de substituição de fatores na análise convencional

(Dorfman 1953). Os autores assumem que isto é familiar para o leitor.[5]

Pode-se, porém, examinar estas pressuposições sob outra perspectiva. A apresentação anterior sobre a função de produção homogênea linear é para uma atividade. Para delinear funções de produção experimentais, pode-se escolher um número de pontos da função desejada e escolher uma produção máxima; então, pode-se encontrar um ponto representando a produção máxima, que é, arbitrariamente, bem próxima da produção máxima real, olhando um suficiente número de pontos. Por tais aproximações, é possível considerar problemas do mundo real não-lineares, sob uma estrutura de programação linear (Brink 1975).

Por que usar programação matemática em análise de pesquisa?

A discussão anterior dirigiu a aplicabilidade da programação linear, ou, de um modo geral, a programação matemática, para dados experimentais e indicou que os mesmos resultados obtidos pela análise marginal poderão ser aproximados pelo uso da programação linear. Uma questão natural que surge, a esta altura, é por que usar programação linear? Por que não usar, somente, as técnicas da análise marginal?

Considere-se uma simples assertiva da economia da produção: um fator variável deveria ser usado até que seu preço se igualasse ao seu produto marginal vezes o preço do produto em consideração. Examinando esta assertiva, introduzir-se-ão algumas considerações. Primeiro, assume-se que haja incerteza quanto ao preço do insumo (fator variável) e este deve ser aplicado usando trabalho e máquinas, em um dos diversos períodos de tempo do processo de produção. O preço do insumo é, assim, não somente incerto, como também varia, dependendo do custo de oportunidade dos recursos usados. Produto marginal de um insumo depende da função de produção, porém outros fatores de produção na função podem incluir incertezas, em relação a clima, produtividade, tempo de operações de plantio, ou freqüência de operações (como número de aplicações de defensivos). Finalmente, podem-se considerar tais fatores como incertos e dependentes do mercado, que envolve incertezas também. Certamente, a inclusão de todas essas complicações provenientes de incertezas poderia dificultar em muito o uso da análise marginal. Programação matemática, enquanto não responde ao final para este problema, poderia dar essências para soluções da situação anteriormente exposta. Um modelo, por exemplo, poderia ser formulado com desagregação semanal de tempo com especificados recursos,

---

[5] Aqueles que estiverem interessados em mais detalhes sobre a comparação entre a teoria da produção convencional e programação linear devem consultar Naylor (1966).

distribuídos de acordo com as disponibilidades semanais, por data de operação, para as atividades específicas da cultura em consideração. Adicionalmente, incertezas nos preços de insumos e de produtos poderiam ser incorporadas, via método de Hazell (1971). Funções de resposta, envolvendo incerteza, poderiam ser incluídas, via o método de Wicks & Guise (1978). Finalmente, a desagregação do tempo de armazenamento e estocagem, com rendas provenientes de vendas em diversos períodos, poderia resultar no preço do produto, variando todo o tempo. Estes exemplos são, porém, somente para propósitos ilustrativos. Uma observação genérica é que a programação matemática pode permitir a inclusão de todos estes itens, que podem ser essenciais na formulação de um problema.

A inclusão destes itens pode tornar difícil uma análise prática da análise marginal. Um ponto a favor da programação matemática prende-se à análise para medir os efeitos de inovações da pesquisa para a propriedade agrícola, tomada como um todo. Simples análises, como se tem observado na análise de determinação de níveis ótimos de fertilizantes, através da função de produção, podem estar ignorando fatores que terão grande influência na adoção de uma prática, como, por exemplo, crédito ou disponibilidade sazonal de trabalho. A programação matemática, por natureza, inclui tais considerações.

Outra área em que a programação matemática pode ser útil no Brasil prende-se à especificação dos objetivos da propriedade agrícola. Pequenos agricultores, particularmente, são freqüentemente conhecidos como não orientados somente para a maximização de lucros, mas também para problemas de subsistência, risco, ganhos com alocação de trabalho fora de propriedade etc. Uma área da programação matemática envolve os estudos de objetivos múltiplos (Charnes & Cooper 1977). Dentro deste corpo de técnicas teóricas, com objetivos e restrições múltiplas, a tradicional análise marginal encontraria sérias dificuldades para a sua análise.

Uma consideração adicional no uso da programação matemática envolve a disponibilidade de dados. A estimação da função de produção geralmente requer um grande número de informações e dados históricos e corte seccional no tempo. Com o uso de uma simples função de produção de programação matemática, dados podem ser obtidos com limitadas informações tiradas de corte seccional ou fontes de experimentos. A programação matemática requer especificação de atividades individuais, que podem ser encontradas diretamente nos resultados experimentais. Limitada disponibilidade de dados, freqüentemente, existirá na formulação de pesquisas. Análises que envolvam incerteza (Wicks & Guise 1978; Hazell 1971, e Rae 1971), ou análise de sensibilidade, podem, também, ser usadas quando se trabalha com limitação de dados.

Programação matemática é também potencialmente útil para pesquisadores que queiram determinar novas direções para pesquisas. Dois tipos de análises podem ser recorridas. Primeiro, a programação matemática pode ser usada para simular o efeito de nova tecnologia na propriedade agrícola. Naturalmente, a solução de uma programação linear dará os níveis das variações de decisão e o associado grau de adoção tecnológica. Simultaneamente, porém, a solução irá produzir variáveis duais, as quais identificam as variáveis restritas e a importância das restrições aos objetivos da firma. Tais informações são potencialmente úteis, em sugerir aos pesquisadores os pontos de estrangulamentos críticos na adoção da pesquisa e das áreas, para um refinamento tecnológico. Assim, direções para pesquisa podem também ser observadas. Segundo, os pesquisadores podem se beneficiar da programação matemática para delineamento ou desenhos de pesquisa. Klein & Kehrberg (1976), em estudo recente, usaram a programação linear para assessorar a desejabilidade das direções de pesquisa. Usando os resultados esperados de diversos projetos de pesquisa, análises foram feitas utilizando a programação linear, sob alternativos preços relativos, para determinar quais tecnologias de pesquisa seriam adotadas. Então, os resultados dos projetos de pesquisa podem ser examinados para determinar situações sob as quais esses resultados de pesquisas poderiam ser adotados. A partir deste ponto, um pesquisador poderia também fazer simples estudos "ex-ante" e "ex-post" quanto aos projetados benefícios de tais pesquisas.

Outra importante área de aplicabilidade da programação matemática envolve o desenvolvimento de recomendações para a assistência técnica e extensão rural. No desenvolvimento de pacotes tecnológicos para diversas regiões, cada uma com suas próprias características, a análise marginal seria um instrumento falho em face das mudanças nos valores dos parâmetros. Usando uma formulação geral e pacotes computacionais como parâmetros que podem ser substituídos, podem ser desenvolvidos modelos que permitem àqueles, numa dada região, determinar suas próprias recomendações, com mudanças das condições (McCarl et al 1977). Por exemplo, admita-se a existência de quatro regiões produzindo suinos, em determinada unidade da federação, cada região com diferentes funções de produção, disponibilidades de insumos e relações de preços de fatores e produtos. Dados todos os coeficientes técnicos, o serviço de assistência técnica e extensão rural, pode-se determinar um modelo de programação linear para minimizar relações de custo (LP Ration Cost Minimizing Model), que utiliza preços locais e a tendência de composições que dariam as recomendações apropriadas para cada região. Variabilidade de parâmetros poderiam ser investigados facilmente levando, então, a uma aplicável recomendação de rações.

As razões finais para o uso de programação matemática na análise de pesquisa repousa na aplicação do próprio instrumento. Primeiro, em modelando, a programação matemática força o pesquisador a pensar, em termos de objetivos, restrições e variáveis manipuláveis para o usuário final dos resultados da pesquisa. Através do processo de formulação e modelação, a utilidade e adaptabilidade da pesquisa estão sendo avaliadas implicitamente. Posteriormente, uma vez o programa tenha sido formulado, a análise torna-se bastante simples. Recursos como a análise de pós-otimização, a análise do dual (preço-sombra), e da sensibilidade criam resultados muito úteis. A simplicidade do uso destas técnicas estandartizadas pode, de fato, gerar mais segurança nas análises do que as convencionais técnicas da análise marginal, que podem exigir quantidades maiores de tempo para passos repetidos e implementação do programa com variáveis a serem incluídas ou excluídas do modelo.

A programação matemática em estações experimentais e em empresas agrícolas

Antes de alguns exemplos de aplicação da programação matemática é mister dar ao leitor pouco familiarizado com o método, algumas informações sobre a mesma e, em particular, sobre a programação linear que será utilizada nos exemplos a seguir.

A programação linear e suas extensões são métodos matemáticos que vem se desenvolvendo e aperfeiçoando nestes últimos 30 anos. Procura, entre outros objetivos, resolver o problema fundamental da economia de alocação ótima de recursos, visando a encontrar a melhor distribuição de acordo com determinado objetivo e dos meios de produção disponíveis em quantidades limitadas pelas várias formas possíveis de sua utilização.

Este tipo de problema é encontrado, constantemente, nas unidades experimentais, onde os problemas de otimização são freqüentes. Encontra, porém, importantes aplicações nos mais variados campos da agricultura, desde os estudos de maximização de receita, da localização ótima de explorações agrícolas, melhor utilização de insumos (fertilizantes, defensivos etc.), ao cálculo de rações de custo mínimo que satisfaçam determinadas exigências em certos princípios nutritivos etc.

De uma forma genérica (estandartizada), o problema matemático da programação linear pode ser visto como: determinar o valor das variáveis $X_1, X_2, \ldots X_n$, que sendo não negativas ($X_j \geqslant 0$) e satisfazendo as condições lineares (conjunto de restrições),

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1n} x_n \leqslant b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \ldots + a_{2n} x_n \leqslant b_2$$

. . . .

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \ldots + a_{mn} x_n < b_m$$

tornam máxima ou mínima (dependendo do problema) a função também linear

$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \ldots + C_n X_n$ que é a função-objetivo.

Constituem os dados dos problemas as constantes a_{ij} ($i = 1, 2, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots, n$), b_i ($i = 1, 2, \ldots, m$) e C_j ($j = 1, 2, n$).

A aplicação deste método pode ser difundido largamente nas unidades experimentais, pois parte-se de um conjunto de elementos básicos da exploração, dos recursos disponíveis conhecidos (terra, mão-de-obra, maquinaria, fertilizantes etc.) e as atividades possíveis e, com eles, procura-se construir ou sintetizar um plano completo para a exploração ótima de acordo com o objetivo em vista.

Assim, no seu uso em experimentação ou na empresa agrícola o problema não é, portanto, o de sua aplicabilidade em face das diferentes situações possíveis de se encontrar, ligadas ao ambiente em que se enquadra o experimento a instalar ou a empresa a programar, mas sim o da especificação ou formulação do modelo, de forma a serem observadas, com determinado rigor, os condicionalismos próprios de cada situação através das respectivas restrições, das atividades consideradas e da função objetivo.

Neste sentido Estácio (1975) cita: "no que diz respeito, em especial, à aplicação do método de programação linear ao nível da unidade de produção, as diferenças relativamente aos condicionalismos de ordem estrutural em que aquela se insere, os quais se refletem sobretudo nos objetivos visados, terão que ser consideradas fundamentalmente através do modo como deverá ser definida a função objetivo a maximizar". Com efeito, tanto no que diz respeito às atividades como no que se refere às restrições, esses diferentes condicionalismos não acarretam diferenças substanciais nem quanto ao tipo de informação de base a utilizar, nem quanto à formulação do modelo. Em todos os casos, as atividades terão que ser definidas e caracterizadas em termos idênticos, através de coeficientes técnicos com respeito às correspondentes funções de produção, e as restrições serão sempre traduzidas por sistemas de equações cujos segundos membros são constituídos pelas quantidades disponíveis de certos fatores de produção, ou pelas quantidades máximas ou mínimas de determinados produtos a obter.

Exemplos do uso da programação matemática na formulação de pesquisa

A programação matemática será usada num exemplo de aplicação em análise de dados experimentais e da propriedade agrícola. Este trabalho apresenta dois exemplos. Jensen (1977) e Day & Starling (1977), sugerem outros exemplos.

Exemplo 1

Um dos usos potenciais da programação linear é na análise de níveis ótimos de insumos.

Considere-se um caso em que uma função de produção Cobb-Douglas foi desenvolvida. Esta função pode ser aproximada pelo seguinte procedimento: escolha um grupo de atividade, cada qual composta de um grupo de relações de uso de recursos (X_m); avalie a função a vários pontos X_m para obter a produção Ym. Tem-se, agora, uma série de insumos e seus correspondentes produtos. As magnitudes dos números não interessam neste caso, desde que se está trabalhando com uma função de retornos constantes à escala. As magnitudes relativas, porém, interessam (Mc Carl (1978b).

Dados estes pontos, uma formulação simples é a seguinte:

Maximizar

$$Co\ Yo - \sum_i d_i Z_i \tag{1}$$

sujeito a

$$Yo - \sum_m Y_m \lambda_m \leqslant 0 \tag{2}$$

$$\sum_m X_{im} \lambda_m - Z_i \leqslant 0 \tag{3}$$

$$Z_i \leqslant b_i \tag{4}$$

e

$$Yo,\ \lambda_m,\ Z_i \geqslant 0$$

onde:

C_o = preço por unidade do produto Y;

Y_o = produção total de Y somado sobre todos os processos de produção;

d_i = custo do insumo i;

Z_i = quantidade total do insumo i usado em todos os processos de produção;

Y_m = produto de Y por unidade de processo de produção m;

λ_m = número de unidades do processo m de produção empregado;

X_{im} = uso do insumo i em uma unidade do processo de produção m;

b_i = disponibilidade máxima do insumo i.

A equação (1) maximiza o retorno da produção menos os custos dos insumos; a equação (2) é uma equação de balanço relacionado às vendas do produto e à oferta do produto através da produção; a equação (3) relaciona a demanda por insumos com a oferta de insumos; e a equação (4) relaciona as exigências de insumos com a máxima disponibilidade de recursos.

Kalil et al. (1978) determinaram uma função de produção para dados coletados junto às propriedades agrícolas da região de Palotina-PR. A produção de soja (Y), variável dependente, foi função das seguintes variáveis independentes: terra (X_1), trabalho (X_2), fertilizantes (X_3), defensivos (X_4), sementes (X_5), e despesas com maquinaria (X_6).

A função de produção estimada foi assim descrita:

$$Y = b_0 X_1^{b_1} X_2^{b_2} X_3^{b_3} X_4^{b_4} X_5^{b_5} X_6^{b_6}$$

onde:

Y = produção total de soja em sacas de 60 kg e o b_i = 1, retornos constantes à escala.

Assuma-se que a terra é homogênea e existem 1.200 alqueires (1 alq. = = 2,42 ha) de terra disponível e 9.560 dias de trabalho disponível. O preço considerado foi de Cr$75,00 por saca de 60 kg. Assuma-se que os fazendeiros desejam maximizar o lucro. Para formular este problema, escolheram-se 15 processos para a produção de soja (anexo 1). Cada um desses processos é agora definido como uma variável. Estas variáveis são otimizadas, sujeitas às restrições de balanços na produtividade de soja, nos insumos e restrições de oferta de fatores e/ou serviços produtivos, como sumariados na Tabela 1. Os preços de fertilizantes, defensivos, sementes e despesas com maquinaria serão considerados fixos (Cr$ 1,07).

TABELA 1. **Uma formulação de programação linear para uma função de produção Cobb-Douglas para a produção de soja, em Palotina-PR, ano agrícola 1974/75.**

	Soja	Processo 1	Processo 2	. . . Processo 15	Terra	Trabalho	Fertilizante	Defensivo	Semente	Maquinaria	
Max	$75X_1$	$+0X_2$	$+0X_3$	. . . $+0X_{16}$	$-0X_{17}$	$-0X_{18}$	$-1{,}07X_{19}$	$-1{,}07X_{20}$	$-1{,}07X_{21}$	$-1{,}07X_{22}$	
Sujeito a Balanço produto	X_1	$-13{,}955X_2$	$-12{,}409X_3^-$	. . . $-1{,}537X_{16}$							$\leqslant 0$
Balanço Terra		$145X_2^+$	$105X_3^+$	. . . + $15X_{16}$	$-X_{17}$						$\leqslant 0$
Balanço Trabalho		$966X_2^+$	$1605X_3^+$	. . .		$-X_{18}$					$\leqslant 0$
Balanço Fertilizante		$101137X_2^+$	$45000X_3^+$	. . . $+9000X_{16}$			$-X_{19}$				$\leqslant 0$
Balanço Defensivo		$48002X_2^+$	$29500X_3^+$	. . . $+1600X_{16}$				$-X_{20}$			$\leqslant 0$
Balanço Semente		$59120X_2^+$	$54000X_3^+$	. . . $+7200X_{16}$					$-X_{21}$		$\leqslant 0$
Balanço Maquinaria		$139932X_2^+$	$142514X_3^+$	. . . $+25408X_{16}$						$-X_{22}$	$\leqslant 0$
Disponibilidade terra					X_{17}						1200
Disponibilidade trabalho						X_{18}					9560
e X_1 . . . . X_{22} 0											

Fonte: Dados da pesquisa.

A solução implica em que a terra deveria ser usada por dois processos: nº 2 (395,64 alq.) e nº 5 (804,36 alq.). A produção total de soja estaria ao redor de 139.030 sc/60 kg com o uso de 1.200 alq. de terra, 9.560 dias de trabalho Cr$453.767,12 gastos em fertilizantes, Cr$680.911,46 em defensivos, Cr$639.167,03 em sementes e Cr$1.649.355,63 em despesas com maquinaria.

Complementando o problema, pode-se analisar o custo marginal, se se introduzir processos alternativos e os preços-sombra. Neste caso, os preços-sombra do trabalho e da terra são, respectivamente, Cr$63,49 por dia e Cr$5.131,18 por alqueire.

A análise dos intervalos de otimização (análise de sensibilidade ou estabilidade da solução ótima encontrada) para o coeficiente do preço da soja na função-objetivo revela que, *ceteris paribus*, o preço da soja poderia variar entre Cr$63,87 e Cr$109,70 por saca, sem provocar mudanças na base ótima; Cr$63,87 é, portanto, o preço mínimo da soja para o uso desses processos.

A análise do intervalo de otimização para as restrições mostra que, *ceteris paribus*, a terra variando entre 625,42 e 2.183,3 alqueires e o trabalho entre 5.240 e 18.343 dias não alteraria a proporcionalidade da solução ótima. Desde que a solução é linear, é divisível para qualquer tamanho de fazenda.

Outro tipo de resultado que se pode obter da análise da solução são as taxas de substituição entre fator-produto e fator-fator; sendo este um exemplo ilustrativo de aplicação de programação matemática, julga-se que é desnecessário detalhar sobre as mesmas na análise.

O ponto mais importante não é a aproximação da função de produção, mas o fato de se considerar o largo contexto de outras variáveis que podem ser consideradas, ao tomar-se a propriedade como um todo. Pode-se, por exemplo, expandir a formulação para incluir risco e adicioná-lo em funções de resposta a fertilizantes. Restrições futuras, como trabalho sazonal, podem ser consideradas etc.

Assim, o exemplo é dado para mostrar que mesmo um problema não linear pode ser analisado como um problema de programação linear.

Exemplo 2

O que, normalmente, é esperado na análise de dados experimentais são funções não-lineares mostrando retornos decrescentes ao fator variável. Muitas pesquisas têm se dirigido para uma aproximação de problemas não-lineares, via programas lineares, como a programação separável **(separable programming)**.

A formulação de progrâmações separáveis é feita usando-se uma grade de pontos para aproximações. Tomando um exemplo, um experimento de fertilizante para a cana-de-açúcar em Minas Gerais, Silva (1972) determinou a seguinte função de produção:

$$Y = 70{,}821289 + 0{,}536388P - 0{,}00281\,P^2 + 0{,}06006\,K - 0{,}000181\,K^2$$

onde:

Y = produção de cana, por ha;

P = fertilizante, fósforo por kg/ha;

K = fertilizante, potássio por kg/ha.

Suponhamos que se queira derivar os níveis de insumos para maximizar a renda. Observe-se que a função Y é separável em um intercepto e em termos de fósforo e potássio. Programação separável pode ser aplicada a esta função (e, de fato, em face da convexidade, as restrições adjacentes podem ser ignoradas, conforme Hadley (1963), como desenvolvimento de uma representação, passo a passo, da parte da função envolvendo cada nutriente).

A formulação deste problema é a seguinte:

$$\text{Max } PoY - CP - DK$$

Sujeito a

$$Y - \sum_{\ell 1} \lambda_{1\ell_1} \hat{f}_1 (Z_{1\ell}) - \sum_{\ell 2} \lambda_{2\ell_2} \hat{f}_2 (Z_{2\ell}) < 70{,}28128$$

$$- P + \sum_{\ell 1} \lambda_{1\ell_1} Z_{1\ell} < 0$$

$$- K + \sum_{\ell 2} \lambda_{2\ell_2} Z_{2\ell} < 0$$

$$\sum_{\ell 1} \lambda_{1\ell} < 1$$

$$\sum_{\ell 2} \lambda_{2\ell} \leq 1$$

$$\text{e} \quad Y, P, K, \lambda_{1\ell_1}, \lambda_{2\ell_2} \geq 0$$

onde:

P_0 = preço do produto (Cr$ 19,00/t);

Y = produção;

C = custo do fósforo (Cr$ 1,70/kg);

P = quantidade de fósforo usado;

D = custo do potássio (Cr$ 0,65/kg);

K = quantidade de potássio;

$Z_{1\ell_1}$ = quantidade de fósforo usado no passo ℓ_1;

$\hat{f}_1(Z_{1\ell})$ = produtividade adicional, em face do efeito do fósforo (sozinho) no passo ℓ_1 da representação da porção separável do fósforo;

$Z_{2\ell_2}$ = quantidade do potássio usado no passo ℓ_2;

$\hat{f}_2(Z_{2\ell})$ = produtividade adicional, em face do efeito do potássio (sozinho) no passo ℓ_2 da representação da porção separável do potássio;

$\lambda_{1\ell}$ = variável que revela quanto do passo ℓ_1 é adotado na representação da porção separável do fósforo;

$\lambda_{2\ell}$ = variável que revela quanto do passo ℓ_2 é adotado na representação da porção separável do potássio.

A tabela correspondente a essa formulação pode ser vista no Anexo 2.

Solucionando este problema, a máxima renda obtida foi de Cr$ 1.817,44/ha. Este valor surge quando são aplicados 100 kg/ha de fósforo e 80 kg/ha de potássio. O uso destes insumos leva a uma produtividade ótima de 107,34 t/ha. Usando cálculos marginais, Silva (1972) obteve a produtividade de 107,87 t/ha com 107,34 kg/ha de P e 72,89 kg/ha de K. Como se pode verificar, o nível de produção de ambas as metodologias é essencialmente o mesmo. O nível de uso dos insumos difere em 7 kg, aproximadamente, em ambos os nutrientes. Isto se deve ao fato de que a grade de pontos foi escolhida a intervalos de 20 kg/ha. Neste caso, a programação matemática maximizou a renda líquida, selecionando os níveis de uso da mesma isoquanta do caso ótimo. Intervalos menores das grades de pontos para o uso dos insumos aproximarão mais os resultados entre as duas metodologias.

Apesar da diferença de resultados entre a análise marginal e da programação linear ser negligenciável, a programação matemática pode trazer informações adicionais sobre o custo de oportunidade do não-uso de fertilizantes. Por exemplo, os resultados mostram que não usando fósforo e potássio haveria uma perda de Cr$453,72 mais Cr$18,10, respectivamente (Cr$471,82), na função-objetivo. Estes valores diminuem com a adição destes nutrientes até o nível ótimo e começam a crescer novamente depois dos pontos de ótimo.

Podem se gerar também informações adicionais sobre os intervalos de otimização para os coeficientes da função-objetivo: por exemplo, o preço do produto (cana-de-açúcar/t) pode variar entre Cr$18,43 e Cr$21,64/t e o nível do produto permanece ainda ótimo. Da mesma maneira, o preço do fósforo pode ter uma variação entre Cr$1,49 e Cr$3,07/kg e o preço do potássio pode variar entre Cr$0,53 e Cr$0,66/kg sem alterar a solução ótima.

Estes aspectos são muito importantes quando um serviço de extensão está construindo um "pacote tecnológico" para ser distribuído para uma dada região. Finalmente, este exemplo pode mostrar que os resultados podem ser obtidos mais simplesmente, usando a análise marginal; porém, como se analisou acima, em muitos casos é desejável um contexto maior, abordando o problema num modelo da propriedade agrícola como um todo. Neste tipo, um modelo com o esquema de aproximação acima pode ser somente uma porção do modelo total e, assim, permitir que a análise seja colocada numa perspectiva apropriada.

Estes exemplos mostram aplicações da programação matemática em funções de produção, provenientes de dados experimentais e da propriedade agrícola. Poder-se-iam construir outros, mas o que se pretende mostrar é que a programação matemática pode ser um instrumento útil para as estações experimentais. Para o leitor interessado em conhecer outras aplicações, veja a discussão de Rae (1971) sobre modelos estocásticos discretos, ou Throsby (1967) sobre formulações em economia que requer especificações de aspectos dinâmicos, ou, ainda, McCarl (1977), que apresenta estas e outras técnicas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As duas seções, neste estudo, mostraram que os pesquisadores biológicos e econômicos das estações experimentais e aqueles que pretendem incrementar operações ou induzir a adoção de novas práticas nas propriedades agrícolas, através de resultados de pesquisa, têm ainda um longo caminho a perseguir.

A primeira seção discutiu problemas de caráter institucional e metodológicos, que os autores acreditam que soluções urgentes devem ser encontradas a curto prazo. A agricultura brasileira está em constante mudança e tornando-se mais competitiva e dinâmica. Especialização em algumas regiões continuará como uma tendência, em face das grandes quantidades de investimentos exigidos por insumos especializados em cada empreendimento e, também, como resultado dos rápidos avanços tecnológicos.

Nos próximos anos, alguns problemas continuarão, em face das distorções entre os fatores de produção (a substituição de terra e trabalho por capital deverá continuar, enquanto a agricultura encontrar dificuldades na obtenção de mão-de-obra especializada, e enquanto a produção estiver se expandindo mais, relativamente à quantidade fixa de terra, em algumas regiões do sul e sudoeste). Simultaneamente, as distorções entre os setores agrícola e não agrícola continuarão a enfatizar a necessidade de reformas estruturais dentro da agricultura e a exigir um maior conhecimento, em termos de administração e educação, por parte dos proprietários agrícolas. Com o desenvolvimento tecnológico dentro da agricultura ocorrendo a uma taxa crescente, os problemas serão bem maiores e complexos, exigindo um ajustamento mais rápido entre os agricultores, assistência técnica e pesquisa.

Neste sentido, o primeiro ponto que deve ficar claro é o da filosofia fundamental. A suspeita, por parte de produtores, com respeito às pesquisas, com assertivas tais como "parece bom no papel, mas não funciona na prática", a existência de recomendações conflitantes entre os especialistas da área biológica e econômica; a falta de confiança de muitos agricultores são pontos que devem ser superados por aqueles que conduzem pesquisas a nível experimental e da propriedade agrícola.

Talvez, o problema de comunicação pudesse ser reduzido, se não eliminado, pelo estabelecimento de reuniões conjuntas entre pesquisadores e agentes extensionistas. É conhecida a existência de algumas barreiras tradicionais e institucionais que precisam ser vencidas. Sugere-se que um contato cotidiano ou sistemático de pesquisadores biológicos e econômicos das estações com agentes extensionistas e produtores rurais servirá como um dos caminhos pelo qual os pesquisadores podem selecionar projetos que auxiliarão a agricultura no futuro. Certamente, alguma redução no intervalo de tempo entre os resultados da pesquisa, e quem a porá em prática poderá ser alcançada, via esses contatos e comunicações.

A segunda seção discutiu a programação matemática como um instrumento útil, que poderia auxiliar os pesquisadores das áreas biológica e econômica na formulação e solução de modelos que se utilizam de dados provenientes da propriedade agrícola e estações experimentais.

A moderna teoria da programação matemática e sua aplicação tem se expandido a uma crescente variedade de problemas aplicados. A programação tem procurado solucionar o básico problema da propriedade agrícola, qual seja o de fazer a melhor escolha entre as escolhas alternativas.

A convergência entre a programação matemática e a curva da função neoclássica de produção foi também coberta. Neste sentido, Day (1977) diz que "a dualidade lógica dos pontos de vista de ambos nos alerta para tomar cuidado em como interpretamos o termo aproximação. Se olharmos a programação linear como uma aproximação do modelo neoclássico de otimização, ou vice-versa, é um problema de lógica ou relevância, conveniência ou interpretação numa dada aplicação. Ambos podem ser usados como uma aproximação para algum problema real de otimização e um pode ser preferido do outro, dependendo da natureza do problema em estudo. Alguns economistas ainda acreditam que a economia neoclássica é economia, enquanto que outras formas de teoria de otimização são métodos de pesquisa operacional, de nenhum interesse econômico e útil somente para formulações computacionais". Demonstrou-se que isto não é real. A estrutura neoclássica não é mais ou menos interessante ou relevante que a programação matemática e a formulação geral da teoria moderna de otimização pode compreender a ambas.

A programação matemática tem sido muito aplicada em dados de estações experimentais e de propriedades agrícolas. Tanto no aspecto da teoria econômica como aplicada, uma questão de extremo interesse é conhecer como as soluções ótimas mudam em resposta a mudanças de situação do mercado e da tomada de decisão, e, neste sentido, as análises de preço-sombra e programação paramétrica são instrumentos úteis que a programação matemática fornece à análise de políticas agrícolas. Nos Estados Unidos, com o advento da programação linear, equipes da USDA, (United State Department of Agriculture) junto com técnicos de estações experimentais dos Estados, têm utilizado esta técnica. Os efeitos de preços de suporte, controle de renda e variações tecnológicas, comercialização e situações de preço têm sido investigados usando as técnicas de programação linear e paramétrica (Day & Starling 1977 e Jensen 1977).

Os exemplos anteriores são bastante simples. Modelos mais realísticos e sofisticados podem ser desenvolvidos posteriormente, quando, nos próximos anos, as estações experimentais, no Brasil, irão promover pesquisas agronômicas conjuntas, para determinar os efeitos de grupos alternativos de áreas de solos e topografia diferentes, de sistema de rotação, fertilidade, climas e defesas sanitárias diversas, para diferentes culturas e criações, considerando o comportamento dos produtos.

Provavelmente, agora, a fragilidade da aplicação dos modelos prende-se às incertezas, envolvendo conhecimentos básicos das relações das funções de produção. Conseqüentemente, a técnica de programação estocástica poderá ser muito valiosa nos próximos anos.

Um problema presente é a falta de conhecimento da programação matemática por parte de muitos pesquisadores das áreas biológicas das estações experimentais. Uma solução seria um treinamento formal nos próprios centros nacionais, aproveitando os períodos sazonais (entressafra) das pesquisas em desenvolvimento, compreendendo aquele período entre a coleta da informação de experimentos terminados e a fase em que os novos experimentos ainda não foram instalados.

Para reduzir a "distância" entre a pesquisa e a sua aplicação na propriedade agrícola, é conveniente lembrar o que Lloyd (1958) diz sobre os grupos de pessoas que geralmente expressam uma certa insatisfação com o tipo e a quantidade de pesquisa agrícola:

a. agentes de assistência técnica e extensão rural (que, muitas vezes, têm encontrado certas dificuldades em usar ou interpretar resultados experimentais e recomendações para produtores rurais; e
b. agências de fundos e suportes financeiros (que estão sempre preocupadas com recursos de pesquisa, que são usados em áreas onde os retornos por unidade monetária empregada na pesquisa sejam os maiores possíveis).

Com respeito ao primeiro grupo, modelos precisam ser construídos para estudar as reações dos agricultores com respeito à introdução de tecnologias e explorar reações posteriores com respeito às condições ambientais e de mercado, onde o risco e incerteza são considerados. Acrescentando, como diz Leuck (1976), referindo-se ao processo de tomada de decisão nas pequenas unidades familiares, "que os modelos de maximização de lucros são insuficientes e inadequados para explicá-lo. Os objetivos aí são múltiplos e formam um sistema interativo bem mais complexo que a simples maximização de lucros. Eles procuram maximizar as utilidades (valores de uso), isto é, os bens de consumo e até mesmo o lazer".

Por outro lado, uma das condições básicas para que um produtor adote uma inovação é conhecê-la. A questão é até que ponto os agricultores estão sendo suficientemente capacitados, conceitual e instrumentalmente, para aceitarem os novos comportamentos que lhes estão sendo propostos. Dificilmente, um agricultor irá adotar uma inovação que não venha ao encontro de uma necessidade sentida.

Outro ponto importante a ser considerado, ao se usar a programação matemática com dados experimentais, é saber se os produtores serão devidamente acompanhados e assistidos em suas propriedades, depois de terem sido inicialmente motivados e instruídos, por isto estaria implicando numa tomada de decisão do agricultor, levado pelos agentes de extensão, em adotar uma nova maneira de tomar decisões quanto à adoção de novos comportamentos produtivos e mesmo administrativos. O cuidado que se deve tomar na aplicação de metodologias é não se deixar "vencer pelo deslumbramento" de algo novo e sofisticado, pois, apesar dos esforços dispendidos para a difusão e recomendação agroeconômica no Brasil, somos obrigados a admitir que há evidências de que os produtores rurais e agentes de extensão não têm sido capazes de perceber nessas práticas as mesmas vantagens que os pesquisadores percebem. Como sugestões de aplicações desenvolvidas nesta área, com tamanhos diferentes de propriedades agrícolas, em países menos desenvolvidos, ver os estudos de Randhawa & Heady (1963), McCarl (1978a), Goodwin et al. (1979) e Brandão (1979).

Com respeito às agências de fundos e suportes financeiros, sabe-se que muitos projetos de pesquisa na agricultura contêm objetivos econômicos. Parece óbvio que, se contêm tais objetivos, é evidente que estarão sujeitos a uma avaliação econômica. Neste caso, a fronteira de possibilidades de inovações utilizada por Klein & Kehrberg (1976) parece bastante útil. Em adição, se o sistema em que a pesquisa proposta está corretamente simulado, vários tipos de análise de sensibilidade podem ser utilizados.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J.E.G. **Una opción humanista en el desarollo rural de America.** Montevideo, IICA, 1974. p.192-5. (Série Desarollo Institucional, 1).

BRANDÃO, E. **Evaluation of new technologies for small farmers in Northeast Brazil.** USA, Purdue University, 1979. Tese Mestrado.

BRINK, L. Why emphasis on linear programming. In: ————. **Linear programming and economics.** USA, Dept.º de Economia Agrícola da Universidade de Purdue, 1975. p.3-5. Estudo não publicado.

CHARNES, A. & COOPER, W.W. Goal programming and multiple objective optimization. **Eur. J. Operation Res.,** 1:39-54, 1977.

DAY, R.H. On economic optimization: a notechnical survey. In: ————. **A survey of agricultural literature.** Minneapolis, University of Minnesota Press, 1977. v.2, p.57-92.

DAY, R.H. & STARLING, G. Optimization Models in agricultural and resource economics. In: A survey of agriculture literature. Minneapolis, University of Minnesota Press, 1977. v.2, p.92-127.

DAVIDSON, B.R. et alii. **La aplicación de la investigación agraria.** Madrid, Instituto Nacional de Investigaciones Agrarias, 1973. p.315-24.

DOLL, J.P. et alii. Economics of agricultural production, market and policy. Illinois, 1968. 557p.

DORFMAN, R. Mathematical or linear programming: a normathematical exposition. **Am. Econ. Rev.,** (43):797-815, 1953.

ESTACIO, F. **A programação linear em agricultura:** metodologia de planejamento e análise. Oeiras, Fundação Calveste Gulbenkian 1975. 221p.

GOODWIN, J.B.; SANDERS, J.H.; HOLLANDA, A.D. **Modeling risk and technology adoption in the Semi-Arid Northeast of Brazil.** USA, Purdue University, 1979. Não publicado.

HADLEY, G. **Linear programming.** Addison Wesley, Reading Mass., 1963.

HAZELL, P.B.R. A linear alternative to quadratic and semi-variance programming for farm planning under uncertainty. **Am. J. Agric. Econ.,** (53):53-62, 1971.

JENSEN, H.R. Farm management and production economics, 1946-70. In: ___________. **A survey of agricultural economics literature.** Minneapolis, University of Minnesota Press, 1977.

KALIL, M.N.; NORONHA, J.F. & GRAÇA, L.R. A regressão de cummeeira (Ridge regression) e suas aplicações; o caso de soja no Paraná. In: REUNIÃO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ECONOMIA RURAL, 16, Fortaleza. **Anais...** 1978.

KLEIN, K. & KEHRBERG, E.W. **Development of an innovation frontier for purposes of research planning and evolution.** USA, Dept.º de Economia Agrícola, Purdue University, 1976. 13p.

KUTCHER, G.P. & SCANDIZZO, P.L. A partial analysis os share-tenancy relationship in Northeast, Brazil. **J. Develop. Econ.,** (3):343-54, 1976.

LEUCK, D.J. **An econometric model of firm household decision making for low income brazilian farm families.** Purdue University, 1976. Tese Mestrado.

LLOYD, A.G. Agricultural experiments and their economics significance. **R. Market. Agric. Econ.,** (26):185-209, 1958.

MCCARL, B.A. **A farm level linear programming analysis of dry-land and wetland food crop production in Indonesia.** World Bank Study, 1978a, 92p.

MCCARL, B.A. **Application of quantitative analysis;** mathematical programming. USA, Purdue University, 1978b, 71p.

MCCARL, B.A. **Linear transformation in mathematical programming;** commented version. USA, Dept.º de Economia Agrícola, Purdue University, 1977.

MCCARL, B.A. et alii. Experiences with farmer oriented linear programming for crop planning. **Indian J. Agric. Econ., 25**(1):17-30, 1977.

NAYLOR, T.H. The theory of the firm: a comparison of marginal analysis and linear programming. **South. Econ. J.,** (32):263-74, 1966.

NEVES, E.M. **Economicidade de uso de insumos modernos**; análise econômica de resultados de experimentos com fertilizantes. Piracicaba, Dept.º de Ciências Sociais Aplicadas, 1977. 48p. (Série Pesquisa, 36).

PAIVA, R.M. et alii. **Setor agrícola do Brasil**; comportamento, problemas e possibilidades. São Paulo, Secretaria da Agricultura, 1973. 456p.

PINHEIRO, F.A. **Análise econômica em experimentação agrícola.** Botucatu, Faculdade de Ciências Médicas e Biológicas de Botucatu, 1976. p.65-8.

RAE, A.N. Stochastic programming, utility and sequential decision problems in farm management. **Am. J. Agric. Econ., 53**(3):448-60, 1971.

RANDHAWA, N.S. & HEADY, E.O. Decision making under uncertainty with special reference to agriculture in India. **Indian J. Agric. Econ.,** (28):9-22, 1963.

SILVA, M.F. **Análise econômica de experimentos de adubação em cana-de-açúcar nos municípios de Passos e Três Pontas, MG.** Viçosa, Universidade Federal de Viçosa, 1972. Tese Mestrado.

SCHUH, G.E. & TOLLINI, H. **Análise econômica de ensaios de adubação.** Brasília, Ministério da Agricultura. EAPA/SUPLAN, 1972, 45p.

TEIXEIRA, T.D. **Superfície quadrática e suas aplicações na análise econômica de experimentos.** Viçosa, Universidade Federal de Viçosa, 1970. 144p. Tese Mestrado.

TEIXEIRA FILHO, A.R. Análise e avaliação das pesquisas de administração rural e economia da produção no Brasil. In: REUNIÃO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ECONOMIA RURAL, 10, Brasília. **Anais...** 1971. p.13-36.

TEIXEIRA FILHO, A.R. Análise econômica de dados experimentais. In: REUNIÃO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ECONOMIA RURAL, 12, Porto Alegre. **Anais...** 1974.

THROSBY, C.D. Stationary state solutions in multiperiod linear programming problems. **Aust. J. Agric. Econ.,** (11):192-98, 1967.

WICKS, J.A. & GUISE, J.W.B. An alternative solution to linear programming problems in the stochastic input-output coefficientes. **Aust. J. Agric. Econ., 22**(1): 1978.

YANG, W.Y. **Metodologia de las investigaciones sobre administracion rural.** Roma, FAO, p.1, 1965.

ANEXO 1. **Sumário dos resultados.**

Processo	Área (2,42 ha) X_1	Trabalho (Homem/dia) X_2	Fertilizante (Cr$) X_3	Defensivo (Cr$) X_4	Semente (Cr$) X_5	Maquinaria (Cr$) X_6	Produto Y
1	145	996	101137	48002	59120	139932	13955
2	105	1605	45000	29500	54000	142514	12409
3	173	1588	52000	31960	100650	209279	18580
4	200	2291	154770	61250	97464	289558	23308
5	60	262	21200	42500	32500	82975	6883
6	70	574	30000	42350	36000	45783	7186
7	100	384	85440	21460	50640	151243	9960
8	85	477	91000	19128	54400	107730	9107
9	116	318	75980	41458	69600	178546	12355
10	22	242	31856	1993	10530	34159	2160
11	33	103	21600	4200	16800	18884	2436
12	7	43	12513	5620	9675	20556	1601
13	42	434	39600	11807	20160	80225	4932
14	15	77	7600	4194	7800	14468	1425
15	15	166	9000	1600	7200	25408	1537
	1197	9560					

Equação usada:

$$Y = 1{,}77347\ X_1^{0,3023}\ X_2^{0,1176}\ X_3^{0,0480}\ X_4^{0,1157}\ X_5^{0,2630}\ X_6^{0,2082}$$

Σb_i = 1,00: obtido por Kalil et al. (14).

ANEXO 1A. **Sumários dos resultados. (Continuação).**

Variável básica	Nível da atividade	Var. de folga/ restrição	Custo de oportunidade
X_1	139030,606	1	75,00
X_3	3,767	2	5131,18
X_6	13,406	3	63,50
X_{17}	1200,000	4	1,07
X_{18}	9560,000	5	1,07
X_{19}	453767,117	6	1,07
X_{20}	680911,469	7	1,07
X_{21}	639167,03	8	5131,18
X_{22}	1649355,63	9	63,49

ANEXO 1B. (Continuação).

Variável não-básica	Custo de oportunidade (preço-sombra)
X_2	128090,973
X_4	17027,287
X_5	68867,675
X_7	21603,549
X_8	120899,786
X_9	74730,669
X_{10}	79959,875
X_{11}	39588,437
X_{12}	58957,338
X_{13}	16503,876
X_{14}	35585,682
X_{15}	11428,514
X_{16}	18466,134

ANEXO 1C. Intervalo ótimo para os coeficientes na função objetivo. (Continuação).

Variável	Mínimo	Original	Máximo
X_{21}	0,497	1,07	7,961
X_{19}	0,143	1,07	2,255
X_{20}	0,163	1,07	1,363
X_1	63,872	75,00	109,700
X_{22}	0,710	1,07	1,498

ANEXO 1D. Intervado ótimo para os recursos restritivos. (Continuação).

Variável	Mínimo	Original	Máximo
X_8	625,42	1200	2189,30
X_9	5240,00	9560	18343,10

ANEXO 2. Nível do nutriente.

Equação de fertilizante obtida por Silva (29):

$Y = 70{,}821289 + 0{,}53638\ P - 0{,}002081\ P^2 + 0{,}0606\ K - 0{,}000181\ K^2$

$f_1 = 0{,}53638\ P - 0{,}00208\ P^2$

$f_2 = 0{,}0606\ K - 0{,}000\,181\ K^2$

Níveis de P ou $Z_1\ell_1$	f_1 (P) ou f_1 ($Z_1\ell_1$)	Níveis de K ou $Z_2\ell_2$	f_2 (K) ou f_2 ($Z_2\ell_2$)
0	0	0	0
20	9,8952	20	1,1396
40	18,1256	40	2,1344
60	24,6912	60	2,9844
80	29,5920	80	3,6896
100	32,8280	100	4,2500
120	34,3992	120	4,6656
140	34,3056	140	4,9364

O problema torna-se:

Max $19\ Y_1 - 1{,}70\ P - 0{,}65\ K$ (renda líquida)

sujeito a

$$Y_1 - 9{,}8952\ \lambda_{11} - 18{,}1256\ \lambda_{12} - \ldots - 4{,}6656\ \lambda_{27} - 4{,}9364\ \lambda_{28} \leqslant 70{,}82129$$

$$-P + 20\ \lambda_{11} + \ldots + 140\ \lambda_{17} \leqslant 0$$

$$-K + 20\ \lambda_{21} + \ldots + 140\ \lambda_{28} \leqslant 0$$

$$\lambda_{11} + \ldots + \lambda_{18} \leqslant 1$$

$$\lambda_{21} + \ldots + \lambda_{28} \leqslant 1 \quad \text{e}$$

$$\lambda_{11} \ldots \lambda_{28} \geqslant 0$$

onde:

Y_1 = nível de produto;
P = quantidade de P usado;
K = quantidade de K usado;
λ_{11} até λ_{18} = grade de pontos para P;
λ_{21} até λ_{28} = grade de pontos para K.

ANEXO 2A. Sumário dos resultados (Base)

Variável básica	Nível da atividade	Variável básica	Nível da atividade
Y	107,33888		
P	100,00	λ_{16}	1,00
K	80,00	λ_{25}	1,00

Variável não-básica	Custo de oportunidade
λ_{11}	453,732
λ_{12}	299,723
λ_{13}	177,345
λ_{14}	86,599
λ_{15}	27,484
λ_{17}	4,147
λ_{18}	39,925
λ_{21}	18,102
λ_{22}	9,450
λ_{23}	3,548
λ_{24}	0,398
λ_{26}	2,352
λ_{27}	7,456
λ_{28}	15,310

Valor máximo da função objetivo = Cr$ 1817,438.

As variáveis de folga para as linhas 1, 2 e 3 têm os preços do produto (Cr$ 19,00) e dos nutrientes (Cr$ 1,70 para o fósforo e Cr$ 0,65 para o potássio), como preços-sombra. Os preços-sombra para as linhas 4 e 5 têm os valores de Cr$ 453,73 e Cr$ 18,10, respectivamente.

Intervalo ótimo para os coeficientes na função objetivo

Variável	Mínimo	Original	Máximo
Y	18,434	19,00	21,64
P	1,4926	1,70	3,074
K	0,532	0,65	0,669

O PROFAZENDA: UM SISTEMA COMPUTACIONAL NO PLANEJAMENTO DA PROPRIEDADE AGRÍCOLA

YOSHIHIKO SUGAI[1]

INTRODUÇÃO

Os modernos princípios da ciência administrativa e econômica já impregnaram as atividades industriais e de serviços. Estão, aos poucos, conquistando também espaços consideráveis na atividade empresarial agrícola. A progressiva integração da agricultura no mercado externo, o aumento da concorrência interna, a disseminação em larga escala de novas tecnologias de produção, a progressiva eliminação de uma agricultura de subsistência e o espírito inovador dos agricultores são alguns dos fatores que têm contribuído sensivelmente para estas transformações. Dentre estas, destaca-se o uso crescente de métodos quantitativos e a utilização do computador como instrumento de planejamento.

Qual a razão de o computador estar sendo empregado em atividades agrícolas? Em primeiro lugar, a agricultura deixou de ser uma atividade simples de abastecimento familiar e de venda do excedente (agricultura de subsistência). A agricultura está se tornando uma atividade complexa. As decisões nesta área necessitam, cada vez mais, de informações seguras e atuais sobre as novas tecnologias disponíveis, sobre os preços dos insumos e dos produtos, sobre as disponibilidades de má-

[1] Engº-Agrº, M.S., Ph.D., em Ciências Econômicas, Pesquisador do Departamento de Estudos e Pesquisas (EMBRAPA-DEP), Caixa Postal 11.1316 – CEP 70333 – Brasília, DF.

quinas e de mão-de-obra, sobre a oferta de crédito etc... Que insumos devem ser comprados (quando, em que quantidades e a que preços?), quando há diversas culturas potenciais para serem produzidas ou cultivadas e quando o produto final deve ser comercializado a preços de mercado, estas situações são diferentes de uma agricultura tradicional em que se cultivava o que era tradição na região baseados na fertilidade natural dos solos e na mão-de-obra familiar. A agricultura empresarial permite lucros consideráveis pela sua maior eficiência na produção; de outro lado, também envolve riscos, capazes de levar à falência agricultores menos atentos. A agricultura moderna exige não só trabalho e dedicação, mas também administração e organização.

As práticas relativamente simples de elaboração e análise de tabelas de contabilidade agrícola, com a discriminação detalhada de custos e receitas, tiveram por função a organização dos dados e desempenharam um papel importante para aumentar a racionalidade das decisões dos agricultores. Estas práticas podem e devem continuar como um sistema eficiente de organização das informações e de controle administrativo-financeiro sobre a propriedade agrícola. Porém o planejamento das atividades na propriedade agrícola, notadamente as referentes ao que plantar, colher, em que época, com que insumos e em que quantidades, devem ser baseadas em métodos mais seguros. O advento de métodos quantitativos, como a programação matemática e a simulação, e a sua popularização em anos recentes também nas atividades de agricultura, permitiram um avanço significativo.

Estes métodos, conjugados a programas de computação, como é o caso da programação linear, permitem medir o desempenho da propriedade agrícola como um todo, dentro de suas especificidades. Aconteceu um salto qualitativo: muito mais do que um retrato da situação da propriedade agrícola, através da programação linear, é possível estabelecer objetivos de valores mínimos e máximos a serem alcançados ou evitados e obter a otimização da exploração da propriedade, por exemplo, através da maximização de sua renda líquida. Todas as variáveis relevantes para o agricultor, os recursos de que dispõe ou poderá dispor, as diferentes tecnologias de exploração, tudo isto é considerado, simultaneamente, interagindo no sistema da propriedade agrícola. A rapidez na solução de todo o sistema permite acompanhar, constantemente, mudanças nos preços dos fatores ou dos produtos, nos próprios recursos disponíveis, ou coeficientes tecnológicos, possibilitando, conseqüentemente, alterações administrativas na propriedade agrícola, quando isto se justificar.

A formulação de modelos específicos para cada propriedade e a interpretação de seus resultados exigem recursos humanos qualificados, além de tempo. Praticamente só as universidades e os institutos de pesquisa teriam estas condições. O objetivo da utilização, "em massa", pelos agricultores, da programação linear ficaria assim inviabilizado. Com o objetivo de agilizar o processo de utilização do modelo e simplificar a interpretação dos resultados foi desenvolvido no Departamento de Estudos e Pesquisas (DEP) da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA), baseado no trabalho do Professor Bruce McCarl da Universidade de Purdue (1980), um sistema simplificado de entrada de dados e de saída de resultados que permite aos extensionistas, agricultores e pesquisadores, a utilização do sistema de programação, sem demandar tempo exagerado e com período curto de treinamento. A este sistema denominou-se de PROFAZENDA.

FORMULAÇÃO DO SISTEMA PROFAZENDA

As decisões do agricultor devem ser orientadas pela racionalidade econômica, e devem ser tomadas em tempo oportuno. A racionalidade econômica exige que se considerem, simultaneamente, as principais variáveis que a determinam, e a oportunidade exige rapidez. O sistema PROFAZENDA se adequa perfeitamente a estas duas exigências. Considera a complexidade da propriedade agrícola e é um sistema muito rápido. Em um período de tempo relativamente curto é possível dispor de várias soluções alternativas, dependendo das hipóteses e expectativas dos agricultores.

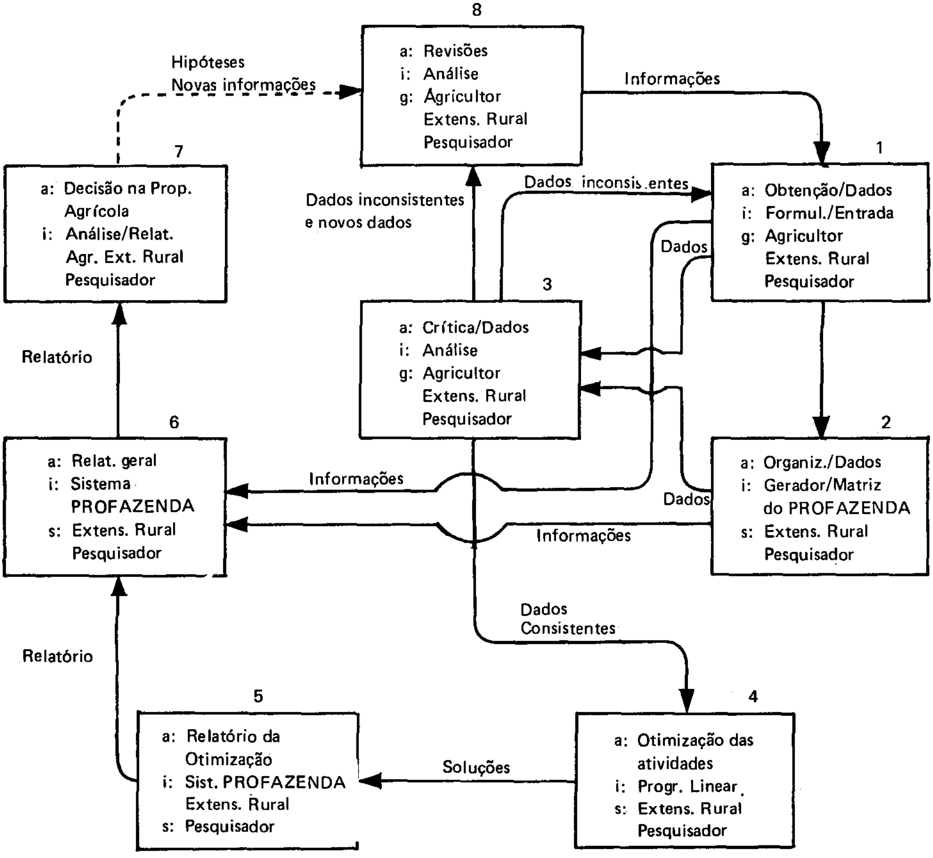
O sistema PROFAZENDA é constituído por diferentes etapas. Nelas se executam ações integradas, mas analiticamente diferenciadas. O processo começa com a obtenção dos dados. A segunda fase compreende as atividades de organização de dados. Em seguida, procede-se à crítica das informações. Caso os dados sejam inconsistentes, é enviado um relatório simplificado ao interessado para providenciar as correções e o processo decisório se inicia, novamente, na primeira fase. Caso os dados sejam consistentes, passa-se à fase de otimização.

O próprio computador imprime um relatório de otimização em que aparecem as soluções dos planos presente e ótimo para a propriedade. Este fornece os subsídios indispensáveis para uma decisão racional na propriedade agrícola. Caso sejam necessárias alterações, executam-se revisões, obtém-se novos dados e o processo começa de novo (Veja Fig. 1).

O PROFAZENDA, atualmente, pode atender a vários sistemas de produção:

a. culturas anuais (com até 10 culturas);
b. culturas anuais mais pecuária (até 10 culturas);
c. produção de hortaliças com restrição e sem restrição de capital (até 10 culturas);
d. produção de hortaliças (até 30 culturas).

FIG. 1. Esquema de ações, instrumentos e agentes do Sistema PROFAZENDA.



Legenda: a = ação; i = instrumento; g = agentes; s = supervisão.

Estão em desenvolvimento mais dois pacotes: o primeiro considerando culturas anuais mais gado de leite e o segundo sobre o gerenciamento da propriedade. De acordo com as necessidades e a demanda por parte dos agricultores, estes sistemas podem ser ampliados, simplificados e/ou desenvolvidos novos, devido à sua flexibilidade.

Obtenção dos dados

As informações necessárias ao sistema PROFAZENDA são obtidas através de um formulário específico de entrada. O seu preenchimento é executado pelo agricultor, pelo extensionista rural e pelo pesquisador da área. Acompanha o formulário um manual de orientações e esclarecimento de dúvidas. Naturalmente que ao se iniciar este processo junto ao agricultor caberá, inicialmente, uma responsabilidade maior de orientação por parte do extensionista e do pesquisador. Com a experiência, o agricultor poderá assumir maior responsabilidade em alimentar o sistema, principalmente, sobre a sua alteração no decorrer do tempo, liberando o extensionista e o pesquisador desta tarefa.

O formulário foi cuidadosamente elaborado com o objetivo de facilitar o seu preenchimento pelo usuário e também simplificar o trabalho do digitador. Assim, ele se encontra todo codificado, com os campos definidos para cada tipo de informação.

O formulário está dividido em duas partes. Na primeira são coletadas informações gerais sobre a estrutura da propriedade e dados qualitativos para as culturas. Por exemplo, se a propriedade possui ou não trator, em que períodos se executam tarefas de preparo do solo, de plantio etc. por cultura. Na segunda parte do formulário são coletados dados quantitativos correspondentes às informações qualitativas da primeira parte. Estes também se referem à estrutura geral da propriedade e à especificação de cada cultura. Exemplos de informações deste tipo são a localização das culturas segundo os tipos de terra, restrições de capital disponível, preços dos produtos, rendimento por cultura e outras atividades.

Organização dos dados

As informações coletadas através de formulários são digitadas e sistematizadas através do gerador de matriz do sistema PROFAZENDA. Gerador de matriz é um programa de computação dentro do sistema que organiza os dados em forma de equações. O computador é o grande responsável pela execução desta tarefa. Há apenas uma supervisão do extensionista e do pesquisador.

Crítica dos dados

Tanto as informações disponíveis no formulário de entrada, bem como as sistematizadas pelo computador são submetidas a uma crítica para saber de sua consistência e veracidade. Alguns erros são apontados pelo próprio computador. Outros são detectados através de uma análise cuidadosa feita conjuntamente pelo agricultor, pelo extensionista e pelo pesquisador. Se os dados forem inconsistentes, o sistema é remetido à revisão para as devidas alterações: volta-se então à fase inicial do processo. Se os dados forem considerados consistentes então são automaticamente remetidos pelo computador para a fase de otimização.

Otimização das atividades

A otimização das atividades na propriedade agrícola é uma das fases do sistema. Considerar, simultaneamente, um conjunto complexo de atividades, sujeitas a inúmeras restrições e otimizá-las, através de uma função-objetivo, só foi possível com o advento e aperfeiçoamento da computação. Os pacotes de programação linear disponíveis executam a otimização, como é o caso do MPSX da IBM, o APEX da CDC etc. A atividade humana nesta fase é simplesmente de supervisão. O modelo geral de programação linear[2] pode ser formalizado através da seguinte forma matricial:

Maximizar ou Minimizar
a Função-objetivo $z = cx$

Sujeito a $Ax \leqslant b$

$x \geqslant 0$

onde,

c = vetor de coeficientes da função-objetivo
x = vetor de variáveis a serem determinadas
A = matriz de coeficientes tecnológicos
b = vetor de restrições dos recursos

Na Tabela 1 apresenta-se uma síntese da estrutura da programação linear do sistema PROFAZENDA. Cada célula representa uma matriz de combinações de recursos e atividades. Cada linha é um conjunto de equações, exceto a função-objetivo. Deste modo, o tamanho da matriz é bastante flexível, podendo captar as características das propriedades. Para simplificar, os coeficientes e o valor das restrições são apresentados em formas de sinais, exceto quando seu valor é zero.

[2] Não se pretende aqui desenvolver toda a teoria de programação linear. Sugere-se consultar a literatura específica sobre o assunto.

TABELA 1. Esquema resumido da estrutura da programação linear do PROFAZENDA.

		01 Uso terra	02 Prep. 1 terra	03 Prep. 2 terra	04 Produção própria	05 Produção parceria	06 Colheita	07 Arrendamento	08 Contratação mão-de-obra	09 Emprego fora propriedade	10 Venda produtos	11 Compra de insumos	12 Limitação das culturas	13 Renda	14 Cultura artificial		
	Objetivo													±	+	Minimização	
01	Terra	-	+													≤	0
02	Disp. terra por tipo	+						-								≤	+
03	Disp. terra p/cultura antes transferência	-											+			=	0
04	Disp. terra p/cultura alternativa				+	+							-		-	≤	0
05	Disp. terra por período	-	+	+	+	+										≤	0
06	Disp. mão-de-obra		+	+	+	+	+		-	+						≤	+
07	Disponibilidade de trator		+	+	+	+	+									≤	+
08	Disponibilidade de animais		+	+	+	+	+									≤	+
09	Terra após prep. 1		-	+												≤	0
10	Terra após prep. 2			-	+	+										≤	0
11	Terra necessária p/colheita				+	+	-									≤	0
12	Terra p/culturas sucessão		±	±	-	-										≤	0
13	Tempo para preparo		+	+												≤	+
14	Tempo para plantio				+	+										≤	+
15	Tempo para colheita						+									≤	+
16	Produção		-		-	-					+					≤	0
17	Insumos para culturas				+	+						-				≤	0
18	Balanço da renda		+	+	+	+	+	+	+	-	-	+		±		=	0
19	Colheita mínima				+	+	-									≤	0
20	Disp. Beneficiamento				+	+										≤	+
21	Armazenamento										+					≤	+
22	Relação das culturas sucessivas	±														≤	0
23	Restrição das culturas				+	+										≤	+
24	Limite inferior												+				
25	Limite superior							+	+	+			+				

A função-objetivo

Respeitadas as restrições de recursos do agricultor e os objetivos fixos definidos como máximo ou mínimo, através de restrições, o objetivo do agricultor consiste em maximizar a sua renda líquida. Renda líquida é definida como o resíduo da soma da venda de produtos ou serviços da propriedade, menos o somatório de todos os custos desta produção (ou para prestação de serviços). É o retorno líquido para a administração antes do Imposto de Renda. Este é o objetivo flexível do modelo, no sentido de que deverá atingir um valor máximo, respeitadas as condições anteriormente enunciadas.

Para simplificar os procedimentos de cálculo de computação, o PROFAZENDA utiliza, na função-objetivo, o valor dual, isto é, minimiza os custos de produção na propriedade. A renda líquida do agricultor continuará a ser um valor máximo. Neste caso, o modelo executa a minimização da função-objetivo dos custos. Conseqüentemente, os custos de produção são assinalados como valores positivos, enquanto que as receitas como negativos.

Atividades e recursos

As principais atividades a serem determinadas pelo PROFAZENDA referem-se ao uso da terra e seu preparo, à produção e colheita, ao arrendamento da terra, à contratação de mão-de-obra, à venda de produtos, à compra de insumos, e a atividades de renda e culturas artificiais. O conjunto dos principais recursos são a disponibilidade de terra, de mão-de-obra, de maquinaria e de insumos, bem como a disponibilidade de tempo para a execução das atividades. O agricultor pode dividir o tempo disponível em períodos de 15 dias; isto significa a possibilidade de 26 períodos ao ano. A seguir, são definidos e analisados, sumariamente, estas atividades e recursos:

a. disponibilidade e uso da terra. O agricultor pode trabalhar tanto em terra própria bem como em terras arrendadas. Isto se constitui na sua disponibilidade total de terras. Por período considerado, pode-se trabalhar com três tipos de terras, definidas de acordo com as características de fertilidade, topografia do solo etc. consideradas importantes pelo agricultor. Além disso, são consideradas também as relações com culturas sucessivas e a rotação de culturas;

b. preparo da terra. De acordo com as operações para culturas específicas e a tecnologia adotada, o preparo da terra pode comportar duas fases, definidas aqui como preparo da terra 1 e preparo da terra 2. Nestas atividades são consideradas, por períodos, as necessidades de tratores, de animais e de mão-de-obra. Nas culturas sucessivas estão considerados os tratos culturais específicos;

c. produção. Dependendo da situação da propriedade agrícola, esta atividade é constituída pela produção própria e pela produção recebida através da parceria. Os principais recursos utilizados na atividade de produção são a terra, a mão-de-obra, trator, animais, tempo de plantio, rendimento, disponibilidade de beneficiamento, restrições para a colheita e restrições das culturas. Na equação de renda estão inseridos os custos provenientes da atividade de produção;

d. colheita. No modelo, as atividades de colheita são diferenciadas das de produção. Para a colheita, utilizam-se dos recursos de mão-de-obra, colhedeira, tratores e animais, respeitada a restrição de disponibilidade de tempo. O conjunto das equações de colheita mínima controla as atividades que colhem os produtos. Os custos correspondentes a estas atividades são incluídos na equação da renda;

e. arrendamento da terra. O arrendamento da terra permite ao agricultor aumentar a sua disponibilidade, permitindo a execução das atividades que o proprietário planejar. Não deve, porém, ultrapassar a limites pré-determinados. Os custos referentes ao arrendamento também são inseridos na equação de renda;

f. contratação de mão-de-obra e emprego fora da propriedade. O modelo permite que se contrate mão-de-obra no mercado até o limite necessário para a execução das diferentes atividades, caso seja compensador, sob o ponto de vista econômico. A contratação de mão-de-obra se constitui numa despesa e como tal é inserida na equação de renda. De outro lado, se os salários forem compensadores e a mão-de-obra encontrar emprego fora da propriedade, estas atividades trarão rendimentos para a propriedade e como tal é inserida na equação de renda;

g. venda dos produtos. Este conjunto de atividades permite a venda de produtos *in natura*, venda após beneficiamento e armazenamento. Isto permite grande flexibilidade ao produtor no sentido de não ser obrigado a vender toda a sua produção no momento da colheita, podendo beneficiá-la e armazená-la se a cultura o permitir e houver disponibilidade de equipamentos e instalações adequadas. A venda de produtos se constitui na principal atividade de renda do agricultor;

h. compra de insumos. Os coeficientes deste conjunto de atividades são constituídos pelos preços dos insumos, inseridos na equação de renda, e pelas unidades de insumos utilizados para a produção de culturas. Os preços entram com sinais positivos na equação de renda e o fornecimento de insumos como coeficientes negativos na equação de produção;

i. limitação das culturas. Este conjunto de atividades tem por objetivo o controle da área de produção para as diferentes culturas. As explorações das culturas podem ser controladas através de um limite fixo ou de uma amplitude determinada. Esta estratégia pode ser utilizada para controlar o risco na produção ou para se atingir uma certa estabilidade no nível de renda da propriedade;

j. culturas artificiais. Este conjunto de atividades foi incluído para permitir o funcionamento da minimização deste modelo. Assim, os valores de seus coeficientes na função-objetivo são elevados, em comparação com os outros coeficientes.

Elaboração de relatórios

A solução da otimização das atividades é impressa através e em forma elaborada pelo PROFAZENDA. Neste relatório aparecem as atividades que compõem a solução ótima, chamado também de Plano Ótimo e uma comparação com a exploração atualmente em uso na propriedade (Plano Presente). Neste relatório aparecem ainda os recursos limitantes à expansão da atividade na propriedade agrícola. São os chamados preços-sombra. Seu valor indica em quanto aumentaria a função-objetivo, no caso do PROFAZENDA o retorno líquido para a administração, caso fosse possível obter mais uma unidade do recurso limitante. Em outras tabelas do relatório são discriminados e comparados os custos e as receitas para as atividades, tanto no plano presente, como no plano ótimo. São discriminadas ainda atividades de produção por período para as diferentes culturas, projetadas as horas de uso de maquinaria, mão-de-obra por período para cada cultura e outras informações.

Os resultados da otimização, discriminados acima, são transportados para a elaboração do relatório geral, executado pelo sistema PROFAZENDA. Além dos resultados acima, são anexadas e relatadas informações fornecidas pelo formulário de entrada e organizados pelo gerador de matriz do sistema. Aqui são impressas informações de como as culturas estão atualmente plantadas, qual a área mínima por cultura, se é possível ao agricultor arrendar mais terra, quais os preços recebidos pela venda de produtos e pagos pela compra de insumos, informações referentes a beneficiamento de produtos, o tempo gasto no campo, períodos de colheita e outras relevantes para subsidiar a tomada de decisão do agricultor.

Decisão na propriedade agrícola

Esta é a ação mais importante de todo o sistema. A obtenção dos dados, a otimização das atividades e os relatórios elaborados pelo sistema PROFAZENDA objetivam fornecer subsídios para que o agricultor melhore a sua administração sobre a propriedade, racionalize mais a sua decisão do que plantar, quanto, onde, que tecnologia usar, quanto de cada insumo utilizar e quando vender a sua produção. A decisão mais racional deve basear-se, principalmente, na análise dos relatórios. Também a experiência vale aqui. O agente desta ação é o agricultor, auxiliado pelo extensionista e pelo pesquisador. Após a análise e a decisão do agricultor, se alguns fatores mudarem, como por exemplo os preços dos produtos, taxas de juros, introdução de novas tecnologias etc. é possível realizar revisões e obter rapidamente novas soluções ótimas, observar o impacto destas alterações e passar à tomada de novas decisões.

Revisões

Quando a ação "Crítica dos Dados" elimina as informações do sistema por considerá-las inconsistentes, é necessário fazer revisões destas informações. Neste caso a ação "revisão" é obrigatória caso se queira dar prosseguimento à obtenção de informações por parte do sistema.

Quando há dúvidas ou mesmo quando o agricultor já tomou a decisão sobre a sua propriedade, ele pode querer testàr algumas hipóteses que considera plausíveis de ocorrer, ou verificar o impacto de uma decisão política, por exemplo, alteração na taxa de juros do crédito agrícola sobre a produção e a renda da propriedade. Isto tudo é possível de ser feito e com grande rapidez. Das revisões devem participar o agricultor, o extensionista e o pesquisador. Assim fecha-se o círculo e o sistema volta a operar a partir da ação 1.

UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO SISTEMA

Através de um exemplo prático é mais fácil entender como funciona o sistema PROFAZENDA. Como exemplificação, escolheu-se uma das propriedades em que o sistema foi aplicado, localizada na região de Cerrados, próxima à Brasília. Após uma breve caracterização da fazenda serão apresentados os principais resultados do sistema.

Caracterização da propriedade

A propriedade é formada por um total de 370 ha, sendo 345 ha caracterizados como terra do tipo I e 25 ha de terra do tipo II. No ano agrícola de 1981, o agricultor cultivara 30 ha com arroz, 20 ha com milho, 40 ha com trigo, 110 ha com gado de corte, 208 ha com soja I (fertilizantes da fórmula 0-30-15) e 2 ha de soja II (fertilizantes da fórmula 4-30-16). Toda a área da propriedade era cultivada e não eram arrendadas terras de terceiros. As culturas de soja I e trigo eram em sucessão. O tipo de terra II era utilizado somente para o gado de corte. As culturas foram plantadas somente em terras do tipo I.

Para os cálculos de otimização das atividades na propriedade foram estabelecidos como limites superiores 345 ha para todas as culturas e 370 ha para o gado de corte. Não foi considerada a possibilidade de arrendar mais terra, devido à falta de disponibilidade na região. Como limite inferior de área a ser ocupada com culturas considerou-se 30 ha para a soja I, Ø ha para a soja II, 5 ha para o arroz, 20 ha para o milho, 30 ha para o trigo e 25 ha para o gado de corte, conforme estabelecido pelo proprietário.

Quanto à mão-de-obra fixa, consideram-se 4 homens durante o ano inteiro, com disponibilidade de 10 horas de trabalho por pessoa. Considerou-se também a possibilidade de contratação de 2 a 5 trabalhadores temporários, com a jornada de 8 horas por dia/pessoa, durante a primeira quinzena de novembro à primeira quinzena de maio. O proprietário estabeleceu que a eficiência da mão-de-obra contratada é de 60% em relação à mão-de-obra permanente. Para as atividades de produção, a fazenda possui 3 tratores e 1 colhedeira. Também dispõe de um galpão para armazenamento. Outras informações detalhadas estão contidas no formulário específico de entrada de dados que alimentaram o presente sistema.

Análise dos resultados do modelo

O relatório de otimização do sistema PROFAZENDA fornece os principais resultados para os itens: sumário das áreas colhidas e do retorno líquido para a administração, preços-sombra dos recursos limitantes, comparação de lucros e perdas, cronograma das atividades na propriedade, uso dos recursos disponíveis como a mão-de-obra, tratores, animais, colhedeira e utilização da terra. Todas estas variáveis são impressas por períodos tanto para o chamado plano presente de exploração, bem como para o plano ótimo identificado pelo sistema. A seguir serão analisados alguns dos resultados mais significativos.

Sumário dos resultados

No sumário impresso pelo sistema são apresentadas as áreas colhidas por cultura e pecuária, e o retorno líquido para a administração antes da incidência do Imposto de Renda sobre a produção, tanto para o plano presente de exploração como para o otimizado. (Tabela 2).

TABELA 2. Sumário dos resultados de otimização da propriedade agrícola.

Itens	Unidade	Plano presente	Plano ótimo
Retorno liq. p/administração	Cr$	5.986.733	7.378.139
Área soja I (0-30-15)	Ha	208	261
Área soja II (4-30-16)	Ha	2	0
Área arroz	Ha	30	5
Área milho	Ha	20	79
Área trigo	Ha	40	48
Área gado de corte	Ha	110	25
Área não usada	Ha	0	0
Área arrendada	Ha	0	0

Fonte: resultados do PROFAZENDA.

A propriedade faz uso de toda a área disponível no plano presente bem como no ótimo. Portanto, a área não utilizada é ∅ (zero). Como o modelo não permite que o proprietário arrendasse terra, devido a dificuldades de consegui-las na região, estas também são iguais a ∅ (zero). Há mudanças mais ou menos significativas entre o que o agricultor cultiva hoje e o considerado ótimo pelo modelo. A área com soja I (fertilizantes da fórmula 0-30-15) aumentou de 208 para 261 ha; com soja II (fertilizantes da fórmula 4-30-16) foi eliminada. O arroz teve sua área reduzida de 30 ha para 5 ha, isto é, para o limite inferior estabelecido pelo proprietário. Outra mudança significativa na exploração da propriedade é o aumento da área do milho de 20 ha para 79 ha; a cultura do trigo aumentou de 40 ha para 80 ha e a área para gado de corte reduziu-se significativamente de 110 ha para 25 ha, correspondendo ao limite inferior estabelecido no modelo e à disponibilidade de terra do tipo II (imprópria à produção de culturas).

Estas alterações na propriedade aumentam o retorno líquido para a administração de uma maneira significativa: enquanto que no plano presente o lucro era de Cr$ 5.896.733,00, no plano ótimo este valor se eleva para Cr$ 7.378.130,00. Se o agricultor realizar as mudanças de exploração sugeridas pelo sistema, ele terá um acréscimo em seu retorno líquido da ordem de Cr$ 1.300.000,00, ou seja, 21,7% a mais do que o plano presente. Isto com os recursos produtivos de que dispõe atualmente, sem a necessidade de investimento de qualquer natureza.

Preços-sombra dos recursos

Os preços-sombra são também denominados na literatura de custos de oportunidade ou custos sociais ou valor imputado. São valores que indicam o quanto um determinado recurso produtivo é limitante a um aumento ou diminuição da função-objetivo. Recursos não limitantes, não utilizados em sua totalidade em relação à disponibilidade, não têm preços-sombra. É o caso do plano presente de exploração. Nenhum recurso foi restritivo para o nível de produção atual da propriedade.

No plano ótimo, como há possibilidade de expandir a produção, alterar o sistema e realocar os recursos entre diferentes alternativas, alguns recursos foram limitantes a um aumento de produção e da renda líquida. No exemplo escolhido, o principal fator limitante, o que teve mais elevado preço-sombra foi o recurso terra, tanto do tipo I, como o tipo de terra II. A disponibilidade de 1 ha a mais elevaria em Cr$ 15.193,00 o retorno líquido para a administração (função-objetivo). Este valor foi elevado. Se o agricultor tivesse oportunidade de arrendar terras a um preço inferior do que aquele valor, seria recomendável fazê-lo. O aumento em sua renda líquida seria a diferença entre os Cr$ 15.193,00 (preço-sombra) e o valor a ser pago pelo arrendamento na região.

Outro recurso limitante ao aumento da produção e da renda foi a mão-de-obra durante a segunda quinzena de junho. A disponibilidade de uma hora a mais de mão-de-obra, neste período, aumentaria a renda líquida do proprietário em Cr$ 7.626,30. Este valor também é bastante alto em comparação com o salário de mercado na região de Cr$ 62,00/hora. O tempo de colheita para o período da segunda quinzena de abril e para o mês de maio também é um recurso escasso e apresenta, na solução ótima, um preço-sombra de Cr$ 2.756,47 por hora. Os outros recursos produtivos disponíveis na propriedade não são, na solução ótima, limitantes à expansão da produção e ao aumento da renda. Seu custo de oportunidade é igual a zero.

Deve-se recordar aqui de que os valores dos preços-sombra acima são válidos para quantidades pequenas. Para quantidades grandes de recursos devem-se testar as hipóteses através de novas rodadas do modelo uma vez que, nestes casos, outros recursos podem se tornar limitantes, reduzindo ou eliminando, conseqüentemente o preço-sombra da terra, da mão-de-obra e do tempo de colheita.

Finalmente, é importante ressaltar a função dos preços-sombra. Estes valores indicam ao agricultor quais as providências que deveria tomar para aumentar ainda mais sua renda líquida, quais os recursos que deve racionalizar. Por exemplo, poderia comprar mais terra ou tornar seus cultivos mais intensivos, usar mais os outros fatores de produção de que dispõe. A existência de custos de oportunidade elevados para determinados fatores de produção, na propriedade agrícola, indicam também ao Governo, especificamente, à pesquisa agropecuária algumas linhas de ação no sentido de aumentar a eficiência e a racionalização dos recursos mais limitantes ao aumento do retorno líquido para o agricultor. Por exemplo, nos períodos da segunda quinzena de abril e de junho, a mão-de-obra é escassa. A pesquisa deveria desenvolver variedades precoces ou tardias para permitir o plantio para antes ou depois do utilizado no presente.

Comparação entre receitas e despesas

As receitas totais e por cultura tanto para o plano presente como para o ótimo são apresentadas na Tabela 3. Na mesma são discriminados os custos variáveis por itens de despesas e os custos fixos de máquinas, da terra e da mão-de-obra. Da receita total subtraem-se os custos totais e tem-se o retorno líquido para a administração antes do Imposto de Renda. Este último valor é o mesmo do quadro sumário já apresentado e comentado anteriormente. Todos os valores acima aludidos são apresentados para os planos presente e ótimo para possibilitar comparações entre eles.

Na Tabela 4 estão resumidos[3] os valores de receitas provenientes da venda dos produtos de soja I, arroz, milho, trigo, gado de corte e os custos variáveis discriminados por itens e por culturas para o plano ótimo. Assim, é possível saber o quanto por cultura será gasto em sementes, adubos, defensivos, combustíveis, juros, reparos de máquinas e outros. Como foi definido anteriormente, a receita total menos os custos variáveis totais é igual à margem bruta. Na mesma Tabela são fornecidas informações adicionais sobre a receita média, o custo variável médio e a margem bruta média por hectare e por cultura. Estas informações são muito importantes para uma análise de decisão na propriedade agrícola. Observa-se, por exemplo, que a cultura de arroz tem uma margem bruta média de - 3.194,00 cruzeiros/ha, isto é, cultivar arroz traz prejuízos. Esta cultura entrou na solução ótima porque lhe foi definida uma área mínima de 5 ha pelo proprietário. De posse destas informações seria importante questionar o agricultor sobre a conveniência de deixar de plantar arroz, que lhe traz um prejuízo de ordem de Cr$ 16.000,00 para cultivar, em seu lugar, soja ou milho que lhe fornecem uma margem bruta média de Cr$ 18.514,00 e Cr$ 15.193,00 por hectare, respectivamente.

---

[3] O sistema PROFAZENDA imprime tabelas detalhadas de orçamento por cultura, para os planos presente e ótimo.

Uma pergunta importante seria por que não ampliar a cultura de trigo já que sua margem bruta/ha é de Cr$ 78.263,00, muito acima de qualquer outra cultura, sendo inclusive em sucessão com a soja? Outra observação refere-se ao diferencial entre a margem bruta média por hectare entre a soja e o milho. A margem bruta daquela cultura é superior em Cr$ 3.321,00 à desta; um pouco acima de 20%. Alterações nos preços a favor do milho ou reduções nos custos de produção pode-

TABELA 3. Discriminação das receitas e das despesas totais da propriedade para o plano presente e para o plano ótimo.

Itens	Plano presente	Plano ótimo
Renda		
Soja I (0-30-15)	12.579.840	15.812.748
Soja II (4-30-16)	99.360	0
Arroz	932.400	155.400
Milho	1.079.999	4.241.473
Trigo	5.059.996	6.071.996
Gado de corte	1.626.240	369.600
Renda total da cultura	21.377.824	26.651.184
Menos parc. de proprietário	0	0
Menos parc. de colhedeiro	0	0
Renda de venda de mão-de-obra	0	0
Soma receita total	21.377.824	26.651.184
Custos variáveis alocados		
Sementes	1.385.997	1.694.397
Adubo (4-30-16)	1.126.399	1.630.804
Adubo (0-30-15)	2.645.999	3.294.320
Defensivos	1.284.997	1.643.425
Combustíveis-OL	1.115.999	1.461.959
Juros	3.064.797	3.834.337
Reparos	162.000	212.220
Outros	505.200	844.670
Insumos bovinos	0	0
Manutenção-bovinos	0	0
Secagem na propriedade	0	0
Secagem fora da propriedade	0	0
Maq. não-colhedeira	1.249.598	1.744.785
Maq. colhedeira	200.100	262.131
Total de custos variav. alocados	12.741.091	16.623.045
Menos parc. de proprietário	0	0

TABELA 3. Continuação.

Itens	Plano presente	Plano ótimo
Soma custo total	12.741.091	16.623.045
Custos variáveis não-alocados		
Aluguel adicional de terra	0	0
Mão-de-obra temp. contratada	0	0
Total custos variáveis não-alocados	0	0
Retorno para adm. e custo fixo	8.636.733	10.028.139
Custo fixo		
Custos fixos de máquina	2.000.000	2.000.000
Custos fixos de terra	110.000	110.000
Custos fixos de mão-de-obra	540.000	540.000
Total custos fixos	2.650.000	2.650.000
Retorno p/adm. antes imposto	5.986.733	7.378.139

Fonte: resultados do PROFAZENDA.

riam levar a alterações significativas no plano ótimo de alocação das áreas para culturas. Neste caso, são necessárias revisões constantes através de rodadas sucessivas do modelo, o que é possível com muita rapidez e eficiência.

Cronograma de atividades na propriedade

Embora o sistema PROFAZENDA imprima tabelas detalhadas também para o plano presente de exploração com o objetivo de identificar rapidamente o sistema de produção atualmente em uso na propriedade, serão apresentadas, a seguir, a título de exemplificação e para simplificar os trabalhos, somente as referentes ao plano ótimo.

A Tabela 5 apresenta, por período considerado, as atividades e a área a ser trabalhada por cultura. Na primeira quinzena de junho, por exemplo, a cultura do trigo terá a atividade de pós-plantio 1 em uma área de 96 hectares. Na primeira quinzena de agosto o gado de corte terá a atividade de "manutenção" em uma área de 25 ha.

Deve-se observar que a operação "pós-plantio" tem a possibilidade de ter sua

TABELA 4. Discriminação das receitas e despesas por culturas — plano ótimo.

Culturas / Discriminação	Soja I (Cr$)	Arroz (Cr$)	Milho (Cr$)	Trigo (Cr$)	G. corte (Cr$)
Venda direta	15.812.748	155.400	0	6.071.996	369.600
Venda após beneficiamento	0	0	0	0	0
Venda após armazenamento	0	0	4.241.473	0	0
Receita total	15.812.748	155.400	4.241.473	6.071.996	369.600
Menos custos variáveis					
Sementes	1.411.852	12.000	78.546	192.000	0
Adubo (4-30-16)	0	66.000	1.036.805	528.000	0
Adubo (0-15-30)	3.294.320	0	0	0	0
Defensivos	1.307.270	11.500	180.655	144.000	0
Combustíveis-OL	972.609	18.600	292.190	178.560	0
Juros	2.823.703	44.000	471.275	495.360	0
Reparos	141.185	2.700	42.415	25.920	0
Outros	376.494	7.200	388.016	72.960	0
Insumos bovinos	0	0	0	0	0
Manutenção bovinos	0	0	0	0	0
Custo máquina não-colhedeira	470.356	6.035	505.835	742.560	20.000
Custo máquina colhedeira	174.390	3.335	52.390	32.016	0
Custo secagem na propriedade	0	0	0	0	0
Custo secagem fora da propriedade	0	0	0	0	0
Custo total variável	10.972.176	171.370	3.048.123	2.411.376	20.000
Margem bruta	4.840.572	15.970	1.193.350	3.660.620	349.600
Receita média por ha	60.480	31.080	54.000	126.500	14.784
Custo variável médio por ha	41.966	34.274	38.807	50.237	800
Margem bruta média por ha	18.514	- 3.194	15.193	76.263	13.984

Fonte: resultados do PROFAZENDA.

TABELA 5. Cronograma de atividades da propriedade — plano ótimo.

Período	Cultura	Atividade	Área (ha)
Primeira quinzena de junho	Trigo	Pós-plantio 1	96
Primeira quinzena de junho	Trigo	Pós-plantio 2	48
Segunda quinzena de junho	Trigo	Pós-plantio 1	96
Primeira quinzena de julho	Trigo	Pós-plantio 1	48
Segunda quinzena de julho	Soja I (0-30-15)	Prep. 1	86
Primeira quinzena de agosto	Soja I (0-30-15)	Prep. 1	86
Primeira quinzena de agosto	Gado de corte	Manutenção	25
Primeira quinzena de setembro	Milho	Prep. 1	35
Segunda quinzena de setembro	Soja I (0-30-15)	Prep. 1	42
Segunda quinzena de setembro	Milho	Prep. 1	44
Segunda quinzena de setembro	Trigo	Colheita 1	48
Primeira quinzena de outubro	Soja I (0-30-15)	Prep. 1	48
Primeira quinzena de outubro	Arroz	Prep. 1	5
Segunda quinzena de outubro	Milho	Plantio	69
Primeira quinzena de novembro	Soja I (0-30-15)	Plantio	70
Primeira quinzena de novembro	Milho	Plantio	10
Segunda quinzena de novembro	Soja I (0-30-15)	Plantio	100
Primeira quinzena de dezembro	Soja I (0-30-15)	Plantio	91
Primeira quinzena de dezembro	Milho	Pós-plantio 1	69
Segunda quinzena de dezembro	Arroz	Plantio	5
Segunda quinzena de dezembro	Milho	Pós-plantio 1	10
Segunda quinzena de dezembro	Soja I (0-30-15)	Pós-plantio 2	70
Janeiro-fevereiro	Soja I (0-30-15)	Pós-plantio 1	431
Janeiro-fevereiro	Arroz	Pós-plantio 1	5
Janeiro-fevereiro	Soja I (0-30-15)	Pós-plantio 2	191
Primeira quinzena de março	Soja I (0-30-15)	Pós-plantio 1	91
Primeira quinzena de março	Arroz	Colheita 1	5
Primeira quinzena de abril	Milho	Colheita 1	79
Segunda quinzena de abril	Soja I (0-30-15)	Colheita 1	82
Primeira quinzena de maio	Trigo	Prep. 1	48
Primeira quinzena de maio	Soja I (0-30-15)	Colheita 1	90
Segunda quinzena de maio	Trigo	Plantio	48
Segunda quinzena de maio	Trigo	Pós-plantio 1	48
Segunda quinzena de maio	Soja I (0-30-15)	Colheita 1	90

Fonte: resultados do PROFAZENDA.

área duplicada devido a repetições das operações. Por exemplo, a atividade de "pós--plantio" da cultura de soja I é de 91 ha na primeira quinzena de março e nos meses de janeiro e fevereiro de 431 ha. Uma vez que a soja foi plantada em uma área de 261 ha, é fácil compreender que estas operações foram repetidas.

Utilização da mão-de-obra

A mão-de-obra disponível e sua utilização para o plano ótimo é apresentada na Tabela 6. Divide-se em permanente e temporária e é computada em número de horas por período de trabalho considerado na propriedade. A mão-de-obra permanente somente foi utilizada em sua plena capacidade na segunda quinzena de junho e novembro e na primeira quinzena de dezembro. Embora houvesse mão-de-obra temporária disponível para o período de novembro a fevereiro e de abril à primeira quinzena de maio, esta não foi utilizada visto que a permanente atende perfeitamente às necessidades da propriedade. Na segunda quinzena de junho, quando a mão-de-obra permanente é escassa e tem um custo de oportunidade elevado, não existe mão-de-obra temporária disponível para contratação.

Outros resultados do sistema

O sistema PROFAZENDA fornece muitas outras informações úteis ao planejamento e à análise da propriedade agrícola, tanto para a exploração atualmente em uso, bem como para o plano ótimo. Destacam-se informações da utilização da terra para as diferentes culturas, plano de utilização de mão-de-obra, animais e máquinas para as diferentes culturas, uso de horas no campo para as diferentes atividades por período, projeção do uso de horas de armazenamento, disponibilidade e utilização de horas de trator por período, cronograma de operação de máquinas para as diferentes culturas, atividade de preparo da terra, plantio, pós-plantio e colheita por período, período de plantio e data de colheita para as culturas consideradas, orçamento parcial por cultura e outras informações. Para o plano de exploração ótimo, as tabelas acima relacionadas estão nos anexos deste trabalho em forma resumida (Anexos A, B, C e D).

CONCLUSÕES

1. Uma agricultura eficiente, integrada perfeitamente no mercado e de transformações rápidas como a brasileira, exige que informações e subsídios para a tomada de decisão estejam disponíveis em curto espaço de tempo. Dever-se-á considerar

TABELA 6. Mão-de-obra disponível e sua utilização — plano ótimo.

Períodos	Mão-de-obra permanente			Mão-de-obra temporária		Uso Real	Custo Oportunidade
	Disponível	Usada	Rest.	Disponível	Usada		
Primeira quinzena de junho	520	504	16	0	0	504	0
Segunda quinzena de junho	480	480	0	0	0	480	7.626
Primeira quinzena de julho	520	240	280	0	0	240	0
Segunda quinzena de julho	520	273	247	0	0	273	0
Primeira quinzena de agosto	520	273	247	0	0	273	0
Segunda quinzena de agosto	520	0	520	0	0	0	0
Primeira quinzena de setembro	480	111	369	0	0	111	0
Segunda quinzena de setembro	520	297	223	0	0	297	0
Primeira quinzena de outubro	320	168	152	0	0	168	0
Segunda quinzena de outubro	320	137	183	0	0	137	0
Primeira quinzena de novembro	320	300	20	128	0	300	0
Segunda quinzena de novembro	400	400	0	160	0	400	0
Primeira quinzena de dezembro	400	400	0	160	0	400	0
Segunda quinzena de dezembro	400	50	350	160	0	50	0
Janeiro-fevereiro	1.400	1.260	140	1.400	0	1.260	0
Primeira quinzena de março	320	249	71	0	0	249	0
Segunda quinzena de março	280	0	280	0	0	0	0
Primeira quinzena de abril	400	79	321	160	0	79	0
Segunda quinzena de abril	440	99	341	176	0	99	0
Primeira quinzena de maio	480	188	292	192	0	188	0
Segunda quinzena de maio	480	465	15	0	0	465	0

Fonte: Resultados do PROFAZENDA.

simultaneamente a complexa realidade do mercado de produtos e insumos e os recursos produtivos na propriedade como um todo. O sistema PROFAZENDA fornece rapidamente estes subsídios e, também, considera a complexidade do mercado e da propriedade ao mesmo tempo.

2. O sistema PROFAZENDA é extremamente dinâmico e constituído de ações interdependentes. Uma vez obtidas as informações através de um formulário, estas são organizadas através de um gerador de matriz e submetidas à crítica. Caso haja inconsistências, volta-se ao início do processo com a obtenção de novos dados. As correções necessárias são remetidas a revisões. Os dados consistentes passam para a fase de otimização, executada através da programação linear. Com base nestas soluções são elaborados relatórios facilmente compreensíveis que servem como subsídios valiosos para aumentar a racionalidade na decisão do agricultor. O sistema é flexível, permitindo a todo instante testar novas hipóteses ou novas informações e obter novas soluções. Assim, o produtor pode plantar no computador antes realmente de plantar no campo.

3. O exemplo dado de uma propriedade do Cerrado ilustra a contribuição do sistema PROFAZENDA. Em primeiro lugar, este sistema se constituiu em um valioso conjunto de informações sobre as características da propriedade, situação de mercado de produtos e insumos, de tecnologias disponíveis. Em segundo lugar, e mais importante, demonstra ao agricultor, através de comparações entre o plano presente de exploração e o plano ótimo, onde estão as maiores irracionalidades na atividade. Os custos de oportunidade, por exemplo, lhe indicam quais os recursos mais limitantes para um aumento do nível de sua renda. Na propriedade analisada foi a terra e a mão-de-obra. O sistema fornece também resultados detalhados sobre as receitas e as despesas das culturas potenciais da fazenda e um cronograma de execução de atividades, bem como outras informações úteis.

4. Sem dúvida, o maior beneficiário do PROFAZENDA é o agricultor. O pesquisador agrícola e o extensionista podem também colher subsídios valiosos para a sua atividade. Após soluções sucessivas do modelo com as informações de determinada propriedade, o pesquisador poderá detectar as limitações tecnológicas que as afetam. A existência de custos de oportunidade elevados indica onde se deve investir em pesquisa para diminuir a quantidade usada do recurso mais escasso, ou substituí-lo. No exemplo dado, tecnologias que aumentam a produtividade da terra, poupadoras deste recurso, têm alta prioridade; em seguida vem mão-de-obra para um determinado período do ano. De posse dos resultados do modelo, o extensionista poderá orientar melhor o agricultor a realizar mudanças para aumentar a eficiência da propriedade, corrigindo progressivamente as diferenças entre o plano de exploração ótimo e o sistema atual. Os formuladores de políticas agrícolas também

poderão detectar os pontos de estrangulamento para um aumento da produção de determinado produto de uma região. Também, pode-se testar a viabilidade das políticas agrícolas, como crédito, preços mínimos, seguros etc. a nível da propriedade, através deste sistema – O PROFAZENDA.

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Elísio Contini, Ph.D. da EMBRAPA-DEP pela revisão e reformulação do manuscrito original, e ao Dr. Antonio Jorge de Oliveira, Ph.D da EMBRAPA-DEP pelas sugestões recebidas.

REFERÊNCIAS

BOWLEN, B. & HEADY, E.O. **Optimum combinations of competitive crops at particular locations.** Ames, Iowa, Iowa State College, Dept. of Economics and Sociology, 1975. (Bulletin, 426).

DIAS FILHO, C.B. **Dietas e suplementação alimentar de custo mínimo para a Zona da Mata, MG**; uma aplicação de programação linear. Viçosa, UFV, 1979.

DILLON, J.L. & HEADY, E.O. **Theoris of choice in relation to farmer decisions.** Ames, Iowa, Iowa State College — Department of Economics and Sociology, 1960. (Research Bulletin, 485).

GIUSTI, W.M. & SUGAI, Y. **Resultados de uma aplicação prática na administração rural.** Brasília, EMBRAPA-DEP, 1983.

HEADY, E.O. & GILSON, J.C. **Optimum combinations of livestock enterprise and management practices on farms including supplementary dairy and poultry enterprises.** Ames, Iowa State College — Dept. Econom. and Sociology, 1956. (Research Bulletin, 437).

HEADY, E.O. & GIBBONS, J.R. **Specialization and pork production methods in relation to over-all farm resource use and integration.** Ames, Iowa, Iowa State College, Dept. of Economics and Sociology, 1961. (Bulletin, 496).

HEADY, E.O. & LOFTSGORD, L.D. **Farm planning for maximum profits on the cresco-clyde soils in Northeast Iowa, and comparison of farms and nonfarm incomes for beginning farmers.** Ames, Iowa, Iowa State College — Dept. of Econ. and Sociology, 1957. (Research Bulletin, 450).

HEADY, E.O. & MACKIE, A.B. **Plans for beginning farmers in Sothwest Iowa with comparison of farm and nonfarm income opportunities.** Ames, Iowa, Iowa State College, Dept. of Economics and Sociology, 1958. (Bulletin, 456).

MCCARL, B. & FALCK, J. **Documentation model B-9.** West Lafayette, Indiana, Purdue University, Department of Agricultural Economics, 1975. (Station Bulletin, 98).

MCCARL, B. & NATHALL, P. **Linear programming for repeated use in the analysis of agricultural systems.** West Lafayette, Indiana, Purdue University, 1979.

MACKIE, A.B. & HEADY, E.O. **Optimum farm plans for beginning tenant farmers on clarion — webster soils. (An application of linear programming).** Ames, Iowa, Iowa State College, Department of Economics and Sociology, 1957. (Bulletin, 449).

MAGALHÃES, C.A. de. **Análise econômica da pecuária leiteira em competição com outros empreendimentos agropecuários, através da programação linear, Zona da Mata, MG.** Viçosa, UFV, 1971.

NEVES, E.M. **Alocação de recursos e combinação de atividades pela programação linear em empresas leiteiras na região de Lins, São Paulo.** Viçosa, UFV, 1972.

OLIVEIRA, A.J. **Análise econômica da exploração e sua combinação com outras atividades, pela programação linear, Zona da Mata, MG.** Viçosa, UFV, 1972.

REIS, P. **Programação linear e planejamento da empresa agrícola.** Rio de Janeiro, Escola Bras. de Adm. Pública, 1978.

SONNTAG, B.H. Using computers in the farm business. **Can. Farm Econ.,** 7(3): 195, 1979.

SUGAI, Y. **Planejamento básico de uma empresa agropecuária pela programação linear.** Viçosa, MG, 1972.

SUGAI, Y. & TSURUTA, J.H. **PROFAZENDA, administração rural e computação eletrônica.** EMBRAPA-DEP, Brasília, 1983.

YUGIRO, H. & VERNON, W.R. **Agricultural development:** an international perspective. Baltimore, John Hopkins Press, 1971.

ANEXO A1. **Utilização da terra por hectares por cultura — plano ótimo.**

Terra / Cultura	Tipo I Prop.	Tipo I Parc.	Tipo II Prop.	Tipo II Parc.	Tipo III Prop.	Tipo III Parc.	Total Prop.	Total Parc.
Soja I (0-30-15)	261	0	0	0	0	0	261	0
Soja II (4-30-16)	0	0	0	0	0	0	0	0
Arroz	5	0	0	0	0	0	5	0
Milho	79	0	0	0	0	0	79	0
Trigo	48	0	0	0	0	0	48	0
Gado de corte	0	0	25	0	0	0	25	0
Utilização total de terra	345	0	25	0	0	0	370	0
Disponibilidade atual	345	0	25	0	0	0	370	0
Novo aluguel de terra	0	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: resultados do PROFAZENDA.

ANEXO A2. **Disponibilidade e utilização de horas de trator — plano ótimo.**

Períodos	Disponível	Usado	Restante	Custo de oportunidade
Primeira quinzena de junho	390	264	126	0
Segunda quinzena de junho	360	240	120	0
Primeira quinzena de julho	390	120	270	0
Segunda quinzena de julho	390	273	117	0
Primeira quinzena de agosto	390	294	117	0
Segunda quinzena de agosto	390	0	390	0
Primeira quinzena de setembro	360	111	249	0
Segunda quinzena de setembro	390	273	117	0
Primeira quinzena de outubro	240	168	72	0
Segunda quinzena de outubro	240	69	171	0
Primeira quinzena de novembro	240	150	90	0
Segunda quinzena de novembro	300	200	100	0
Primeira quinzena de dezembro	300	217	83	0
Segunda quinzena de dezembro	300	45	255	0
Janeiro-fevereiro	1.050	96	954	0
Primeira quinzena de março	240	0	240	0
Segunda quinzena de março	210	0	210	0
Primeira quinzena de abril	300	0	300	0
Segunda quinzena de abril	330	0	330	0
Primeira quinzena de maio	360	80	280	0
Segunda quinzena de maio	360	168	171	0

Fonte: resultados do PROFAZENDA.

ANEXO A3. **Uso de horas de colheita — plano ótimo.**

Colhedeira	Disponível	Usada	Restante	Custo de oportunidade
SLC				
Primeira quinzena de setembro	108	0	108	0
Segunda quinzena de setembro	117	24	93	0
Primeira quinzena de março	72	5	67	0
Segunda quinzena de março	63	0	63	0
Primeira quinzena de abril	90	79	11	0
Segunda quinzena de abril	99	99	0	2.756,47
Primeira quinzena de maio	108	108	0	2.756,47
Segunda quinzena de maio	108	108	0	2.756,47

Fonte: *resultados do* PROFAZENDA.

ANEXO A4. **Projeção do uso de horas de armazenamento — plano ótimo.**

Armazenamento	Disponível	Usada	Restante	Custo de oportunidade
Galpão	280.000	235,637	44.363	0

Fonte: *resultados do* PROFAZENDA.

ANEXO A5. **Uso de horas no campo — plano ótimo.**

Atividade	Disponível	Usada	Restante	Custo de oportunidade
Preparação				
Primeira quinzena de junho	130	0	130	0
Segunda quinzena de junho	120	0	120	0
Primeira quinzena de julho	130	0	130	0
Segunda quinzena de julho	130	130	0	0
Primeira quinzena de agosto	130	130	0	0
Segunda quinzena de agosto	130	0	130	0
Primeira quinzena de setembro	120	53	67	0
Segunda quinzena de setembro	130	130	0	0
Primeira quinzena de outubro	80	80	0	0
Segunda quinzena de março	70	0	70	0
Primeira quinzena de abril	100	0	100	0
Segunda quinzena de abril	110	0	110	0
Primeira quinzena de maio	120	48	72	0
Segunda quinzena de maio	120	0	120	0
Plantio				
Segunda quinzena de outubro	80	69	11	0
Primeira quinzena de novembro	80	80	0	0
Segunda quinzena de novembro	100	100	0	0
Primeira quinzena de dezembro	100	91	9	0
Segunda quinzena de dezembro	100	5	95	0
Segunda quinzena de março	70	0	70	0
Primeira quinzena de abril	100	0	100	0
Segunda quinzena de abril	110	0	110	0
Primeira quinzena de maio	120	0	120	0
Segunda quinzena de maio	120	48	51	0

Fonte: resultados do PROFAZENDA.

ANEXO B. Período de plantio, data de colheita e produção para culturas (kg/ha) — plano ótimo.

Cultura	Período de plantio	Prim. quinz. de março (área)	Prim. quinz. de maio (área)	Seg. quinz. de maio (área)	Seg. quinz. de setembro (ha)	Área plantada (ha)	Produção por área (média) (kg/ha)
Soja I	Primeira quinzena de novembro	0	0	70,00	0	70,00	2.160,00
	Segunda quinzena de novembro	0	0	100,00	0	100,00	2.160,00
	Primeira quinzena de dezembro	0	0	91,43	0	91,43	2.160,00
	Área total colhida	0	0	261,45	0	261,45	0
	Produção média por área	0	0	2.160,00	0	0	2.160,00
Arroz	Segunda quinzena de dezembro	5,00	0	0	0	5,00	900,00
	Área total colhida	5,00	0	0	0	5,00	0
	Produção média por área	900,00	0	0	0	0	900,00
Milho	Segunda quinzena de outubro	0	0	68,57	0	68,57	3.000,00
	Primeira quinzena de novembro	0	9,97	0	0	9,97	3.000,00
	Área total colhida	0	9,97	68,57	0	78,55	0
	Produção média por área (kg/ha)	0	3.000,00	3.000,00	0	0	3.000,00
Trigo	Segunda quinzena de maio	0	0	0	48,00	48,00	2.400,00
	Área total colhida	0	0	0	48,00	48,00	0
	Produção média por área (kg/ha)	0	0	0	2.400,00	0	2.400,00
Gado de corte	Área total colhida	0	0	25,00	0	25,00	154,00
	Produção média por área	0	0	6,00	0	0	154,00

Fonte: resultados do PROFAZENDA.

ANEXO C. Cronograma de operação de máquinas por culturas (ha) — plano ótimo.

Cultura	Período	Terra Prep. 1	Terra Prep. 2	Plantio	Pós-plantio				Col.
					1	2	3	4	1
Soja I	*Segunda quinzena de julho*	86	0	0	0	0	0	0	0
	Primeira quinzena de agosto	86	0	0	0	0	0	0	0
	Segunda quinzena de setembro	42	0	0	0	0	0	0	0
	Primeira quinzena de outubro	42	0	0	0	0	0	0	0
	Segunda quinzena de outubro	48	0	0	0	0	0	0	0
	Primeira quinzena de novembro	0	0	70	0	0	0	0	0
	Segunda quinzena de novembro	0	0	100	0	0	0	0	0
	Primeira quinzena de dezembro	0	0	91	0	0	0	0	0
	Segunda quinzena de dezembro	0	0	0	0	0	70	0	0
	Janeiro-fevereiro	0	0	0	431	191	0	0	0
	Primeira quinzena de março	0	0	0	91	0	0	0	0
	Segunda quinzena de abril	0	0	0	0	0	0	0	81
	Primeira quinzena de maio	0	0	0	0	0	0	0	90
	Segunda quinzena de maio	0	0	0	0	0	0	0	90
	Totais	261	0	261	523	261	0	0	261
Arroz	Primeira quinzena de outubro	5	0	0	0	0	0	0	0
	Segunda quinzena de dezembro	0	0	5	0	0	0	0	0
	Janeiro-fevereiro	0	0	0	5	0	0	0	0
	Primeira quinzena de março	0	0	0	0	0	0	0	5
	Totais	5	0	5	5	0	0	0	5

ANEXO C. Continuação.

Cultura	Período	Terra Prep. 1	Terra Prep. 2	Plantio	Pós-plantio				Col.
					1	2	3	4	1
Milho	Primeira quinzena de setembro	35	0	0	0	0	0	0	0
	Segunda quinzena de setembro	44	0	0	0	0	0	0	0
	Segunda quinzena de outubro	0	0	69	0	0	0	0	0
	Primeira quinzena de novembro	0	0	10	0	0	0	0	0
	Primeira quinzena de dezembro	0	0	0	69	0	0	0	0
	Segunda quinzena de dezembro	0	0	0	10	0	0	0	0
	Primeira quinzena de abril	0	0	0	0	0	0	0	79
	Totais	79	0	79	79	0	0	0	79
Trigo	Primeira quinzena junho	0	0	0	96	48	0	0	0
	Segunda quinzena de junho	0	0	0	96	0	0	0	0
	Primeira quinzena de julho	0	0	0	48	0	0	0	0
	Segunda quinzena de setembro	0	0	0	0	0	0	0	48
	Primeira quinzena de maio	48	0	0	0	0	0	0	0
	Segunda quinzena de maio	0	0	48	0	0	0	0	0
	Totais	48	0	48	288	48	0	0	48
Gado de corte	Primeira quinzena de agosto	25	0	0	0	0	0	0	0
	Totais	25	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: resultados do PROFAZENDA.

ANEXO D. Utilização de mão-de-obra, animais e máquinas (horas) por cultura – plano ótimo.

Cultura	Período	Mão-de-obra	Trator	Animais	Benefic.	Hrs. Maq./Colh.
Soja I	Segunda quinzena de julho	273	273	0	0	0
	Primeira quinzena de agosto	273	273	0	0	0
	Segunda quinzena de setembro	134	134	0	0	0
	Primeira quinzena de outubro	152	152	0	0	0
	Primeira quinzena de novembro	280	140	0	0	0
	Segunda quinzena de novembro	400	200	0	0	0
	Primeira quinzena de dezembro	366	183	0	0	0
	Segunda quinzena de dezembro	35	35	0	0	0
	Janeiro-fevereiro	1.246	96	0	0	0
	Primeira quinzena de março	244	0	0	0	0
	Segunda quinzena de abril	99	0	0	0	99
	Primeira quinzena de maio	108	0	0	0	108
	Segunda quinzena de maio	108	0	0	0	108
	Totais	3.718	1.486	0	0	315
Arroz	Primeira quinzena de outubro	16	16	0	0	0
	Segunda quinzena de dezembro	10	5	0	0	0
	Janeiro-fevereiro	13	0	0	0	0
	Primeira quinzena de março	5	0	0	0	5
	Totais	44	21	0	0	5
Milho	Primeira quinzena de setembro	111	111	0	0	0
	Segunda quinzena de setembro	139	139	0	0	0
	Segunda quinzena de outubro	137	69	0	0	0
	Primeira quinzena de novembro	20	10	0	0	0
	Primeira quinzena de dezembro	34	34	0	0	0
	Segunda quinzena de dezembro	5	5	0	0	0
	Primeira quinzena de abril	79	0	0	0	79
	Totais	525	368	0	0	79
Trigo	Primeira quinzena de junho	504	264	0	0	0
	Segunda quinzena de junho	480	240	0	0	0
	Primeira quinzena de julho	240	120	0	0	0
	Segunda quinzena de setembro	24	0	0	0	24
	Primeira quinzena de maio	80	80	0	0	0
	Segunda quinzena de maio	336	168	0	0	0
	Totais	1.664	872	0	0	24
Gado de corte	Primeira quinzena de agosto	21	21	0	0	0
	Totais	21	21	0	0	0

Fonte: dados do PROFAZENDA.

UM MODELO MULTIPERIÓDICO DE INVESTIMENTO PARA O PLANEJAMENTO DA PROPRIEDADE AGRÍCOLA

ANTONIO JORGE DE OLIVEIRA[1]

INTRODUÇÃO

É geralmente conhecido que a aceleração do crescimento econômico ocorrerá somente através de investimentos substanciais no volume de capital produtivo. No passado, a atenção governamental no Brasil foi focalizada no crescimento do capital industrial. Todavia, como uma significante parte da renda nacional depende da agricultura, este setor deverá contribuir de maneira positiva no processo de desenvolvimento econômico do País.

Através do reconhecimento da importância do setor agrícola no processo de desenvolvimento brasileiro é que o Governo tem criado uma variedade de programas para acelerar o crescimento da agricultura. Dentre os quais, o Programa de Desenvolvimento dos Cerrados – POLOCENTRO, tem como objetivo principal racionalizar e organizar a ocupação da região dos cerrados, através de programas de pesquisa agrícola, assistência técnica, crédito rural, transporte, armazéns, eletrificação rural etc.

A região dos cerrados está localizada na parte Oeste-Central do Brasil e corresponde aproximadamente a 1,8 milhões de km^2, representando cerca de 22% da área total do País. Está concentrada principalmente em três estados: Goiás, Mato Grosso e Minas Gerais.

A região dos cerrados é primariamente uma área de produção pecuária – 62% de sua área agrícola é ocupada com pastagens e 42% do rebanho nacional está aí localizado. Após a produção pecuária, segue-se a produção de grãos: arroz, milho, soja e feijão.

---

[1] Eng.º-Agr.º, Ph.D., Departamento de Estudos e Pesquisas – EMBRAPA, Caixa Postal 11-1316, CEP 70333 – Brasília, DF.

O uso das terras consiste no desmatamento da vegetação natural, seguido pelo cultivo de arroz, milho e soja até que a produtividade decresça e então semeia-se pasto. Após cinco ou seis anos, quando a capacidade de suporte cai para 0,2 unidade/animal por hectare, reinicia-se o ciclo grãos-pasto, novamente.

Os solos dos cerrados são geralmente ácidos e com baixo teor de nutrientes do solo, principalmente fósforo. Então, calcário e fertilizantes fosfatados são fatores chaves para o desenvolvimento agrícola da região. Não podendo, contudo, desprezar a importância do fator água.

O regime de chuvas é bastante desuniforme, ocorrendo um período chuvoso com períodos secos não muito prolongados (veranicos) e um seco bastante prolongado, seis meses. Este problema, aliado à baixa retenção de água pelos solos, constitui sério entrave ao desenvolvimento da região.

A vegetação se constitui em característica peculiar dos cerrados. É composta de árvores tortas, baixas, com poucas folhas e de baixa densidade. Quando desmatado e plantado com culturas anuais, o cerrado pode produzir razoavelmente nos três primeiros anos.

Entretanto, as indústrias de fertilizantes e calcários, que estão sendo instaladas para o aproveitamento dos depósitos de calcário e fosfato natural existentes na região irão, certamente, contribuir para acelerar o desenvolvimento da região.

Objetivos

Desenvolver um modelo de investimento para uma propriedade típica da região dos cerrados, bem como analisar o efeito de políticas governamentais no planejamento da propriedade agrícola. Especificamente, pretende-se atingir os seguintes objetivos:

1. desenvolver um modelo de investimento para uma propriedade agrícola típica da região dos cerrados;

2. determinar a combinação ótima de recursos e produtos para uma propriedade agrícola dos cerrados, no período de doze anos;

3. analisar os efeitos de mudança na taxa de juros e na taxa de inflação no planejamento da propriedade agrícola.

Desenvolvimento teórico

É uma aplicação da técnica matemática de otimização através da programação linear. O modelo usado é da forma de programação linear multiperiódica, que é simplesmente uma extensão de programação linear ao longo do tempo.

O problema padrão de programação linear é maximizar a função-objetivo (linear), sujeito a uma série de restrições de recursos e que as atividades de produção sejam positivas. Algebricamente,

Maximizar

$$f = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots\ldots c_n x_n$$

Sujeito a

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots\ldots\ldots a_{1n} x_n \leqslant b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \ldots\ldots\ldots a_{2n} x_n \leqslant b_2$$

$$\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$$

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \ldots\ldots\ldots a_{mn} x_n \leqslant b_m \text{ e,}$$

$$x_1, x_2, \ldots x_n \geqslant 0, \quad (i = 1, 2, \ldots m; \; j = 1, 2, \ldots, n)$$

onde os a_{ij} representam a matriz de coeficientes insumo-produto, x_j o vetor de atividades, c_j o vetor de retornos ou custos associados com cada atividade, b_i é o vetor de recursos disponíveis e f é o valor a ser maximizado.

Usando a notação de somatório o problema se resume no seguinte:

Maximizar

$$f = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j < b_i \qquad (i = 1, 2, \ldots\ldots\ldots m)$$

$$e, x_j > 0 \qquad (j = 1, 2, \ldots\ldots\ldots n)$$

ou usando a notação de matriz,

Maximizar

$$f = C'X$$

sujeito a

$$AX < B$$
$$X > 0$$

A extensão da programação linear para a programação linear multiperiódica pode ser melhor entendida usando a notação de matriz e vetor. Se a matriz de coeficientes de insumo-produto da programação linear é dada por A, então a matriz multiperiódica pode ser representada como a matriz partida de A.

$$A = \left\{ \begin{array}{lll} A_{11} & & \\ A_{22} & A_{22} & \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ A_{m1} & \cdots\cdots & A_{mn} \end{array} \right\}$$

cada submatriz A_{11} . . . . . . A_{mn} é uma matriz de coeficientes insumo-produto produzido e consumido em cada período de tempo. Linhas e colunas de cada submatriz sobrepõe outras submatrizes. Sobrepondo linhas implica que algumas atividades produzidas durante um período de tempo podem também ser requeridas para a produção de outras atividades em períodos sucessivos de tempo. Por exemplo, a terra usada no período 1 para produzir arroz pode ser usada nos períodos seguintes para produzir milho. Sobrepondo colunas implica que retornos gerados no período 1 podem ser usados na produção de outros produtos em períodos sucessivos. Por exemplo, gado pode ser vendido em um período desocupando área para produzir milho no período seguinte.

O vetor B do modelo de programação linear multiperiódica é considerado como uma série de subvetores, cada qual associado à submatriz de A. O vetor B pode ser escrito da seguinte forma:

$$B = \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B_m \end{Bmatrix}$$

cada subvetor de B representa os recursos da firma que estão disponíveis em cada período de tempo, por exemplo, terra, mão-de-obra etc.

O vetor de custos e retornos C é uma série de subvetores exatamente comparáveis aos valores do vetor B. O vetor C para o modelo multiperiódico pode ser escrito como se segue:

$$C = [\, C_1, C_2 \, \ldots\ldots\ldots \, C_n \,]$$

onde cada subvetor $C_1 \ldots\ldots\ldots C_n$ é associado com cada período de tempo do modelo.

Então, o modelo de programação linear multiperiódica pode ser escrito da seguinte maneira:

Maximizar

$$f = [\, C_1, C_2, \ldots\ldots\ldots C_n \,] \quad [\, X_1, X_2, \ldots\ldots\ldots X_n \,]$$

sujeito a

$$\begin{bmatrix} A_{11} & & \\ A_{21} & A_{22} & \\ . & & \\ . & & \\ . & & \\ A_{m1} & \cdots\cdots & A_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ . \\ . \\ . \\ X_n \end{bmatrix} \leqslant \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ . \\ . \\ . \\ B_m \end{bmatrix} \quad e \quad \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ . \\ . \\ . \\ X_n \end{bmatrix} \geqslant 0$$

A matriz de coeficientes de insumo-produto é da forma de uma matriz triangular. Isto significa que a matriz A considera somente os elementos à esquerda da diagonal principal. Todos os elementos à direita da diagonal principal são zeros.

Uma representação diagramática da matriz do modelo de programação linear multiperiódica para quatro anos é dada pela Tabela 1.

O modelo multiperiódico pode ser considerado dinâmico internamente, mas do ponto de vista externo é estático. É dinâmico porque encerra uma série de posições ótimas de organização de recursos correspondentes a cada período (ano). Tempo é considerado no período de planejamento e recursos e produtos são transferidos de período a período. Externamente o modelo é estático porque os coeficientes e relações não mudam e não há forças externas afetando o modelo. Isto é, o modelo é um 12 - anos pedaço de tempo.

FORMULAÇÃO DO MODELO

Este capítulo será dividido em três seções. A primeira contém uma descrição de fonte de dados para o desenvolvimento do modelo. A segunda é dedicada à descrição da região. Finalmente, a terceira descreverá a formulação da matriz de programação linear.

TABELA 1. Matriz de programação linear multiperiódica.

(Continua)

Atividades / Restrições	Atividades de produção	Atividades de transferência de terra	Aquisição de insumos anuais	Aquisição de insumos duráveis	Atividades de crédito	Atividades de transferência de caixa	Atividades de transferência retorno líquido	Atividades de produção	Atividades de transferência de terra	Aquisição de insumos anuais	Aquisição de insumos duráveis	Atividades de crédito	Atividades de transferência de caixa	Atividades de transferência retorno líquido
Função-objetivo					Cj1		Cj1					Cj2		Cj2
Insumo anual	Aij1		Aij1											
Insumo durável	Aij1	Aij1		Aij1										
Capital líquido	Aij1	Aij1	Aij1	Aij1	Aij1	Aij1								
Crédito					Aij1									
Patrimônio líquido				Aij1	Aij1	Aij1								
Caixa	Aij1				Aij1	Aij1								
Retorno líquido	Aij1	Aij1	Aij1	Aij1			Aij1							
Insumo anual	Aij2							Aij2		Aij2				
Insumo durável	Aij2	Aij2		Aij2				Aij2	Aij2		Aij2			
Capital líquido	Aij2							Aij2	Aij2	Aij2	Aij2	Aij2	Aij2	
Crédito					Aij2							Aij2		
Patrimônio líquido				Aij2	Aij2	Aij2					Aij2	Aij2	Aij2	
Caixa	Aij2					Aij2		Aij2				Aij2	Aij2	
Retorno líquido	Aij2							Aij2	Aij2	Aij2	Aij2			Aij2
Insumo anual	Aij3							Aij3						
Insumo durável	Aij3	Aij3		Aij3				Aij3	Aij3		Aij3			
Capital líquido	Aij3							Aij3						
Crédito					Aij3							Aij3		
Patrimônio líquido				Aij3	Aij3						Aij3	Aij3	Aij3	
Caixa	Aij3							Aij3					Aij3	
Retorno líquido	Aij3							Aij3						
Insumo anual								Aij4						
Insumo durável	Aij4	Aij4		Aij4				Aij4	Aij4		Aij4			
Capital líquido								Aij4						
Crédito					Aij4							Aij4		
Patrimônio líquido				Aij4	Aij4						Aij4	Aij4		
Caixa								Aij4						
Retorno líquido								Aij4						

Fonte dos dados

Duas fontes de dados são usadas. Primeiro, os coeficientes técnicos e a disponibilidade de recursos são calculados a partir de levantamento direto nas propriedades rurais, com mais de 400 ha de área. Segundo os preços pagos e recebidos pelos agricultores, taxas de juros, taxa de inflação etc. são obtidas de séries temporais publicadas por instituições oficiais.

Região de estudos

A região escolhida foi o Município de Quirinópolis, localizado na parte su-

TABELA 1. Continuação.

Atividades de produção	Atividades de transferência de terra	Aquisição de insumos anuais	Aquisição de insumos duráveis	Atividades de crédito	Atividades de transferência de caixa	Atividades de transferência retorno líquido	Atividades de produção	Atividades de transferência de terra	Aquisição de insumos anuais	Aquisição de insumos duráveis	Atividades de crédito	Atividades de transferência de caixa	Atividades de transferência retorno líquido	Valor das restrições
				Cj3		Cj3					Cj4		Cj4	
														≤ Bi1
														≤ Bi1
														≤ Bi1
														≤ Bi1
														≤ Bi1
														≤ Bi1
														≤ Bi1
														≤ Bi2
														≤ Bi2
														≤ Bi2
														≤ Bi2
														≤ Bi2
														≤ Bi2
														≤ Bi2
Aij3		Aij3												≤ Bi3
Aij3	Aij3		Aij3											≤ Bi3
Aij3	Aij3	Aij3	Aij3	Aij3	Aij3									≤ Bi3
				Aij3										≤ Bi3
			Aij3	Aij3	Aij3									≤ Bi3
Aij3				Aij3	Aij3									≤ Bi3
Aij3	Aij3	Aij3	Aij3			Aij3								≤ Bi3
Aij4							Aij4		Aij4					≤ Bi4
Aij4	Aij4		Aij4				Aij4	Aij4		Aij4				≤ Bi4
Aij4							Aij4	Aij4	Aij4	Aij4	Aij4	Aij4		≤ Bi4
				Aij4							Aij4			≤ Bi4
			Aij4	Aij4	Aij4					Aij4	Aij4	Aij4		≤ Bi4
Aij4					Aij4						Aij4	Aij4		≤ Bi4
Aij4							Aij4	Aij4	Aij4	Aij4			Aij4	≤ Bi4

deste do Estado de Goiás, com uma área de 4.518 m² e uma população de 37.928 habitantes, em 1970. O clima consiste de uma estação chuvosa (outubro-março) com temperatura média de 125°C e média de 228,6 mm de chuva, seguida por uma estação seca (abril-setembro) com temperatura média de 20°C e 25,4 mm de chuva.

A principal atividade da região é a pecuária de corte, ocupando mais de 50% da área agrícola. Em segundo plano aparecem as culturas anuais: arroz, milho, soja e feijão. É comum a prática de abrir os cerrados, plantar arroz nos primeiros anos ou arroz seguido de milho e soja, para depois semear pastagem.

De acordo com o levantamento realizado em 1971/72, mais de 60% do capital investido foi em gado de corte; 32% em benfeitorias e 7% em máquinas e equipamentos. Mais de 40% dos produtores usaram crédito das duas agências existentes na região: Banco do Brasil e Crédito Real. As taxas de juros foram as do programa POLOCENTRO. Para crédito de curto prazo (custeio), a taxa de juros foi de 12%. Para o crédito de médio prazo, ou seja, fertilização para correção do solo, a taxa de juros foi de 15%, dois anos de carência e três de pagamento. Para o crédito de longo prazo ou para investimento em desmatamento e conservação do solo, a taxa foi de 7% e para a aquisição de máquinas, equipamentos e benfeitorias foi de 15%. Para ambos os casos, seis anos de carência e seis de pagamentos.

Parceria é uma prática comum na região. A maior parte de mão-de-obra temporária é proveniente desta categoria. O proprietário fornece a terra arada e gradeada e a metade da semente, em troca da metade da produção obtida. Todavia, a maior parte da mão-de-obra usada na propriedade é mão-de-obra familiar (60%). À medida que o tamanho da propriedade aumenta, a participação da mão-de-obra familiar diminui, aumentando a participação da mão-de-obra permanente e temporária.

A amostra foi determinada com base somente no tamanho da fazenda. Primeiro, as fazendas foram estratificadas por tamanho, onde os limites foram determinados pelo processo de Dalerius e Hodges (Cochran 1965). Segundo, a distribuição da amostra entre estratos foi determinada pela processo de Neymam (Grijo 1971) (Tabela 2).

TABELA 2. Tamanho e distribuição de amostra, Quirinópolis, 1971/1972.

Extrato	Número de fazendas	Número de fazendas entrevistadas
5 - 25	362	9
25 - 70	459	8
70 - 130	352	19
130 - 400	446	30
400 - 1.500	231	51
Total	1.850	117

Entretanto, será apresentado somente o modelo e os resultados para o estrato de 400 a 1.500 ha, cuja média da amostra foi de 817 ha, dos quais, 90 ha são ocupados com culturas, 230 ha com pastagem natural, 310 ha com pastagem cultivada e 187 ha com cerrado.

A matriz de programação linear

Programação linear é uma técnica matemática para otimizar uma função linear com diversas variáveis, sujeita a uma série de restrições lineares. Então, o problema de programação linear tem três componentes: uma função-objetivo que é otimizada, atividades que representam meios alternativos de produção e restrições que limitam o número e a magnitude das atividades.

A matriz multiperiódica de programação linear contém 29 equações e 44 vetores para cada um dos doze períodos considerados, resultando numa matriz triangular com 349 linhas e 529 colunas.

Função-Objetivo

O objetivo da firma é o de maximizar o valor presente da renda líquida. Então, o objetivo do empresário é obter a maior renda líquida que pode ser usada para melhorar o padrão de vida de sua família e reinvestida na fazenda. Assume-se que os insumos são comprados no primeiro dia do ano e os produtos vendidos no último dia.

Os preços dos fatores e produtos do primeiro período de planejamento são corrigidos em cada subseqüente período pela inflação e preferência de tempo, isto é, são multiplicados por $(1 + s)^t \cdot (1 + r)^{-t}$ onde: s é a taxa anual de inflação e r a taxa de desconto (preferência de tempo). Então, a renda líquida anual pode ser calculada determinando os retornos anuais totais acima dos custos variáveis de produção e subtraindo deste total os custos de correção da terra, aquisição de insumos duráveis e juros anuais em capital emprestado. Assim, somando a renda anual líquida, o valor presente da renda líquida total é obtido para todo o período de planejamento (doze anos).

Restrições

As 29 restrições ou equações e seus valores iniciais incluídas no modelo estão listadas no Anexo A. Estas restrições são definidas, a seguir, de acordo com os grupos de equações a que elas pertencem.

Equações de terra

Estão divididas em cinco tipos de terra: terra para culturas, pastagem natural, pastagem cultivada, cerrados e terra melhorada para culturas.

Terra de culturas é cerrado que foi aberto e usado com culturas em anos anteriores. Pastagem natural é cerrado parcialmente limpo e usado como pastagem ou pastagem velha cultivada que foi revertida à pastagem natural.

Pastagem cultivada é cerrado aberto e cultivado com culturas e então transformado em pastagem ou diretamente cultivado com pastagem. Terra melhorada para cultura é qualquer uma dos tipos acima que foi melhorada com a adição de 1,5 t de calcário e 0,5 t de fosfato natural por hectare.

Equações de mão-de-obra

Estão divididas em quatro tipos de acordo com a época de uso: plantio, cultivo, colheita e abertura. Estas quatro restrições incluem somente a mão-de-obra permanente disponível na fazenda durante as quatro épocas. Mão-de-obra adicional pode ser contratada em qualquer dos quatro períodos, a preços da região.

Equações de tração animal

Estão divididas em dois períodos correspondentes à época de plantio e de cultivo.

Equações de horas máquinas (trator)

Estão divididas nos mesmos períodos das equações de mão-de-obra. Horas adicionais de máquinas podem ser obtidas através de atividades de aquisição de tratores ou de aluguel de horas/máquina na região.

Equações de capital

Três formas de capital estão consideradas no modelo – curto, médio e longo prazos.

Equações de caixa

Caixa inicial e caixa final estão consideradas no modelo. Caixa inicial é a soma de dinheiro no início do ano e caixa final é o dinheiro acumulado até o fim do ano que será transferido para o período seguinte após os pagamentos devidos naquele ano.

Equações de crédito

Estão divididas nas equações de débito do principal, débito de juros e capacidade de empréstimo. Esta última definida em 60% do valor líquido da propriedade ao final do período considerado.

Equações de patrimônio

Todas as atividades do modelo que influenciam o patrimônio líquido anual da firma tem coeficientes na equação do patrimônio líquido. Esta equação é somente para contabilizar o patrimônio líquido da propriedade e determinar a capacidade de empréstimo.

Equações de benfeitorias para animais

Inclui a disponibilidade de cercas, estábulos, currais etc., no início do período de planejamento. Adições são permitidas por atividades de compra de benfeitorias.

Equações de retorno líquido

É uma equação contábil que acumula os retornos líquidos da atividade de produção para serem transferidos para a função-objetivo em cada período.

Atividades

Para simplificar serão discutidas por grupos de atividades. Estão listadas individualmente no Anexo B, com seus respectivos coeficientes técnicos.

Atividades de produção

As atividades de produção, incluídas no modelo, foram limitadas àquelas existentes na fazenda: arroz, milho, soja e gado de corte. Organizadas em três tipos de rotação, mais comumente usadas na região; 1) três anos com arroz; 2) arroz no primeiro ano seguido de dois anos de milho; e 3) arroz no primeiro ano, soja no segundo e milho no terceiro. Estas atividades de produção foram organizadas em três níveis de tecnologia:

1. mão-de-obra intensiva;

2. mão-de-obra + maquinaria;

3. maquinaria intensiva + fertilizante;

4. maquinaria intensiva + fertilizante + correção do solo.

O primeiro nível de tecnologia considera o uso intensivo de mão-de-obra mais animal de tração, consistente com as práticas existentes na região. O segundo nível considera o uso de trator (40 hp) associado com arado e grade, também consistente com práticas da região. O terceiro nível acrescenta ao segundo o uso de fertilizantes. A adubação é feita no plantio utilizando-se as fórmulas 5-25-15 para arroz, 2-19-6 para a soja e 5-25-15 para o milho. O quarto nível é equivalente ao terceiro + correção do solo com 1,5 t de calcário, e 0,5 t de fosfato natural por hectare.

Dois sistemas de rotação de culturas são usados para o caso de correção do solo. No primeiro, após três anos de cultivo anual é semeado pasto junto com a última cultura do sistema de rotação. No segundo caso, repete-se o sistema de rotação de cultivo de três em três anos.

As atividades de gado de corte foram divididas em seis tipos:

1. cria;

2. recria;

3. engorda;

4. cria e recria;

5. recria e engorda; e

6. cria, recria e engorda.

Atividades de transferência de terra

O modelo incorpora a possibilidade de transferência de terra de um uso para outro. Por exemplo: terra de cerrados ou terra com pastagem natural podem ser transferidas para terra de culturas através da limpeza (abertura) dos cerrados ou pastagem. Esta limpeza pode ser feita de dois modos:

1. usando machados e foices; e

2. tratores (D - 4).

Após a limpeza, a terra pode ser usada por culturas (sem correção do solo) ou melhorada (correção do solo) para ser usada com culturas.

Atividades de aquisição de insumos

Estas atividades permitem a aquisição de fertilizantes, sementes etc., e alugar máquinas e contratar mão-de-obra.

Atividades de aquisição de insumos duráveis

Estas atividades permitem aumentar a disponibilidade de estoque de capital que podem ser usados no processo de produção.

A aquisição de insumos duráveis aumenta o capital fixo em benfeitorias e diminui o capital líquido disponível e a renda líquida. Aumenta também o valor líquido da propriedade e, conseqüentemente, a capacidade de empréstimo da firma.

O modelo inclui as atividades de investimento em maquinarias, equipamentos e benfeitorias.

Atividades de crédito

Estas atividades permitem à firma tomar dinheiro emprestado no mercado para aumentar a disponibilidade de capital de curto, médio e longo prazos.

A atividade de crédito de curto prazo tem uma taxa de juros de 12% ao ano e um ano como prazo de pagamento. Já para a atividade de crédito de médio prazo foi considerada uma taxa de juros de 15% e cinco anos para pagamento, sendo dois anos de carência, e três de pagamento: 50% no primeiro, 25% no segundo e terceiro anos, respectivamente. E para a atividade de longo prazo, a taxa de juros foi de 15% com seis anos de carência e seis de pagamentos (parcelas iguais).

Cada tipo de crédito tem três atividades associadas no modelo, ou seja: uma atividade de empréstimo, uma para pagamento do principal e outra para pagamento de juros.

Atividades de transferência de caixa

O modelo inclui dois tipos de transferência de caixa: o caixa inicial, que pode ser transferido para capital de curto, médio e longo prazos ou para o caixa final, e o caixa final, que é transferido para o caixa inicial do ano seguinte. O caixa inicial transferido para as restrições de capital ou de caixa final decresce o patrimônio líquido e a capacidade de empréstimo da firma no período corrente. O caixa final transferido para o caixa inicial do período seguinte aumenta o patrimônio líquido e a capacidade de empréstimo do período seguinte.

O caixa inicial é o dinheiro disponível no início do período que pode ser usado para financiar os custos variáveis que ocorrem no início do período ou para financiar a aquisição de bens duráveis.

O caixa final é a renda resultante no final do período transferido para o caixa inicial do período seguinte após o pagamento do principal, juros e custos fixos.

Atividade de transferência de renda líquida

Os retornos líquidos para cada período são acumulados na equação dos retornos líquidos e no fim do período são transferidos para a função-objetivo a uma taxa de desconto. A taxa de inflação é também refletida na função-objetivo. O retorno líquido anual é acumulado na equação dos retornos líquidos a valores correntes e é transferido para a função-objetivo a uma taxa de desconto. Isto é, os preços dos produtos e fatores do primeiro período são ajustados nos períodos seguintes. Eles são multiplicados por $(1 + s)^t$ e acumulados na equação do retorno líquido anual. O retorno líquido anual é multiplicado por $(\frac{1}{1 + r})^t$ e transferido para a função -objetivo.[1]

RESULTADOS

Os resultados da programação linear foram organizados de forma a apresentar mais rapidamente os efeitos de várias situações na organização da fazenda. Alguns dados foram diretamente obtidos da solução, enquanto outros, como processos de produção, abertura do cerrado, crédito e débito requereram cálculos adicionais.

Usando análise comparativa, os resultados de formulações alternativas do modelo foram comparados com os resultados do modelo básico. A apresentação dos resultados será dividida em duas seções. Na primeira serão apresentados os resultados do modelo básico e na segunda os efeitos de mudanças em algumas variáveis (taxa, juros e inflação) na organização da firma.

Modelo básico

Organização da fazenda

A organização ótima de atividades para o modelo básico, para o período de planejamento de doze anos, é apresentado na Tabela 3. Observa-se aí, dois tipos de terras para culturas, uma sem correção do solo (terra de culturas) e outra com correção (terra melhorada). No primeiro tipo de terra, o plano ótimo começa com dois sistemas de rotação de culturas: 20 ha do sistema arroz-arroz-arroz é cultivado durante os doze anos de planejamento e 50, 54 e 6 ha do sistema de rotação arroz-soja-milho são iniciados no quarto, quinto e sexto anos, respectivamente. A pastagem existente (natural e cultivada), antes do início do planejamento, decresce do primeiro ao quinto ano à medida que vai sendo substituída por pastagem cultivada em terra melhorada. No sexto ano a pastagem existente é estabilizada em 157 e a pastagem cultivada em terra melhorada em 250 ha.

---

[1] onde: s = taxa de inflação
r = taxa de desconto
t = tempo, $t = 0, \ldots\ldots 11$.

TABELA 3. **Organização ótima de fazenda para o modelo básico.**

	Unidade	Ano												Média anual
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Terra de culturas (não melhorada)														
Arroz - 3	ha	20	20	20	70	74	26	20	20	20	20	20	20	29
Soja - 3	ha	-	-	-	-	50	54	6	-	-	-	-	-	9
Milho - 3	ha	-	-	-	-	-	50	54	6	-	-	-	-	9
Pastagem	ha	540	537	407	277	217	157	157	157	157	157	157	157	256
Gado de corte-cria	ua	382	381	299	231	171	111	111	147	97	67	23	-	168
Gado de corte-engorda	ua	-	-	-	-	-	-	-	-	50	90	129	137	34
Terra de cultura (melhorada)														
Arroz - 4	ha	130	130	130	80	76	124	130	130	130	130	130	130	121
Soja - 4	ha	-	130	130	130	80	76	124	130	130	130	130	130	110
Milho - 4	ha	-	-	130	130	130	80	76	124	130	130	130	130	99
Pastagem cultivada	ha	-	-	-	130	190	250	250	250	250	250	250	250	173
Gado de corte-cria	ua	-	-	-	130	190	250	250	250	160	107	38	-	115
Gado de corte-engorda	ua	-	-	-	-	-	-	-	-	90	143	212	250	58
Total														
Culturas	ha	150	280	410	410	410	410	410	410	410	410	410	410	377
Pastagem	ha	540	537	407	407	407	407	407	407	407	407	407	407	429
Terra usada	ha	690	817	817	817	817	817	817	817	817	817	817	817	806
Gado de corte-cria	ua	382	381	299	361	361	361	361	397	257	174	61	-	283
Gado de corte-engorda	ua	-	-	-	-	-	-	-	-	140	233	341	387	92
Gado de corte	ua	382	381	299	361	361	361	361	397	397	407	402	387	375

No segundo tipo de terra (terra melhorada), o plano ótimo começa com 130 ha do sistema de rotação arroz-soja-milho, repetindo-se nos anos seguintes, exceto no quarto, quinto e sexto anos, quando são cultivados 80, 76 e 124 ha, respectivamente. Esta terra é proveniente de 70 ha de terra de culturas que foi corrigida e 60 ha de cerrado que, após a limpeza, foi corrigida com calcário (1,5 t) e fosfato natural (0,5 t).

O nível tecnológico adotado no primeiro tipo de terra foi o nível três – uso intensivo de maquinaria + fertilizante e no segundo, o nível quatro que é o nível três mais a correção do solo. Portanto, o nível tecnológico adotado nas culturas em toda a propriedade foi o nível mais alto – uso intensivo de máquinas e fertilizantes. Sendo que ao longo do período de planejamento foram adotadas as práticas de calagem e fosfatagem em 640 ha.

Toda a terra agricultável disponível é usada durante o período de planejamento, exceto no primeiro ano, quando 127 ha de cerrados não foram usados. Isto ocorreu em função dos limites de produção estabelecidos para as culturas – 150 ha para arroz, 130 ha para soja e milho, respectivamente. Se estes limites fossem relaxados toda a área disponível poderia ter sido usada. Contudo, isto não teria sido tão realístico, porque o risco teria sido maior. Embora o modelo não considere o risco diretamente, esta foi uma maneira de evitar alto grau de risco, impondo restrições na produção de arroz, soja e milho. Também, o não-uso de terra no primeiro ano, pode ser relacionado à natureza do modelo, requerendo que todos sistemas de rotação começassem com arroz. Isto ocorreu porque na época era a prática mais comum entre os fazendeiros e a pesquisa ainda não dispunha de informações de abertura dos cerrados com outras culturas. Hoje, já é bastante conhecida tal prática, a abertura do cerrado com a soja ou milho, o que deverá ser observado numa versão atualizada do modelo.

Quanto à atividade de gado de corte optou-se no início do período de planejamento, pelo sistema de cria, tanto em pastagens existentes como em pastagens cultivadas em terras melhoradas. Somente no final do período de planejamento é que o sistema de engorda começou a ser adotado. Isto pode ser explicado pelo fato de que requer a atividade de engorda mais capital intensivo do que a atividade de cria. Assim, à medida que mais capital é gerado internamente, o sistema de engorda torna-se relativamente mais lucrativo que quando o capital era obtido através de crédito. Tal fato não é tão relevante, porque modelos com longos períodos de planejamento são úteis para decisões nos primeiros anos de planejamento. À medida em que as decisões dos primeiros anos são incorporadas ao modelo, novas soluções são obtidas e os planos ótimos aperfeiçoados para futuras decisões. Este é um dos pontos fortes do modelo. As decisões são tomadas anualmente, mas com uma visão de longo prazo.

Transferência de terra e aquisição de insumos

As atividades de transferência de terra e os níveis de compra de insumos para o modelo básico estão sumarizadas na Tabela 4. Toda área de cerrado disponível foi desmatada nos dois primeiros anos, sendo 60 ha no primeiro e 127 ha no segundo ano. Uma vez desmatado foi feita calagem e fosfatagem para corrigir o solo. Também, 70 ha de terra de cultura foram corrigidos no primeiro ano. As demais áreas corrigidas foram provenientes de áreas com pastagens. Nos três primeiros anos do período de planejamento, 390 ha de terra foram corrigidos sendo 130 ha em cada ano. No total 640 ha foram corrigidos em todo período de planejamento, correspondendo a 78% da área da propriedade.

Mão-de-obra foi contratada em todos os períodos considerados, numa média anual de 3.026 dias-homem, equivalente à aproximadamente 10 trabalhadores. Nas quatro épocas consideradas, a variação ao longo do período de planejamento foi mais ou menos estável. Apenas pequenas variações ocorreram de ano para ano.

TABELA 4. **Resultados da transferência de terra e compras de insumos para o modelo básico, por ano.**

	Unidade	Ano												Total
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Transferência de terra														
Cerrado para terra melhorada	ha	60	127	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	187
Pastagem para terra melhorada	ha	-	3	130	80	6	54	50	54	6	-	-	-	383
Terra de cultura para terra melhorada	ha	70	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	70
Total	ha	130	130	130	80	6	54	50	54	6	-	-	-	640
Compra de insumos														
Mão-de-obra contratada (set./nov.)	dh	367	366	218	329	329	329	329	395	367	366	335	299	-
Mão-de-obra contratada (dez./fev.)	dh	817	816	1.058	1.169	1.169	1.169	1.169	1.235	1.207	1.206	1.175	1.139	-
Mão-de-obra contratada (mar./maio)	dh	517	516	1.278	1.389	1.389	1.389	1.389	1.455	1.427	1.426	1.395	1.359	-
Mão-de-obra contratada (jun./ago.)	dh	367	366	218	329	329	329	329	395	367	366	335	299	-
Total	dh	2.068	2.064	2.772	3.216	3.216	3.216	3.216	3.480	3.368	3.364	3.240	3.096	-
Aluguel														
Trator (set./out.)	hm	-	-	70	89	-	-	460	444	396	410	390	390	-
Trator (dez./fev.)	hm	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Trator para desmatamento	hm	180	389	325	374	150	150	175	134	150	50	-	-	-
Compra de colhedeira	unid.	0,33	0,64	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,97
Compra/trator e equip.	unid.	0,67	1,57	1,35	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3,59

Quanto ao investimento em máquinas observa-se que foi feito nos primeiros anos do período de planejamento, como era esperado acontecer em conseqüência do crédito disponível a juros baixos. Entretanto, este investimento não ocorreu todo no primeiro ano, o que era mais lógico acontecer. Justificado em função da capacidade de empréstimo e de certas necessidades aparecerem somente a partir do segundo ano. Outro ponto que merece ser salientado é o fato da aquisição ter ocorrido em frações de máquinas. Isto ocorreu porque as necessidades foram calculadas em horas-máquinas e não em unidades-máquinas. Isto foi feito para evitar o uso de programação mista, o que viria dificultar a solução do modelo. No total foram adquiridos 0,97 colhedeira e 3,59 tratores com equipamentos, o que na prática deverão ser aproximados para 1 e 4, respectivamente. Uma colhedeira deve ser comprada no primeiro ano e 1, 2 e 1 tratores no primeiro, segundo e terceiro anos, respectivamente.

Fluxo de caixa para o modelo básico

Para melhor ilustrar a formulação do modelo e seus efeitos na interpretação dos resultados foi elaborado um fluxo de caixa ao longo do tempo com os resultados do modelo básico (Tabela 5). O caixa total disponível em cada ano é composto do caixa no final do ano anterior, mais os empréstimos realizados, mais a renda bruta obtida durante o ano, e mais o investimento em gado. As despesas totais incluem as despesas de curto, médio e longo prazos, mais pagamento de principal e juros e mais as despesas com o consumo da família.

TABELA 5. Fluxo anual de caixa para o modelo básico.

Item	Ano											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Caixa disponível em 1º de janeiro	-	74	158	221	163	78	450	738	1.029	1.500	2.058	2.805
Caixa em gado disp. em 1º de jan.	158	328	393	370	536	646	774	930	1.230	1.535	1.935	2.114
Empréstimo de capital de curto prazo	65	131	108	198	164	151	78	-	-	-	-	-
Empréstimo de capital de médio prazo	154	123	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Empréstimo de capital de longo prazo	61	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Renda bruta	294	502	724	874	1.018	1.231	1.518	1.872	2.559	3.330	4.337	5.595
(1) Caixa total disponível	732	1.158	1.383	1.163	1.881	2.303	2.820	3.540	4.818	6.365	8.330	10.514
Despesa de curto prazo	65	131	210	264	306	368	457	556	964	1.411	2.027	2.600
Despesa de médio prazo	312	374	366	488	541	696	829	1.083	1.293	1.611	1.966	2.319
Despesa de longo prazo	61	151	83	37	17	11	16	29	2	13	-	-
Pagamento do principal	65	131	186	298	233	181	88	10	10	10	10	10
Pagamento de juros	40	66	64	63	44	32	18	8	6	5	3	2
Consumo	115	147	253	350	462	565	674	825	1.043	1.257	1.519	1.807
(2) Despesa total	658	1.000	1.162	1.500	1.603	1.853	2.082	2.511	3.318	4.307	5.525	6.738
(3) Caixa disponível em 31 de dezembro (1) - (2)	74	158	221	163	278	450	738	1.029	1.500	2.058	2.805	3.776

Investimento em gado é considerado como caixa disponível no início do ano porque pode facilmente ser vendido no fim do ano e a renda estar disponível no início do ano seguinte. O caixa total disponível em 1º de janeiro mais empréstimos devem ser iguais a todas as despesas de curto, médio e longo prazos. O caixa final, após pagamento das amortizações e juros e descontadas as despesas com o consumo da família é transferido para o caixa do ano seguinte. Este, por sua vez, chamado de caixa inicial, pode ser usado para as despesas anuais, como compra de insumos, aluguel de máquinas, contratação de mão-de-obra, correção do solo etc.

O item de consumo inclui um requerimento mínimo de consumo na propriedade e a propensão marginal do consumo, que é de 50% da renda anual líquida. Por exemplo, no primeiro ano Cr$ 115,00 serão requeridos para o consumo total, dos quais Cr$ 50,00 são para atingir o consumo mínimo e Cr$ 65,00 é propensão marginal para consumir, isto é, para atender às necessidades adicionais.

Patrimônio líquido e renda líquida

O objetivo da firma, é o de maximizar o valor presente da renda líquida. Contudo, o patrimônio líquido da firma foi contabilizado através de uma equação introduzida no modelo. Estes valores são mostrados na Tabela 6.

TABELA 6. Renda anual líquida e patrimônio líquido no final do ano para o modelo básico.

Ano	Renda líquida anual (Cr$ 1.000)		Patrimônio líquido (Cr$ 1.000)	
	Valor corrente	Valor presente	Valor corrente	Valor presente
1	90	90	868	868
2	108	88	904	753
3	297	194	1.133	787
4	463	242	1.509	872
5	671	283	1.882	905
6	806	275	2.386	954
7	979	268	2.943	981
8	1.220	270	3.634	1.009
9	1.576	280	4.387	1.016
10	1.907	275	5.382	1.039
11	2.306	268	6.492	1.044
12	2.744	260	9.812	1.315
Total	13.165	2.793	-	-

A firma, que começou com um patrimônio líquido de Cr$ 819 mil no início do primeiro ano de planejamento, acumulou um patrimônio líquido de Cr$ 9.812 mil ao final do período de planejamento, em cruzeiros correntes. Este valor, corrigido a uma taxa de desconto de 20% para o início do primeiro ano de planejamento é igual a Cr$ 1.315 mil, o que corresponde a um crescimento real de 61% ao final do período de planejamento. Se comparado com o crescimento real em outros setores pode ser considerado baixo. Entretanto, pode-se dizer que o patrimônio líquido foi subestimado pelo modelo. A valorização da terra foi feita na mesma taxa de inflação, o que se sabe não ocorre na prática, na qual a valorização da terra é sempre superior à taxa de inflação. Também não foi computado no patrimônio da propriedade, a melhoria da terra, o que foi feito em aproximadamente 78% da área.

Pela Tabela 6 verifica-se que o valor do patrimônio líquido decresceu no início do período de planejamento. Isto ocorreu em função dos empréstimos aí realizados, o que segundo o modelo, implica em descontar do patrimônio total parte dada como garantia de empréstimo.

Quanto ao valor presente de renda líquida verifica-se que ela é mais estável durante o período de planejamento. Entretanto, ela cresce mais rapidamente no início do planejamento, torna-se mais estável no meio e cai suavemente nos últimos anos.

Análise de sensibilidade do Modelo Básico

Taxas de juros

Quando a taxa de juros para os três tipos de crédito é reduzida para zero (alternativa 1), uma importante mudança ocorre na organização da fazenda. A atividade de engorda em gado de corte entra no plano ótimo, em substituição à atividade de cria, desde o primeiro ano. No modelo básico esta substituição começa no nono ano. Isto mostra que a atividade de gado de corte é sensível a mudanças na taxa de juros.

Empréstimos a longo prazo mantêm-se inalterados e investimentos em maquinaria são idênticos ao modelo básico. Entretanto, empréstimos de curto e médio prazos crescem, pois a atividade de engorda requer mais capital de curto e médio do que a de cria. Também, os empréstimos de médio prazo crescem porque a correção do solo cresce em 10%. Assim, que pastagem e culturas em terra melhorada crescem em 25 e 55%, respectivamente, pastagem e culturas em terras não-

-melhoradas decrescem em 31 e 32%, respectivamente. Estas mudanças na organização da fazenda, devido à redução da taxa de juros, aumenta o valor presente da renda líquida em 8%. Isto é, a renda líquida cresce de Cr$ 2.793 para Cr$ 3.025 mil cruzeiros (Tabela 7).

TABELA 7. Análise comparativa entre formulações alternativas do modelo básico - Mudanças nas taxas de juros.[1]

Item	Unidade	Soluções ótimas		
		Alternativa 1	Modelo básico	Alternativa 2
Terra de culturas				
Média anual de arroz	ha	24	29	21
Média anual de soja	ha	4	9	1
Média anual de milho	ha	4	9	1
Média anual de pasto	ha	209	256	312
Terra melhorada				
Média anual de arroz	ha	127	121	119
Média anual de soja	ha	116	110	108
Média anual de milho	ha	105	99	97
Média anual de pasto	ha	217	173	31
Média anual de terra usada	ha	806	806	690
Total de terra melhorada	ha	707	640	452
Média anual de gado de corte-cria	ua	-	283	120
Média anual de gado de corte-engorda	ua	385	92	69
Compra total de colhedeira	unid.	0,97	0,97	0,97
Compra total de tratores	unid.	3,59	3,59	2,74
Aluguel anual de tratores	hm	331	402	695
Total de empréstimos	Cr$ 1.000	2.358	1.233	895
Total de juros	Cr$ 1.000	-	351	439
Renda líquida total corrigida	Cr$ 1.000	3.025	2.793	2.524

[1] Taxa de desconto = 24% e taxa de inflação = 20% são iguais para o Modelo Básico e Alternativas 1 e 2.
Taxas de juros = 0,0 e 0% respectivamente para curto, médio e longo prazos - Alternativa 1.
Taxas de juros = 12, 15 e 15% respectivamente para curto, médio e longo prazos - Modelo Básico.
Taxas de juros = 24, 30 e 30% respectivamente para curto, médio e longo prazos - Alternativa 2.

Quando as taxas de juros são dobradas em relação ao modelo básico (Alternativa 2) ou seja, 24, 30 e 30% para os empréstimos de curto, médio e longo prazos, respectivamente, a organização da fazenda muda ainda mais. As atividades de produção são as mesmas no plano ótimo, mas em quantidades menores. As culturas decrescem em terras não-melhoradas e mantêm-se nos mesmos níveis em terras melhoradas. A maior mudança ocorre na atividade de gado de corte. O tamanho do rebanho reduz em 37,4% em comparação com o modelo básico. A área total usada decresce em 14,4% e a correção do solo diminui em 29%. A área com cerrados começa a ser aberta somente no terceiro ano. Investimento em colhedeira mantêm-se o mesmo, mas a compra de tratores cai de 3,59 para 2,75 tratores (23,4%). Os empréstimos decrescem nos três tipos de créditos. Assim, os efeitos de um aumento na taxa de juros na organização de fazenda é refletido mais através do uso da terra do que na combinação dos empreendimentos ou mudanças tecnológicas.

O efeito na renda líquida não foi tão grande. O valor presente de renda líquida total caiu de Cr$ 2.793 para Cr$ 2.524 mil cruzeiros. Isto é, quando a taxa de juros foi o dobro nos três tipos de crédito, a renda líquida caiu em 9,6%.

Taxa de inflação

O efeito esperado de um aumento da taxa de inflação poderia ser o de induzir o produtor a transferir renda potencial para o futuro para maximizar o consumo. A taxa de inflação interage com a taxa de desconto e a taxa de juros na função-objetivo formando um valor denominado de efeito do valor presente, definido como:

$$EVP = \sum_{i=0}^{t} \left(\frac{1 + s - j}{1 + r}\right)^t$$

onde:

EVP = efeito no valor presente
r = taxa de desconto
s = taxa de inflação
j = taxa de juros.

Assim, o efeito no valor presente será negativo se EVP > 1, positivo se EVP < 1 e neutro se EVP = 1.

Para analisar o efeito da taxa de inflação no planejamento ótimo da fazenda, mudou-se esta taxa de 20 para 40%, mantendo-se constante a taxa de desconto e a taxa de juros, nas alternativas 1 e 2 e no modelo básico (alternativas 3, 4 e 5). Desde que a taxa de desconto foi mantida em 24%, esta análise não parece muito realista. Neste caso, o efeito no valor presente é negativo (EVP > 1). Embora não pareça muito realístico é possível ocorrer no mundo real. Suponha-se que o empresário espere uma taxa de inflação de 20% e na realidade ocorra 40%. Como a expectativa é baseada em taxas de inflação passadas e as taxas de juros, no Brasil, não são ajustadas com base na variação monetária, esta situação pode ocorrer. Em outras palavras, pressupõe-se que o empresário subestimou a taxa de inflação no período de planejamento considerado (doze ànos). Os resultados são apresentados na Tabela 8.

TABELA 8. Análise comparativa entre formulações alternativas do modelo básico - mudança na taxa de inflação.[1]

Item	Unidade'	Soluções ótimas		
		Alternativa 3	Alternativa 4	Alternativa 5
Terra de culturas				
Média anual de arroz	ha	20 (24)[2]	20 (29)	20 (21)
Média anual de soja	ha	- (4)	- (9)	- (1)
Média anual de milho	ha	- (4)	- (9)	- (1)
Média anual de pasto	ha	191 (209)	191 (256)	235 (312)
Terra melhorada				
Média anual de arroz	ha	130 (126)	130 (121)	130 (119)
Média anual de soja	ha	119 (116)	119 (110)	119 (108)
Média anual de milho	ha	108 (104)	108 (99)	104 (97)
Média anual de pasto	ha	238 (217)	238 (173)	194 (31)
Média anual de terra usada	ha	806 (806)	806 (806)	806 (690)
Total de terra melhorada	ha	749 (707)	749 (640)	708 (452)
Média anual de gado de corte-cria	ua	6 (-)	314 (283)	319 (120)
Média anual de gado de corte-engorda	ua	381 (385)	72 (92)	36 (69)
Compra total de colhedeira	unid.	0,95 (0,97)	0,97 (0,97)	0,97 (0,97)
Compra total de tratores	unid.	4,45 (3,59)	4,45 (3,59)	4,45 (2,74)
Aluguel anual de tratores	hm.	168 (331)	168 (402)	151 (695)
Total de empréstimos	Cr$ 1.000	8.960 (2.358)	2.475 (1.233)	4.111 (895)
Total de juros	Cr$ 1.000	- (-)	595 (351)	1.694 (439)
Renda líquida total corrigida	Cr$ 1.000	8.568 (3.025)	8.233 (2.793)	7.617 (2.524)

[1] Taxa de desconto = 24% e taxa de inflação = 40% são iguais para as alternativas 3, 4 e 5;
Taxa de juros = 0,0 e 0% respectivamente para curto, médio e longo prazos - Alternativa 3.
Taxa de juros = 12, 15 e 15% respectivamente para curto, médio e longo prazos - Alternativa 4.
Taxa de juros = 24, 30 e 30% respectivamente para curto, médio e longo prazos - Alternativa 5.

[2] Os números entre parênteses correspondem as alternativas 1 do modelo básico e 2 respectivamente.

Como era esperado, aumentando-se a taxa de inflação e mantendo constante as taxas de juros e de desconto, os investimentos em máquinas e na recuperação da fertilidade do solo aumentaram quando comparados com os resultados do modelo básico e alternativas 1 e 2. (Taxa de inflação a 20%). Também, um grande aumento ocorre no valor presente da renda líquida e no uso de crédito.

Quanto à organização da fazenda, as alternativas com 40% de inflação diferem das alternativas com 20% de inflação em poucos aspectos. A quantidade média de terra usada foi idêntica nas alternativas 3 e 4 e maior na alternativa 5. As atividades de produção foram as mesmas, diferindo apenas quanto à quantidade produzida e o nível tecnológico. Nas alternativas com taxa de inflação de 40%, produziu-se mais grãos e mais pastagens em terras melhoradas com calagem e fosfatagem. Portanto, as principais mudanças ocorreram nas atividades de investimentos, isto é, ao aumentar a taxa de inflação, houve antecipação nos investimentos em máquinas e em recuperação da fertilidade do solo, conseqüentemente houve, também, antecipação nos empréstimos bancários.

Outro tipo de análise pode ser feito comparando as alternativas 3, 4 e 5, isto é, quais os impactos no planejamento da propriedade quando a taxa de juros aumenta a uma taxa de inflação de 40%. As produções de grãos e os níveis tecnológicos adotados praticamente permanecem os mesmos. Entretanto, a pecuária de corte foi bastante sensível. À medida em que a taxa de juros aumentou, a atividade de engorda decresceu, aumentando-se a atividade de cria. Em outras palavras, à medida em que o subsídio ao crédito é reduzido, a atividade de cria torna-se mais rentável, substituindo a atividade de engorda.

Um resultado inesperado ocorreu com a quantidade total de empréstimos. Quando se aumentou a taxa de juros da alternativa 3 para a alternativa 4 o uso de crédito caiu, como era de se esperar. Todavia, quando se passou da alternativa 4 para a alternativa 5, o uso de crédito aumentou com o aumento de taxa de juros, ao contrário do que se esperava. Desde que a taxa de inflação (40%) é maior que a taxa de desconto (24%) o efeito no valor presente é negativo (> 1) para baixas taxas de juros. O efeito do valor presente é negativo para alternativa 3 (1,13) e para a alternativa 4 (1,02). Entretanto, é positivo (< 1) para a alternativa 5 (0,97). Assim, o fazendeiro é induzido a sacrificar mais renda presente por renda futura, no caso do efeito no valor presente negativo (> 1) e ao contrário quando positivo (< 1). Assim o proprietário usou toda a capacidade de empréstimo no primeiro ano do período de planejamento, aumentando o seu débito nos anos seguintes. Como este débito foi maior que a geração de caixa, ele teve que aumentar os empréstimos de curto e médio prazos, nos anos seguintes para pagar o principal e juros. Em outras palavras, ele teve de refinanciar o seu débito. Portanto, no global do período de planejamento ele usou mais crédito de curto e médio prazos (Tabela 9).

TABELA 9. Uso de crédito a taxa de inflação de 40%.

Taxas de juros (%)	Tipos de crédito (Cr$ 1.000,00)			
	Curto prazo	Médio prazo	Longo prazo	Total
0 - 0 - 0[1]	7.383	4.103	3.752	15.216
12 - 15 - 15	2.087	910	1.380	4.377
24 - 30 - 30	3.475	2.062	762	6.299

[1] Taxas de juros para curto, médio e longo prazos, respectivamente.

CONCLUSÕES

Os resultados obtidos do modelo básico de programação linear multiperiódica e suas alternativas estudadas – mudanças nas taxas de juros e de inflação – fornecem uma base objetiva para traçar algumas conclusões e implicações dentro do conjunto de pressuposições que suportam este estudo.

A principal conclusão que pode ser tirada, refere-se a validade do modelo. Em função dos resultados obtidos pode-se afirmar que o modelo usado é muito útil no planejamento de propriedades agrícolas. Além de levar em consideração um período longo de planejamento (doze anos), as informações são úteis para decisões nos primeiros anos de planejamento. À medida em que as decisões dos primeiros anos são implementadas e os resultados obtidos incorporados ao modelo, novas soluções são obtidas e os planos ótimos aperfeiçoados para novas decisões. Este é um dos pontos fortes do modelo. As decisões são tomadas anualmente, mas com uma visão de longo prazo. Portanto, o modelo deve ser usado numa base contínua, isto é, cada propriedade deve ter seu modelo próprio, o qual deve, continuamente, ser aperfeiçoado para incorporar as inovações tecnológicas desenvolvidas e as mudanças ocorridas nas políticas governamentais.

Outras importantes conclusões podem ser tiradas em função dos resultados das análises realizadas. A primeira delas, refere-se ao nível tecnológico adotado. O nível tecnológico mais alto (nível 4) uso intensivo de máquinas mais fertilizantes (adubação de manutenção) e recuperação da fertilidade do sòlo (calagem e fosfatagem) mostrou-se superior aos demais níveis estudados. Entretanto, não foi adotado desde o início do período de planejamento, em conseqüência da restrição de capital próprio e da capacidade de empréstimos da fazenda nos primeiros anos de planejamento. Mesmo assim, começa um nível bastante alto (nível 3) – uso intensivo de máquinas + fertilizantes – e a medida em que gera mais recursos, a recuperação da fertilidade do solo é feita com a incorporação de calcário e fosfato natural. Esta recuperação é feita nos primeiros anos do período de planejamento. No quinto ano grande parte da área já se encontra recuperada para culturas e pastagens. No total 640 ha, aproximadamente 80% da área da propriedade é recuperada durante o horizonte de planejamento.

Quanto à aquisição de máquinas e fertilizantes, a disponibilidade de crédito tem papel importante, na adoção destas técnicas modernas. Entretanto, mudanças na taxa de juros não afetaram em muito o plano ótimo de atividades. Apenas, a pecuária de corte mostrou-se sensível a mudanças na taxa de juros.

Estes resultados têm importante implicações para a política de crédito. Desde que o nível tecnológico não foi afetado por mudanças na taxa de juros, programas de crédito, baseados em baixas taxas de juros para estimular a adoção de novas tecnologias para culturas, têm pequeno efeito. Entretanto, esses programas com baixas taxas de juros podem ser efetivos na pecuária de corte, pois esta atividade mostrou-se bastante sensível a mudanças na taxa de juros.

As análises indicaram, também, que a taxa de desconto e a taxa de inflação interagem na função-objetivo, formando a taxa de desconto real. Assim que a taxa de inflação aumenta e a taxa de desconto é mantida constante, a taxa real de desconto decresce, o empresário é estimulado a transferir renda presente para o futuro, no sentido de maximizar o seu consumo. Ao aumentar a taxa de inflação de 20 para 40% e mantendo a taxa de desconto e taxas de juros constantes, os investimentos em máquinas e recuperação do solo foram realizadas no primeiro ano do período de planejamento, aumentando assim, o uso de crédito. Isto ocorreu, porque a taxa real de juros ficou bastante negativa. Entretanto, ao longo do período de planejamento, não ocorreram mudanças sensíveis. O que houve foi uma antecipação dos investimentos. Portanto, a altas taxas de inflação, programas de crédito com baixas taxas de juros têm papel importante para estimular a aquisição de máquinas e a recuperação da fertilidade do solo, no início do período de planejamento.

Finalmente, observou-se que não é necessário adotar um período de planejamento muito longo (doze anos), pois as principais mudanças ocorreram nos primeiros anos de planejamento. Mesmo a altas taxas de juros, o plano ótimo alcança sua estabilidade nos primeiros seis anos do período de planejamento. Por isso, é muito importante que este tipo de modelo tenha um uso contínuo, isto é, à medida em que mudanças importantes são feitas na propriedade, novas soluções do modelo são necessárias para corrigir o plano ótimo. Embora o período de planejamento adotado seja longo, as decisões devem ser tomadas anualmente.

REFERÊNCIAS

ACTON, N.W. **Computer assistance for farm investment decisions.** Purdue University, 1970. Tese Doutorado.

BAKER, C.B. Credit in the production organization of the firm. **Am. J. Agric. Econ., 50**(3): Aug. 1968.

BAKER, C.B. Specifying the allocation of income among taxes. Consumption and savings in linear programming models. **Am. J. Agric. Econ., 52** Nov. 1970.

BAKER, C.B. Financial organization and production choices. **Am. J. Agric. Econ., 50** Dec. 1968.

BAKER, C.B. & HOPKIN, J.A. Concepts of finance capital for a capital using agriculture. **Am. J. Agric. Econ., 51** Dec. 1969.

BARRY, P.J. & BRAKE, J.R. **Financial strategies and economic decisions of the firm.** Michigan State University, 1971. (Agricultural Economics Department, 185).

BARRY, P.J. & BRAKE, J.R. Asset indivisibility and investment planning: an application of linear programming. **Am. J. Agric. Econ.,** May 1972.

BARRY, P.J. & BRAKE, J.R. **Reservation prices on credit use overtime: implications for growth of cash grain farmers.** University of Illinois, 1970. Tese Doutorado.

BOEHLJE, M.D. & WHITE, T.K. An analysis of the impact of selected factors in the process of farm firm growth. Purdue University Agricultural Experiment Station, 1969. (Research Bulletin, 854).

BOTTOMLEY, A. **Factor pricing and economic growth in underdeveloped rural areas.** London, Crosby Lockwood and Sons, Ltd., 1971.

BOUSSARD, J. Time horizon, objective functions, and uncertainty in the multiperiod model of firm growth. **Am. J. Agric. Econ., 53:** Aug. 1971.

BRAKE, J.R. Firm growth models often neglect important cash withdrawals. **Am. J. Agric. Econ., 50**(3): Aug. 1968.

BOEHLJE, M.D. **An analysis of the impact of selected factors in the process of farm firm growth.** Purdue University, 1968. Tese Mestrado.

COYLER, D. A capital budgeting, mixed integer programming model. **Can. J. Agric. Econ., 16:** Feb. 1968.

CONE, B.W. **Agricultural expansion:** the Minas Triangle, Brazil. Purdue University, 1968. Tese Doutorado.

COWLING, K. & BAKER, C.B. A polyperiod model for estimating the supply of milk. **Agric. Econ. Res., 15**(1):Jan. 1963.

DEAN, G.W. **Growth of the firm.** Davis, University of California. Department of Agricultural Economics, 1969.

DEAN, G.W. & BENEDICTIS, M. de. A model of economic development for peasant farms in Southern Italy. **J. Farm. Econ., 46**(2):May 1964.

DORFMAN, R.; SAMUELSON, P.A. & SOLOW, R.W. **Linear programming and economic analysis.** New York, McGraw-Hill Book, Co., Inc. 1958.

DUVICK, R.D. **Alternative methods of financing growth on Michigan Dairy Farms.** Michigan State University, 1970. Tese Doutorado.

FISHER, B.S. A quarterly model of agricultural investment in Australia. **Aust. J. Agric. Econ., 18**(1):Apr. 1974.

GANDLER, W. & BOEHLJE, M.D. Use of linear programming in capital budgeting with multiple goals. **Am. J. Agric. Econ., 53**:May, 1971.

HELMS, G.A.; LENTZ, G.W. & KENDRICK, J.G. Specialization and flexibility considerations in a polyperiod firm investment model. **Can. J. Agric. Econ., 21**(1): Feb. 1973.

HENDERSON, J.M. & QUANDT, R.E. **Microeconomic theory** – a mathematical approach. New York, McGraw-Hill Book Company, 1971.

HIRSHLEIFER, J. On the theory of optimal investment decisions. **J. Polit. Econ., 66(4)**: Aug. 1958.

IRWIN, G.D. A comparative review of some firm growth models. **Agric. Econ. Res., 20**(3): July,1968.

IRWIN, G.D. & EISGRUBER, L.M. **Potential methods and methodologies useful in firm growth and finance management research.** Denver, Colorado, 1970.

LANDMAN, J.R. A model of credit applied to the allocation of mexican farms. **Econ. Develop. Cultural Change, 22**(2):Jan. 1964.

LENTZ, G.W. **Investment strategies for grain-livestock farms:** a polyperiod linear programming analysis. University of Nebraska, 1971. Tese Doutorado.

LOFTSGARD, L.D. & HEADY, E.O. Application of dynamic programming models for optimum farm and home plans. **J. Farm. Econ., 41**:Feb. 1959.

LUTZ, F. & LUTZ, V. **The theory of investment of the firm.** Princeton, Princeton University Press, 1951.

MARTIN, J.R. Conceptual aspects and problems in formulating firm growth research. In: ________. **Economics of firm growth, great plains.** s.l. s.ed. 1967. (Agricultural Council Publication, 29, Bulletin, 541).

MARTIN, J.R. & PLAXICO, J.S. **Polyperiod analysis of rolling plains of Oklahoma and Texas.** U.S. Department of Agricultural Economics Research Service. 1967. (Technical Bulletin, 1381).

NAYLOR, T.H. The theory of the firm: a comparison of marginal analysis and linear programming. **The Southern Econ. J., 32**(3):Jan. 1966.

NAYLOR, T.H. & VERNON, J.M. **Microeconomics and decision models of the firm.** New York, Barbrace, 1969.

OLIVEIRA, A.J. de. **Derived demand for agricultural credit** – a multiperiod investment model. Purdue University, 1977. Tese Doutorado.

PENROSE, E. **Theory of growth of the firm.** New York, John Wiley and Sons, 1959.

PLAXICO, J.S. Dynamic programming and management strategies in the great plains. In: ________. **Management strategies in great plains farming.** University of Nebraska, Agricultural Experiment Station, 1961.

SMITH, V.L. **Investment and production.** Cambridge, Harvard University Press, 1961.

SMITH, W.G. & HEADY, E.O. **Use of a dynamic model in programming optimum conservation farm plans on Ida-Monona soils.** Iowa State University, 1960. (Research Bulletin, 475).

VANDEPUTTE, J.M. **Financing low equity dairy farms:** an application of multiperiod linear programming methods. University of Illinois, 1968. Tese Doutorado.

WEIGARTNER, M.H. **Mathematical programming and the analysis of capital budgeting problems.** Englewood Cliffs, New Jersey Prentice-Hall, Inc., 1963.

WHITE, T.K. **Credit and agricultural economic development-some observations on a brazilian case.** Purdue University, 1975. (Station Bulletin, 101).

Anexo A
RESTRIÇÕES DO MODELO BÁSICO

TABELA A.1. **Restrições incluídas no modelo empírico.**

Descrição	Unidade	Valor
1. Terra de culturas	ha	90
2. Pastagem natural	ha	230
3. Pastagem cultivada	ha	310
4. Terra de cerrado	ha	187
5. Terra melhorada	ha	0
6. Limite de produção de arroz	ha	150
7. Limite de produção de soja	ha	130
8. Limite de produção de milho	ha	130
9. Mão-de-obra set./nov.	dh	320
10. Mão-de-obra dez./fev.	dh	320
11. Mão-de-obra mar./maio	dh	320
12. Mão-de-obra jun./ago.	dh	320
13. Tração animal set./nov.	da	410
14. Tração animal dez./fev.	da	410
15. Trator set./nov.	hm	450
16. Trator dez./fev.	ha	450
17. Trator mar./maio	hm	0
18. Trator jun./ago.	hm	0
19. Capital de curto prazo	Cr$ 1.000	0
20. Capital de médio prazo	Cr$ 1.000	158
21. Capital de longo prazo	Cr$ 1.000	0
22. Débito principal	Cr$ 1.000	0
23. Débito juros	Cr$ 1.000	0
24. Capacidade de empréstimo	Cr$ 1.000	396
25. Patrimônio líquido	Cr$ 1.000	661
26. Benfeitorias para gado	Cr$ 1.000	49
27. Caixa inicial	Cr$ 1.000	0
28. Caixa final	Cr$ 1.000	0
29. Retorno líquido	Cr$ 1.000	0

Anexo B
ATIVIDADES DO MODELO BÁSICO

TABELA B.1. Atividades de produção no modelo básico.

Restrições	Unidade	Arroz			
		1	2	3	4
Terra de culturas	ha	1,0	1,0	1,0	-
Terra melhorada	ha	-	-	-	1,0
Pastagem	ha	-	-	-	-
Mão-de-obra set./ncv.	dh	1,7	-	-	-
Mão-de-obra dez./fev.	dh	10,0	5,0	3,0	3,0
Mão-de-obra mar./maio	dh	9,0	9,0	1,0	1,0
Mão-de-obra jun./ago.	dh	-	-	-	-
Tração animal set./nov.	da	-	0,7	-	-
Tração animal dez./fev.	da	-	0,2	-	-
Trator set./nov.	hm	3,6	3,6	4,6	4,6
Trator dez./fev.	hm	-	-	2,0	2,0
Trator mar./maio	hm	-	-	1,0	1,0
Capital curto prazo	Cr$	84,0	84,0	239,0	239,0
Capital médio prazo	Cr$	-	-	-	-
Benfeitorias gado corte	Cr$	-	-	-	-
Retorno líquido	Cr$	884,0	884,0	906,0	1.081,0

TABELA B.1. Continuação.

Restrições	Unidade	Soja			
		1	2	3	4
Terra de culturas	ha	1,0	1,0	1,0	-
Terra melhorada	ha	-	-	-	1,0
Pastagem	ha	-	-	-	-
Mão-de-obra set./nov.	dh	2,0	-	-	1,4
Mão-de-obra dez./fev..	dh	3,0	-	-	-
Mão-de-obra mar./maio	dh	10,0	-	-	-
Mão-de-obra jun./ago.	dh	-	-	-	-
Tração animal set./nov.	da	0,7	-	-	-
Tração animal dez./fev.	da	-	-	-	-
Trator set./nov.	hm	4,9	4,9	4,9	4,9
Trator dez./fev.	hm	1,0	5,5	5,5	5,5
Trator mar./maio	hm	-	2,2	2,2	2,2
Capital curto prazo	Cr$	308,0	308,0	308,0	308,0
Capital médio prazo	Cr$	-	-	-	-
Benfeitorias gado corte	Cr$	-	-	-	-
Retorno líquido	Cr$	524,0	524,0	524,0	652,0

TABELA B.1. Continuação.

Restrições	Unidade	Milho			
		1	2	3	4
Terra de culturas	ha	1,0	1,0	1,0	-
Terra melhorada	ha	-	-	-	1,0
Pastagem	ha	-	-	-	-
Mão-de-obra set./nov.	dh	1,4	-	-	-
Mão-de-obra dez./fev.	dh	6,0	2,0	3,0	3,0
Mão-de-obra mar./maio	dh	7,0	7,0	7,0	7,0
Mão-de-obra jun./ago.	dh	-	-	-	-
Tração animal set./nov.	da	-	0,5	-	-
Tração animal dez./fev.	da	-	1,5	-	-
Trator set./nov.	hm	3,9	3,9	5,2	5,2
Trator dez./fev.	hm	-	-	1,7	1,7
Trator mar./maio	hm	-	-	-	-
Capital curto prazo	Cr$	84,0	84,0	239,0	239,0
Capital médio prazo	Cr$	-	-	-	-
Benfeitorias gado corte	Cr$	-	-	-	-
Retorno líquido	Cr$	356,0	356,0	457,00	501,0

TABELA B.1. Continuação.

Restrições	Unidade	Gado de corte					
		1	2	3	4	5	6
Terra de culturas	ha	-	-	-	-	-	-
Terra melhorada	ha	-	-	-	-	-	-
Pastagem	ha	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Mão-de-obra set./nov.	dh	1,8	1,8	1,8	2,1	1,6	1,8
Mão-de-obra dez./fev.	dh	1,8	1,8	1,8	2,1	1,6	1,8
Mão-de-obra mar./maio	dh	1,8	1,8	1,8	2,1	1,6	1,8
Mão-de-obra jun./ago.	dh	1,8	1,8	1,8	2,1	1,6	1,8
Tração animal set./nov.	da	-	-	-	-	-	-
Tração animal dez./fev.	da	-	-	-	-	-	-
Trator set./nov.	hm	-	-	-	-	-	-
Trator dez./fev.	hm	-	-	-	-	-	-
Trator mar./maio	hm	-	-	-	-	-	-
Capital curto prazo	Cr$	13,5	13,5	12,7	614,0	534,0	12,4
Capital médio prazo	Cr$	716,0	730,0	960,0	900,0	800,0	1.086,0
Benfeitorias gado corte	Cr$	108,0	108,0	108,0	108,0	108,0	108,0
Retorno líquido	Cr$	250,0	245,0	228,0	186,0	246,0	216,0

TABELA B.2. Atividades de transferência de terra e aquisição de insumos do modelo básico.

Restrições	Unidade	Transferência de terra de cerrado		Transferência de terra com pastagem nativa		Transferência de terra de cultura para terra de cultura melhorada
		Cultura 1	Cultura 2	Cultura 1	Cultura 2	
Terra de culturas	ha	- 1,0	- 1,0	- 1,0	- 1,0	1,0
Pastagem natural	ha	-	-	1,0	1,0	-
Pastagem cultivada	ha	-	-	-	-	-
Cerrado	ha	1,0	1,0	-	-	-
Terra melhorada	ha	-	-	-	-	1,0
Mão-de-obra set./nov.	dh	-	-	-	-	-
Mão-de-obra dez./fev.	da	-	-	-	-	-
Mão-de-obra mar./maio	dh	-	-	-	-	-
Mão-de-obra jun./ago.	dh	25,0	-	15,0	-	-
Trator set./nov.	hm	1,0	1,0	1,0	1,0	-
Trator dez./fev.	hm	-	-	-	-	-
Trator mar./maio	hm	-	-	-	-	-
Trator jun./ago.	hm	-	3,0	-	2,5	-
Capital curto prazo	Cr$	15,0	60,0	15,0	52,5	-
Capital médio prazo	Cr$	-	-	-	-	300,0
Capital longo prazo	Cr$	-	-	-	-	-
Benfeitorias gado corte	Cr$	-	-	-	-	-
Retorno líquido	Cr$	- 15,0	- 60,0	- 15,0	- 52,0	- 300,0

TABELA B.2. Continuação.

Restrições	Unidade	Compra de mão-de-obra				Aluguel de trator		
		set./nov.	dez./fev.	mar./maio	jun./ago.	set./nov.	dez./fev.	jun./ago.
Terra de culturas	ha	-	-	-	-	-	-	-
Pastagem natural	ha	-	-	-	-	-	-	-
Pastagem cultivada	ha	-	-	-	-	-	-	-
Cerrado	ha	-	-	-	-	-	-	-
Terra melhorada	ha	-	-	-	-	-	-	-
Mão-de-obra set./nov.	dh	- 1,0	-	-	-	-	-	-
Mão-de-obra dez./fev.	da	-	- 1,0	-	-	-	-	-
Mão-de-obra mar./maio	dh	-	-	- 1,0	-	-	-	-
Mão-de-obra jun./ago.	dh	-	-	-	- 1,0	-	-	-
Trator set./nov.	hm	-	-	-	-	1,0	-	-
Trator dez./fev.	hm	-	-	-	-	-	- 1,0	-
Trator mar./maio	hm	-	-	-	-	-	-	-
Trator jun./ago.	hm	-	-	-	-	-	-	- 1,0
Capital curto prazo	Cr$	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0	-
Capital médio prazo	Cr$	-	-	-	-	-	-	-
Capital longo prazo	Cr$	-	-	-	-	-	-	30,0
Benfeitorias gado corte	Cr$	-	-	-	-	-	-	-
Retorno líquido	Cr$	- 10,0	- 10,0	- 10,0	- 10,0	- 10,0	- 10,0	- 30,0

TABELA B.2. Continuação.

Restrições	Unidade	Compra de		
		Colhedeira	Trator	Benfeitorias
Terra de culturas	ha	-	-	-
Pastagem natural	ha	-	-	-
Pastagem cultivada	ha	-	-	-
Cerrado	ha	-	-	-
Terra melhorada	ha	-	-	-
Mão-de-obra set./nov.	dh	-	-	-
Mão-de-obra dez./fev.	dh	-	-	-
Mão-de-obra mar./maio	dh	-	-	-
Mão-de-obra jun./ago.	dh	-	-	-
Trator set./nov.	hm	-	- 450,0	-
Trator dez./fev.	hm	-	- 450,0	-
Trator mar./maio	hm	- 450,0	-	-
Trator jun./ago.	hm	-	-	-
Capital curto prazo	Cr$	-	-	-
Capital médio prazo	Cr$	-	-	-
Capital longo prazo	Cr$	106.840,0	29.613,0	108,0
Benfeitorias gado corte	Cr$	-	-	- 108,0
Retorno líquido	Cr$	- 106.840,0	- 29.613,0	- 108,0

CONTROLE ÓTIMO DE ESTOQUE DE FERTILIDADE QUÍMICA DO SOLO PARA A SUCESSÃO TRIGO-SOJA NO RIO GRANDE DO SUL

Edgar A. Lanzer[1]
Quirino Paris[2]

INTRODUÇÃO

A importância sócio-econômica da sucessão trigo-soja no Rio Grande do Sul é notória. Em geral, estes cultivos têm sido classificados, juntamente com o arroz, como produtos do "segmento moderno" da lavoura sulina, isto é, obtidos através do emprego de uma tecnologia relativamente avançada. Uma parte significante desta tecnologia é representada pelos fertilizantes químicos que, segundo a Federação das Cooperativas de Trigo (1976), contribuem com cerca de 25% (vinte e cinco por cento) na formação do custo anual total do binômio. O emprego destes insumos é, geralmente, orientado por agentes de extensão e vendedores técnicos através de Tabelas de Recomendação de Adubação, desenvolvidas pela pesquisa agrícola. Estas tabelas foram revisadas e ampliadas por diversas vezes na última década, incorporando novos conhecimentos na medida em que são julgados adequados, através de um permanente processo de discussão entre pesquisadores de diversas instituições. Entretanto, ao economista agrícola causa estranheza o fato de que as recomenda-

1 Professor-Adjunto do Centro de Estudos e Pesquisas Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Caixa Postal 776 - CEP 90000 - Porto Alegre, RS.

2 Professor do Departamento de Economia Agrícola da Universidade da California, Davis (EUA).

ções permaneçam invariantes em relação a diferentes situações de preços dos insumos e dos produtos. A partir daí pode se questionar uma possível indução do agricultor a realizar ganhos econômicos subotimizados em conseqüência de recomendações que têm por meta simplesmente um máximo de produtividade física.

As considerações do parágrafo anterior indicam a necessidade de se avaliar a adequação econômica das recomendações de emprego de fertilizantes na sucessão trigo-soja no sul do Brasil. Porém, para que este objetivo seja adequadamente alcançado, é necessário também discutir o modo de fazê-lo. Este pré-requisito se origina na observação de que, decorridos mais de vinte anos desde os famosos seminários da Tennessee Valley Authority entre especialistas em Ciências de Solos e em Economia Agrícola (Baum et al. 1956, 1957), permanecem ainda sensíveis diferenças na metodologia da **pesquisa aplicada** que é produzida em cada uma daquelas áreas de conhecimento.

Os trabalhos empíricos conduzidos pelos economistas rurais, geralmente, se iniciam com o pressuposto de que a produtividade é uma função estritamente côncava e duplamente diferenciável dos diversos tipos de fertilizantes. Variáveis relativas ao clima, a análise de solo e ao tipo de solo não são, freqüentemente, encontrados como argumentos da função de produção. Mas, mesmo como quando o são, o pressuposto de que a função de produção é linear nos seus parâmetros é ainda retido. Em conseqüência, todo um conjunto de técnicas de regressão linear pode ser imediatamente aplicado aos dados disponíveis.

Os especialistas em solos, por sua vez, estimam respostas dos rendimentos a cada nutriente separadamente, sob a condição de que os demais nutrientes sejam "não-limitantes". As interações entre análises químicas e tipos de solo são avaliados através de um processo de "calibração". A produtividade é geralmente tratada como pontos percentuais de um **teto** ou **plateau**. As especificações funcionais das curvas de resposta adotadas pelos agrônomos raramente podem ser estimadas por métodos de regressão linear.

Os efeitos residuais de fertilizantes muito poucas vezes são encontrados na pesquisa empírica produzida pelos economistas rurais. Os especialistas em solos, porém, consideram este ponto fundamental na elaboração de tabelas de recomendação de uso de adubos (Ryan 1972 e Rouse 1968).

Para o economista agrícola a maior dificuldade de entender o enfoque adotado pelos especialistas em solo reside no fato destes trabalharem sem uma especificação formal completa de seu modelo de análise. Conseqüentemente, os pressupostos que embasam os métodos adotados pelos especialistas em solo na pesquisa de respostas ao emprego de adubos não são fácil e imediatamente reconhecidos e entendidos pelos economistas agrícolas. Este é um aspecto que não pode mais receber uma atenção apenas marginal, pois existe uma possibilidade real de que os modelos analíticos geralmente adotados pelos economistas agrícolas no passado contenham sérias divergências com os princípios da Ciência de Solos adotados pelos especialistas desta área.

Em vista da discussão anterior, conclui-se que o exame do problema empírico, proposto inicialmente neste trabalho, deverá ser precedido pela elaboração do modelo de análise. Assim, na seção seguinte, será discutido um modelo formal incorporando os fundamentos teóricos adotados pela Ciência de Solos. Posteriormente, o modelo será estimado a partir de dados experimentais com fertilizantes em trigo e soja disponíveis no Rio Grande do Sul para, por fim, proceder-se à análise econômica normativa e, conseqüente, à avaliação das Tabelas de Recomendação, produzidas pela pesquisa agrícola, para as culturas de trigo e soja.

ELABORAÇÃO DO MODELO DE ANÁLISE

Abstraindo erros aleatórios, a produtividade de um cultivo é função de diversos fatores, tais como:

$$y = f(W, S, Z/G, O) \tag{1}$$

onde y significa rendimento da cultura, W é um vetor de ocorrências climáticas; S é um vetor de variáveis descritivas do tipo de solo, tais como conteúdo percentual de argila, profundidade da camada arável, capacidade de retenção de água e potencial redox; Z é o vetor de disponibilidade total de nutrientes, isto é, $Z = B + X$, onde B é o vetor de disponibilidade de nutrientes no solo e X é o vetor de disponibilidade de nutrientes aportado por fertilizantes; G e O são vetores representando carga genética e outros fatores (tais como densidade de plantio) que influenciam a função de resposta.

A relação (1) é muito geral para a pesquisa aplicada. A discussão a seguir visa a estabelecer relações formais entre os diversos argumentos da relação (1) de modo a obter-se um modelo operacional aderente aos princípios teóricos adotados em Ciências de Solos. Estes princípios, que serão detalhados na seqüência, são o de "teto de rendimentos", "essencialidade", "rendimentos relativos" e "calibração de análises de solo".

Forma da função de resposta a macronutrientes

A primeira proposição algébrica para a apresentação de curvas de resposta do rendimento dos cultivos ao emprego de fertilizantes foi a de Mitscherlich, em 1909. Após o ajustamento de diversas equações a um conjunto de dados experimentais, Mitscherlich concluiu que a equação mais adequada era:

$$y = A\,(1 - e^{-c(x + b)}) \qquad (2)$$

onde y significa produtividade e x é a quantidade do nutriente variável adicionado pela adubação. As letras **A**, **b** e **c** são parâmetros do modelo: **A** representa um máximo assintótico, **b** representa a quantidade de nutriente existente no solo antes da adubação e **c** é o coeficiente de resposta propriamente dito. Para a validação do modelo, Mitscherlich admitia que a disponibilidade dos demais nutrientes deveria estar em níveis "não-limitantes"[3].

O trabalho de Mitscherlich gerou considerável controvérsia entre os cientistas agrícolas. Contudo, a raiz desta controvérsia não está na proposição algébrica (2) *per se*, mas sim na teoria mantida por Mitscherlich, de que o parâmetro c seria invariante em relação à espécie de cultivo, ao tipo de solo e às condições climáticas em geral[4]. Na verdade, a equação (2) é, de longe, a mais empregada em pesquisas aplicadas produzidas por agrônomos até os nossos dias (Crowther & Yates 1941; Bray 1958 e Rouse 1968).

É interessante notar que a equação (2) não apresenta nem uma fase inicial de retornos crescentes nem uma fase final de depressão na produtividade causada pelo excesso de fertilizante. Entretanto, estas limitações são consideradas de pouca importância pelos cientistas agrícolas: seus resultados experimentais têm freqüentemente indicado que:

a. a fase de retornos crescentes é relativamente curta; e

b. a depressão de produtividade só ocorre quando os fertilizantes são empre-

---

3 As relações entre produtividade e dois ou mais nutrientes variáveis serão examinadas no item **A forma da isoquanta entre macronutrientes** adiante.

4 As relações entre produtividade, clima e tipo de solo serão discutidas no item **O efeito do *clima e do tipo de solo*,** adiante.

gados em doses muito além do mínimo requerido para atingir o "teto de rendimentos" (Fig. 1).

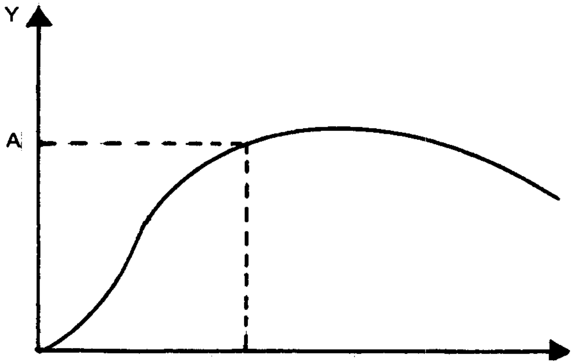


FIG. 1. Relação geral entre a disponibilidade de um nutriente e a quantidade de crescimento da planta (Russel 1973).

A extensão deste teto é considerada particularmente pronunciada para macronutrientes como Nitrogênio (N), Fósforo (P) e Potássio (K) (Corey & Schulte 1973).

A noção de que a curva de resposta tende a ser quase-côncava em vez de estritamente-côncava parece ser bem estabelecida entre os cientísticas agrícolas. Outras formas algébricas propostas por agrônomos retiveram o conceito de "teto de rendimento" introduzido pela equação de Mitscherlich. Exemplos neste sentido são a fórmula de Maskell, proposta por Balmukand (1928) e a equação de Liebig, porposta por Cate & Nelson (1971):

$$y^{-1} = A^{-1} + c\,(b + x)^{-1} \qquad (3)$$

$$y = \mathrm{Min}\left\{ A;\ c\,(b + x) \right\} \qquad (4)$$

Nesta pesquisa, será adotada a hipótese de que, em geral, a curva de resposta da produtividade dos cultivos à adição de fertilizantes tende a apresentar um máximo em forma de plateau ou teto. Embora a adoção desta hipótese permita descartar desde logo uma série de especificações algébricas que não a atendem, o problema de escolha de uma forma algébrica ainda persiste, pois tanto a equação (2) quanto a (3) ou a (4) satisfazem o requisitivo adotado. Na verdade, a especificação de uma forma algébrica é dispensável na pesquisa aplicada, podendo-se estimar as curvas de resposta por aproximação através de funções segmentadas. Este tópico será objeto de discussão mais detalhada quando da apresentação dos Resultados.

O efeito do clima e do tipo de solo

No início do item **Forma da função de resposta a macronutrientes** foi mencionado que Mitscherlich mantinha o ponto de vista de que o coeficiente c, na equação (2), era invariante em relação ao tipo de solo e às condições climáticas. Mitscherlich, através dos resultados empíricos obtidos em suas pesquisas, acreditava que o efeito daquelas variáveis se fazia sentir apenas no parâmetro A, isto é, no máximo assintótico. O trabalho de Mitscherlich deu origem a "teoria dos rendimentos relativos". De fato, se o coeficiente c na equação (2) é muito estável, então (y/A), isto é, o rendimento relativo, depende apenas de (b + x), isto é, do nível de disponibilidade total de nutriente (z).

A teoria dos rendimentos relativos repousa numa hipótese de separabilidade multiplicativa entre os efeitos do clima e o tipo de solo e os efeitos da fertilidade química sobre a produtividade. Sob a teoria de rendimentos relativos, a função de resposta (1) pode ser escrita como:

$$y = h\ (W, S) \cdot g(z) \qquad (5)$$

onde, por simplicidade, abstraiu-se os fatores G e O citados na equação (1). É possível demonstrar (Lanzer 1977a) que a equação (5) pode ser alternativamente escrita como:

$$y = A_{WS} \cdot g(z) \qquad (6)$$

onde $A_{WS} = \underset{z}{\text{Max}} \{y;\ \text{dados W e S}\};\ 0 \leqslant g(z) \leqslant 1$. Assim, A_{WS} é o teto de rendimentos para um clima W e um tipo de solo S. Por outro lado, a disponibilidade total de um nutriente, z, é dita "não limitante" e representada por z^* se $g(z^*) = 1$ (ou, pelo menos, $g(z^*) \rightarrow 1$).

É evidente que a equação de Mitscherlich, em conjunto com a hipótese de estabilidade do coeficiente c, é apenas um caso particular da função (6). A importância da teoria dos rendimentos relativos não deve ser subestimada: uma vez conhecida a função g (z) para um cultivo e nutriente, esta função geral é particularizada para cada local específico, utilizando a expectância do teto de produtividade física local como "inflator" de g (z). Por outro lado, a obtenção de uma estimativa do teto de produtividade local é facilitada pela forma geral de g (z) (Fig. 1). Além disto a teoria expressa na equação (6) prevê um índice para a incorporação dos efeitos (W, S) quando se pretende estimar g (z) a partir de uma massa de dados experimentais de diferentes anos e locais; este índice, evidentemente, é A_{WS}, isto é, o teto de rendimentos observados em cada local e ano.

Qual é, no entanto, o suporte empírico da equação (6) ? O volume de pesquisa biológica nesta área é relativamente pequeno, mesmo porque a variável z incorpora uma quantidade não observável que é a disponibilidade inicial de nutrientes no solo[5]. No entanto, o trabalho de Bray estabelece uma explicação biológica para a separabilidade de efeitos proposta na equação (6) através do conceito de "nutrientes relativamente imóveis". Por este conceito a equação (6) seria válida para o Fósforo e o Potássio, mas excluiria o Nitrogênio. Hildreth (1956), todavia, analisando uma grande massa de dados experimentais com N em diversos locais e anos, concluiu que os efeitos de tipo de solo, clima e fertilidade eram aditivos em logarítmos e sem interações significativas. Isto, evidentemente, dá suporte à teoria de rendimentos relativos.

Neste trabalho será adotada a hipótese de que o efeito do clima e tipo de solo sobre a curva de resposta de um cultivo, a níveis variáveis de disponibilidade de nutrientes, é do tipo multiplicativo (teoria de rendimentos relativos). A nível de pesquisa aplicada, entretanto, a adoção desta hipótese requer uma importante qualificação em termos de métodos químicos de análise de solo. Este ponto será discutido no item **A interpretação de análises químicas do solo**, adiante.

A forma da isoquanta entre macronutrientes

Que tipo de relação existe entre a produtividade de um cultivo e a disponibilidade variável de dois nutrientes ? Esta questão foi objeto da pesquisa do químico alemão Justus Von Liebig no início do século XIX. A partir das suas observações, Liebig estabeleceu a "Lei do Mínimo", segundo a qual a produtividade de um cul-

[5] A variável b **não** é definida como o nível de nutrientes medido na análise de solo antes da adubação, mas sim como o nível de nutriente disponível no solo para o aproveitamento pelas plantas antes da adubação. A diferença entre estes conceitos será elaborada com mais detalhe no item **A interpretação de análises químicas do solo,** adiante.

tivo é limitada pela disponibilidade do nutriente mais escasso, crescendo proporcionalmente com o aumento na disponibilidade deste último até que a disponibilidade de um outro nutriente se torne limitante. Mais ainda, variações na disponibilidade de outros nutrientes, que não o mais limitante (ou "em mínimo"), não afetariam as produtividades de modo significativo. É importante notar que a "Lei do Mínimo" contém dois princípios distintos. O primeiro deles, de proporcionalidade, subentende linearidade da resposta do cultivo a adições de nutrientes. Este princípio foi criticado por Mitscherlich, que contrapropôs uma curva de resposta com rendimentos decrescente aos rendimentos de Liebig. O segundo princípio introduzido pela "Lei do Mínimo" foi o de forte complementariedade entre os nutrientes das plantas. A noção de que nutrientes distintos exercem funções distintas nos processos fisiológicos vegetais e que, portanto, não se podem substituir entre si, tem recebido um sólido apoio por parte dos cientistas de solo desde Liebig. Modernamente a teoria de Liebig equivale ao conceito de "elementos essenciais". Este conceito é básico em Ciência de Solo (Epstein 1972) e (Brady 1974). Um nutriente é considerado essencial se não puder ser substituído por outro (Malavolta et al. 1964). Os macronutrientes Nitrogênio, Fósforo e Potássio são os exemplos clássicos de nutrientes essenciais.

Num tal contexto, é evidente a inadequação do conceito isoquanta diferenciável côncava e com taxa marginal de substituição continuamente decrescente. Barber (1973) diz que: "os economistas ... indicaram que existe um número de combinações diferentes que geram uma determinada produtividade dos cultivos... Mas uma vez que P não pode substituir K na planta, qualquer possibilidade de substituição deve ser muito pequena".

Poder-se-ia supor, todavia, que a eventual existência de substituição entre nutrientes decorreria de efeitos de solubilização de um nutriente no solo pela adição de outro. De fato tal possibilidade existe entre Cálcio e Fósforo: o uso de calcário pode solubilizar, em certos solos, algumas formas "fixas" de Fósforo. Entre Nitrogênio, Fósforo e Potássio, todavia, tal possibilidade é muito remota. E mesmo que não o fosse, é importante notar que teria interesse apenas para análise miópicas de curto prazo. Afinal, se as plantas utilizam os nutrientes numa forma tal que nenhuma substituição significativa ocorre, então a incorporação exógena de nutrientes eventualmente deverá seguir o mesmo princípio. Em suma: existe um horizonte finito para o emprego de qualquer processo de substituição que envolva a solubilização de estoques "fixos" no solo: daí vem a opinião de Tisdale & Nelson (1971) sobre a incoerência do conceito de substituição para o delineamento de estratégias de fertilização, a longo prazo.

A Fig. 2 representa um conjunto hipotético de isoquantas, segundo a hipótese de essencialidade dos macronutrientes. Esta hipótese será adotada na análise do problema empírico que motivou este trabalho.

É salientado, na Fig. 2, o fato de que a inexistência de substituição não determina, necessariamente, proporções fixas e conseqüente linha de expansão linear. De fato, proporções fixas é apenas um caso especial de não-substituição.

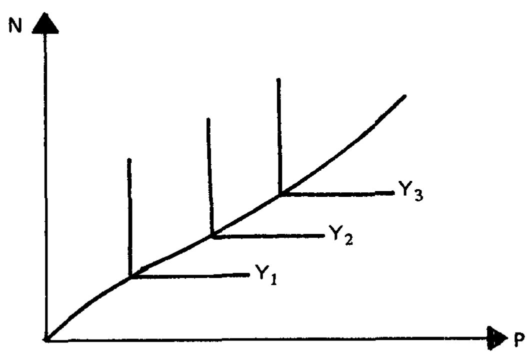


FIG. 2. Isoquantas entre nutrientes essenciais.

A hipótese de não-substituição, em conjunto com a de rendimentos relativos, se traduz no seguinte modelo formal:

$$y = A_{WS} \cdot \underset{N,P,K}{\mathrm{Min}} \left\{ g_N(Z_N);\ g_P(Z_P);\ g_K(Z_K) \right\} \qquad (7)$$

onde g_N, g_P e g_K são as funções de resposta relativa à disponibilidade total de N, P e K, respectivamente, e A_{WS} é o teto de rendimentos, dado clima e solo.

Alternativamente, as hipóteses de não-substituição e rendimentos relativos podem ser representadas como:

$$\mathrm{Max} \quad y = A_{WS} \cdot R \qquad (8)$$

$$\text{dado} \quad g_i(z_i) - R \geq 0 \quad (i = N, P, K)$$

onde R é a produtividade relativa. Observa-se que, dado A_{WS}, a produtividade física y é limitada pela menor esposta relativa g_i $(i = N, P, K)$.

A interpretação de análises químicas do solo

Nas seções anteriores, a disponibilidade do i-ésimo nutriente para uso pelo cultivo foi representada por:

$$z_i = b_i + x_i$$

onde b_i é a disponibilidade do nutriente i existente no solo (decorrente de adubações passadas e/ou nativa) e x_i é a disponibilidade adicional aportada pela adubação para o cultivo que se irá iniciar.

A variável b_i é medida nas mesmas unidades da variável x_i. Entretanto, a Ciência de Solos ainda não conseguiu elaborar um método para a realização de análises químicas do solo capaz de permitir esta adição de modo direto. Isto é, devido ao fato de que as formas químicas com que se apresenta um nutriente qualquer no solo serem muito variadas. O que se tem, então, é apenas um indicador *proxy* para o verdadeiro valor de b_i. Admite-se que o valor b_i^* indicado no teste químico do solo seja proporcional a b_i, isto é:

$$b_i = \lambda_i b_i^* \tag{9}$$

Na terminologia de Ciências de Solos, o coeficiente λ_i é denominado "coeficiente de recuperação". Note que λ_i transforma as unidades de medida de b_i^* (ex: ppm de P) em unidades de x_i (ex: kg/ha de P_2O_5). Idealmente, este coeficiente deveria ser independente das variáveis que caracterizam o tipo físico do solo. Esta condição é requerida para a consistência do princípio de rendimentos relativos. Entretanto, não existem ainda métodos químicos de análise de solo que cumpram integralmente esta condição. Na prática, o coeficiente λ_i varia de um tipo de solo para outro, de modo que os agrônomos procuram classificar os solos, de uma dada região, de acordo com a magnitude deste coeficiente. Se, para um dado método de análise química, o número de tipos de solos existentes na região verifica-se ser demasiadamente grande, os cientistas de solo tentam contornar o problema pesquisando métodos de análise química alternativas. Este processo é denominado de "calibração de análise de solos". Idealmente, o processo de calibração termina com a identificação de um método de análise química, capaz de produzir estimativas do conteúdo de nutriente no solo com coeficiente de recuperação similar para todos os solos de uma região.

O coeficiente λ_i pode ser estimado diretamente através de análises de solo anteriores e posteriores à aplicação de doses controladas de fertilizantes, obtendo-se, então, a equivalência entre unidades de medida da análise de solo (ex: ppm de P) e a unidade de medida do fertilizante (ex: kg de P_2O_5/ha). Alternativamente, o coeficiente de recuperação pode ser estimado, implicitamente, na função de resposta do cultivo ao emprego de fertilizante. Estes pontos serão mais elaborados nos itens **Estimação das funções de efeito residual** e **Estimação das funções de resposta.**

Na ausência de pesquisa adiantada em calibração da análises de solo, os coeficientes λ_i serão melhor entendidos como funções $\lambda_{i,s}$, isto é, variáveis de acordo com indicadores do tipo de solo. Por exemplo: o método de análise química para fósforo denominado "Carolina do Norte" apresenta um coeficiente de recuperação que, nas condições do Rio Grande do Sul, é bastante afetado pelo teor de argila do solo. Em conseqüência, uma interpretação correta do teor obtido numa análise requer o conhecimento da textura do solo amostrado (por ex: b^*_p = 9 ppm de P significa um "alto" estoque de Fósforo para um solo argiloso e um "baixo" estoque para um solo arenoso).

Efeitos residuais de fertilizantes

A análise econômica da resposta dos cultivos ao emprego de fertilizantes precisa considerar a questão do efeito residual. Isto se deve a que "na medida em que os adubos são aplicados em quantidades crescentes, torna-se aparente que uma atenção crescente deve ser devotada ao valor do seu efeito residual. Em muitos casos, o custo do fertilizante é descarregado no cultivo imediato que o recebeu. Entretanto, o efeito residual é como dinheiro no banco e é parte da questão econômica da fertilização. Portanto, é evidente que se pretende fazer uma avaliação crítica do uso de fertilizantes, o valor do efeito residual deve ser levado em conta" (Tisdale & Nelson (1971). Assim, o problema de fertilização do solo tem uma característica fundamentalmente dinâmica: a aplicação de uma dose x_i do i-ésimo nutriente no início do período t irá afetar, com intensidades decrescentes, um número variável de cultivos subseqüentes. O problema de fertilidade do solo é, então, um problema de estocagem; é necessário determinar qual o estoque ótimo e qual a dosagem periódica de fertilizantes que mantém o estoque no nível visado. A avaliação de estoques pode ser feita, implicitamente, na função de resposta ao fertilizante (Stauber et al. 1975, Lanzer 1977b) ou através de funções explícitas para descrever a dinâmica da fertilidade do solo. Neste último caso pode-se postular, de modo geral, que:

$$b^*_{i,t} = h_i(b^*_{i,t-1}, x_{i,t-1}) \qquad (10)$$

onde:

$b^*_{i,t}$: teor, na análise de solo, do i-ésimo nutriente no período t

$x_{i,t}$: aplicação do i-ésimo nutriente em forma de fertilizante no período t

h_i : uma função cujos parâmetros dependem do tipo do solo e do clima ocorrido no período t-1.

O problema dinâmico de fertilização do solo consiste em encontrar um valor alvo para b_i^* e doses x_i que, aplicadas periodicamente, mantém o teor na análise de solo próximo ao desejado. Em geral, os agrônomos procuram valores para b_i^*, associados a níveis de produtividade física próximos aos tetos de rendimento. Na verdade estes valores deveriam decorrer de um processo de otimização econômica. Este ponto será objeto de discussão no **Controle ótimo do estoque de fertilidade química.**

Síntese

Nas seções anteriores, foram discutidos certos princípios de Ciências de Solos relevantes na especificação de um modelo formal para a análise econômica do uso de fertilizantes. A discussão levou a concluir que a função de resposta dos cultivos à disponibilidade de um macronutriente apresenta-se com um máximo em forma de **plateau** ou **teto** relativamente extenso e que as possibilidades de substituição entre nutrientes são muito limitadas. Além disto, o efeito de variáveis climáticas e do tipo de solo parece atuar multiplicativamente sobre a resposta à disponibilidade de nutrientes. Em conseqüência, a expectância do teto de produtividade pode ser utilizada como inflator da curva de resposta expressa em rendimentos relativos. Entretanto, no nível de aplicação empírica, esta possibilidade é condicionada pela existência de pesquisa em calibração de métodos químicos de análises de solo. Para solos que apresentem coeficientes de recuperação semelhantes, a resposta de um cultivo à aplicação de fertilizantes pode ser escrita como:

$$\text{Max } y_t = A_t \cdot R_t \qquad (11)$$

$$\text{dado } g_i(\lambda_i b_{it}^* + x_{it}) - R_t \geq 0 \ (i = N, P, K)$$

$$x_{it} \geq 0$$

onde:

y_t: produtividade física do cultivo na safra t,

A_t: teto de rendimento físico permitido pelas condições climáticas vigentes na safra t, dadas as condições físicas do solo,

R_t: rendimento relativo permitido pelas condições de fertilidade química na safra t $(0 < R < 1)$,

g_i: função de resposta do rendimento relativo à disponibilidade do i-ésimo nutriente $(0 < g_i(.) < 1)$,

λ_i: coeficiente de recuperação do i-ésimo nutriente,

b^*_{it}: teor do i-ésimo nutriente indicado na análise química do solo antes de aplicação de fertilizantes, na safra t.

X_{it}: quantidade do i-ésimo nutriente aplicada por unidade de área em forma de fertilizante, na safra t,

Por outro lado, dada a existência de efeitos residuais dos fertilizantes, o modelo (11) tem sua extensão dinâmica através da incorporação da equação (10), discutida no item **Efeitos residuais de fertilizantes.**

Finalmente, para os casos em que a pesquisa de calibração ainda é incipiente ou pouco conclusiva, os coeficientes de recuperação devem ser substituídos por funções $\lambda_{i,s}$, dependentes de variáveis que caracterizam o tipo de solo.

Controle ótimo do estoque de fertilidade química

No item **Efeitos residuais de fertilizantes**, já foi mencionado que o problema de fertilização química do solo é um problema com características dinâmicas. Trata-se, em suma, de encontrar um estoque de fertilidade ótimo – medido por análises químicas do solo – e níveis de reposição periódicos – na forma de fertilizantes –, capazes de sustentar o estoque em torno do nível visado. Qual é, todavia, o significado de "nível ótimo do estoque de fertilidade"? Para o produtor inserido em um sistema de mercado, este nível é aquele que gera o maior valor presente de retornos sobre um horizonte infinito[6]. Em vista da formalização anterior da resposta do cultivo ao emprego de fertilizantes, o problema bioeconômico relevante é:

---

[6] Na medida em que o preço de mercado da terra é um reflexo dos retornos que ela pode gerar, sendo estes recursos positivamente influenciados pelo estoque existente de fertilidade química, a adoção de horizontes de planejamento infinitos é equivalente à adoção de horizontes finitos com venda terminal do capital produtivo (Burt 1981).

$$\text{Max} \quad \pi = \sum_{t=1}^{\infty} \left\{ P_t (A_t . R_t) - \sum_{i = N,P,K} r_{i,t}\, x_{i,t} \right\} \left\{ 1 + j \right\}^{-t} \qquad (12)$$

$$\text{dado } g_i \,(\lambda_i\, b^*_{i,t} + x_{i,t}) - R_t > 0 \quad (i = N,P,K;\ t = 1,2,\ldots,\infty)$$

$$b^*_{it} - h_i \,(b^*_{i,t-1}\, , x_{i,t-1}) = 0 \quad (i = N,P,K;\ t = 1,2,\ldots,\infty)$$

$$b^*_{i,0} = (\text{dado})\ (i = N,P,K)$$

onde π é o valor presente do retorno pelo uso de fertilizantes, P_t é o preço real do produto no período t, $r_{i,t}$ é o preço real do i-ésimo tipo de fertilizante no período t, j é a taxa de juros real por período e os demais símbolos são como anteriormente definidos.

O problema (12) pressupõe conhecimento futuro dos valores A_t, P_t e $r_{i,t}$, isto é, dos tetos de produtividade permitidos pelo clima e dos preços do produto e dos fertilizantes a cada safra futura. Sendo esta pressuposição evidentemente implausível, aqueles valores são melhor entendidos como valores esperados para as respectivas variáveis. Eventualmente, a especificação do modelo de otimização poderia ser enriquecida pela inclusão de riscos mas, de certo modo, uma avaliação neste sentido pode ser obtida em uma análise de sensibilidade da solução em termos das relações de preço entre produto e insumos. Deve ser observado ainda que eventuais limitações de orçamento na aquisição de fertilizantes podem ser facilmente incorporadas no modelo (12).

A solução do modelo (12), sob uma hipótese de constância nos preços e tetos de rendimento esperados, deve convergir sobre valores constantes de b^*_{it} e x_{it} (para $t \geq T$). Os valores de convergência de b^*_{it} e x_{it} representam, respectivamente, o nível de estoque ótimo e o nível de reposição periódico do i-ésimo nutriente. Uma vez estimado o valor b^*_{it} desejado para cada nutriente, recomendações de aplicação de fertilizantes podem ser derivados através das equações de efeito residual (equação (10), item **Efeitos residuais de fertilizantes**), relacionando-se então os valores correntes e os valores desejados para as análises de solo com as aplicações de fertilizantes.

RESULTADOS

Retorna-se, agora, ao exame do problema empírico proposto inicialmente, isto é, avaliar a adequação econômica das recomendações de adubação para a sucessão trigo - soja no Rio Grande do Sul.

Para estimar funções de efeito residual e de resposta da soja e do trigo a nitrogênio, fósforo e potássio dispunha-se de dados relativos a 38 experimentos realizados no período 1968 a 1976 em mais de 20 locais diferentes. Estes experimentos foram conduzidos pelo Departamento de Solos da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pela Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária – Centro Nacional de Pesquisa de Trigo e pelo Instituto de Pesquisas Agronômicas/Secretaria da Agricultura (RS). Os delineamentos variavam desde testes com apenas um nutriente e um cultivo até fatoriais com N, P e K na sucessão trigo-soja por cinco anos consecutivos. Em todos os casos se dispunha de análises de solo pré-cultivo (P, K e Matéria Orgânica; os dois primeiros pelo método Carolina do Norte e o último por combustão úmida) e em todos os casos as fontes de N, P e K foram, respectivamente, uréia, superfosfato triplo e cloreto de potássio. Uma descrição mais detalhada dos experimentos pode ser encontrada em Lanzer (1977a).

Estimação das funções de efeito residual

Para a estimação das funções de efeito residual de Fósforo e Potássio adotou-se um modelo linear sob uma hipótese de declínio da fertilidade com taxa geométrica:

$$b^*_{it} = \theta_i \, (b^*_{it-1} + \lambda_i^{-1} \, x_{it-1}) + u_{it} \quad (i = P, K) \tag{13}$$

onde θ_i é a taxa geométrica de permanência no estoque do i-ésimo nutriente e $u_{it} = \rho_i \, u_{it-1} + e_{it}$, sendo e_{it} um erro aleatório com distribuição normal e média nula e ρ_i um coeficiente de autocorrelação. Deve ser notado que o termo entre parêntesis em (13) representa a disponibilidade total do i-ésimo nutriente no período t-1, medindo-se este estoque nas mesmas unidades adotadas para medir os teores de nutrientes no solo. Assim, a equação (13) diz que o estoque do período t será uma fração ($0 < \theta < 1$) do estoque do período anterior, sendo o efeito residual da adubação tanto maior quanto mais próxima da unidade se situar o parâmetro θ. No caso da sucessão trigo-soja, a unidade de tempo é um período de aproximadamente seis meses.

Defasando (13) um período, multiplicando por ρ_i e subtraindo de (13) chega-se a:

$$b^*_{it} = \rho_i \, b^*_{it-1} + \theta_i (b^*_{it-1} - \rho_i \, b^*_{it-2}) + \theta_i \, \lambda_i^{-1} \, (x_{it-1} - \rho_i \, x_{it-2}) + e_{it} \tag{14}$$

Os parâmetros de (14) foram estimados por regressão não-linear. Os resultados estão na Tabela 1. Para o caso do fósforo foi adotada uma ligeira modificação em (14), incluindo o tipo de sϕlo em uma **dummy** de modo que o coeficiente de recuperação (λ_p) estimado para solos argilosos (tipo 1) fosse o dobro do que para os outros casos (tipo 2). Esta informação é considerada muito segura por parte dos cientistas de solo locais.

TABELA 1. Estimativas das funções de efeito residual para fósforo e potássio na sucessão trigo-soja (RS).

Parâmetro[a]	Estimativas para fósforo	Estimativas para potássio
θ_i	0,88950 (0,02090)[b]	0,81390 (0,01210)
λ_i^{-1}	0,02072[c] (0,00230)	0,26820 (0,03653)
ρ_i	-0,67470 (0,04163)	-0,41540 (0,04876)
Nº de observações	345	420
R^2	0,7881	0,3542

[a] Seg. equações (13) e (14).

[b] Erros-padrões assintóticos entre parênteses.

[c] Para solos argilosos; para outros solos a estimativa deve ser multiplicada por dois.

Duas observações se destacam nos resultados da Tabela 1. Em primeiro lugar, as estimativas das taxas de permanência de fertilidade são relativamente próximas da unidade, tanto para P quanto para K. Isto significa que o efeito residual de fertilizantes é muito elevado para ambos os nutrientes nos solos sulinos. A permanência do Fósforo é estimada em 88,95% por semestre e a do Potássio em 81,39% por semestre. Em segundo lugar, tomando os inversos dos coeficientes estimados λ_i^{-1} (i = P, K), conclui-se que:

a. cada ppm no teor de P em análise química para solos argilosos é equivalente a uma aplicação de 48,26 kg de P_2O_5/ha (e 24,13 para solos do tipo 2); e

b. cada ppm no teor de K indicado na análise química do solo equivale a uma aplicação de 3,73 kg de K_2O por ha.

No caso do fósforo um modelo incondicional também foi ajustado aos dados, obtendo-se estimativas λ_p = 51,69 para solos tipo 1 e λ_p = 22,80 para solos tipo 2.

Estimação das funções de resposta

Para representar as funções de resposta do trigo e da soja à disponibilidade total de fósforo e potássio decidiu-se empregar funções lineares segmentadas (Fig. 3). Esta escolha permite grande flexibilidade de ajustamento, tornando dispensável qualquer discussão sobre formas algébricas específicas. Poirier (1973) descreve a estimação de uma função linear segmentada através de regressão linear múltipla: "considere uma variável y que é uma função linear segmentada da variável x com nós nas abcissas $x_1, x_2, \ldots, x_{k-1}$ ($x_1 > 0$). Então, para qualquer valor de x, y pode ser definido como:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1^* + \beta_2 x_2^* + \ldots + \beta_k x_k^* \tag{15}$$

onde:

$$x_1^* = x$$

$$x_2^* = \text{Max}\,(x - x_1 ; 0)$$

$$x_3^* = \text{Max}\,(x - x_2 ; 0)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x_k^* = \text{Max}\,(x - x_{k+1} ; 0)$$

O coeficiente β_1 representa a inclinação da função no primeiro segmento, e cada um dos β_j seguintes (j = 2, 3, . . . , k) representa a mudança de inclinação do segmento j - 1 para o segmento j. A inclinação do j-ésimo segmento é ($\beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_j$)". (Poirer 1973). A equação (15) é, evidentemente, estimável por regressão linear múltipla.

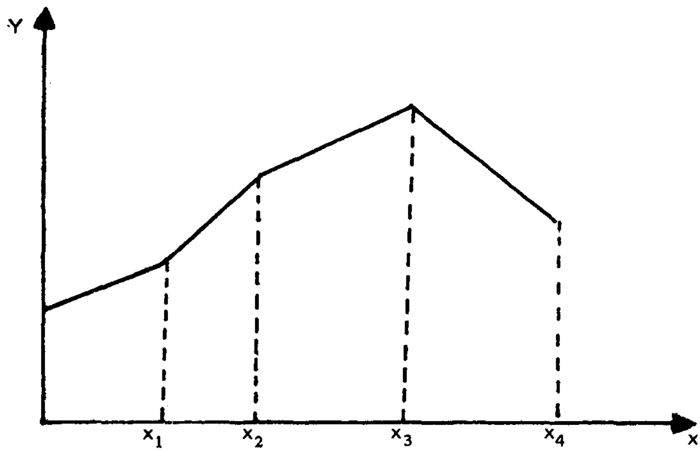


FIG. 3. Representação gráfica de uma função linear – segmentada com nós em x_1, x_2, x_3 e x_4.

A estimação das respostas do trigo e da soja ao fósforo e potássio foi feita como se segue. Dadas as estimativas dos coeficientes λ obtidas nas funções de efeito residual, as disponibilidades totais de P e K (z_p e z_k) foram computadas para cada observação segundo $z_i = \lambda_i b_i^* + x_i$ (i = P, K). Os dados usados para estimar a resposta a cada nutriente incluíam apenas aquelas observações para as quais a disponibilidade dos outros nutrientes era bastante elevada e não-limitante (segundo os teores de análise de solo e recomendações de adubação (Rio Grande do Sul. Universidade Federal 1973). A função linear segmentada especificada em todos os casos foi:

$$Y_{ne} = \alpha M_e \sum_{m=1}^{m=6} \beta_m V_{mne} + u_{ne} \qquad (16)$$

onde Y_{ne} é o rendimento (kg/ha) observado no n-ésimo tratamento do e-ésimo experimento, M_e é o maior rendimento observado no e-ésimo experimento (note que αM_e é usado como *proxy* para o teto de rendimento do é-simo experimento) e onde

$V_{1me} = Z_{ne}$

$V_{2ne} = \text{Max}(L_1 - Z_{ne}; 0)$

$V_{3ne} = \text{Max}(L_2 - Z_{ne}; 0)$, etc., sendo Z_{ne} a disponibilidade total do nutriente (P ou K) no n-ésimo tratamento do e-ésimo experimento e L_j ($j = 1, 2, \ldots, 5$) os nós de referência para segmentação. Estes nós foram escolhidos como os pontos médios das classes de teores de análises de solos adotados nas tabelas de recomendação de adubação em uso no Rio Grande do Sul (o último nó, L_s, foi localizado um tanto além do nível de disponibilidade que os cientistas de solo locais consideram como suficiente para atingir o teto de rendimentos). A função de rendimentos relativos representada pela especificação da função linear segmentada deve alcançar seu máximo unitário (100%) para algum intervalo de Z começando em L_m ($m < 5$) e se estendendo até L_5 pelo menos. Sob este condicionamento, os parâmetros de (16) devem satisfazer à seguinte condição:

$$\beta_1 L_1 + (\beta_1 + \beta_2)(L_2 - L_1) + (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)(L_3 - L_2) + \ldots + (\beta_1 + \ldots + \beta_5)(L_5 - L_4) = 1 \tag{17}$$

ou, após alguma manipulação algébrica:

$$\beta_1 = L_5^{-1} - (L_5 - L_1) L_5^{-1} \beta_2 - (L_5 - L_2) L_5^{-1} \beta_3 - \ldots - (L_5 - L_4) L_5^{-1} \beta_5 \tag{18}$$

A equação (18) representa uma restrição linear sobre os parâmetros da especificação (16): Substituindo (18) em (16) e rearranjando termos chega-se a:

$$Y_{ne} = \alpha R_{1ne} + \alpha \beta_2 R_{2ne} + \ldots + \alpha \beta_6 R_{6ne} + u_{ne} \tag{19}$$

onde:

$$R_{1ne} = Me\ L_5^{-1},\ R_{2ne} = Me\ [V_{2ne} - (L_5 - L_1) L_5^{-1} V_{1ne}],\ R_{3ne} =$$

$$= Me\ [V_{3ne} - (L_5 - L_2) L_5^{-1} V_{1ne}], \text{etc.}$$

Os parâmetros da equação (19) foram estimados por regressão não-linear utilizando uma rotina BMD que permitia ainda impor $B_m < 0$ ($m > 2$), sendo esta condição necessária para garantir concavidade da função de resposta estimada (exceto pelo intervalo inicial, onde retornos crescentes poderiam ocorrer). A estimativa de β_1 foi feita após a estimação de (19), através da equação (18).

Os resultados estatísticos da estimação das respostas de trigo e soja à disponibilidade total de P e K estão sumariados na Tabela 2. A informação desta tabela permitiu computar estimativas dos nós na formulação de segmentos lineares das respostas relativas ou percentuais. Estas últimas se encontram na Tabela 3. As coordenadas da Tabela 3 servem de base para a obtenção de valores intermediários através de interpolações.

TABELA 2. Resultados da regressão com segmentação linear das respostas de trigo e soja à disponibilidade total de fósforo e potássio.

Parâmetro[a]	Estimativas para soja		Estimativas para trigo	
	Fósforo	Potássio	Fósforo	Potássio
α	0,906100	0,912400	0,883700	0,882300
	(0,013332)[b]	(0,010010)	(0,017720)	(0,019160)
β_1	0,007324[c]	0,013350[c]	0,002630[c]	-0,02074
	(-)	(-)	(-)	(-)
β_2	-0,005194	-0,010680	0,001368	0,040480
	(0,000604)	(0,003481)	(0,001091)	(0,037550)
β_3	0,001706	-0,000080	-0,003316	-0,015310
	(0,000299)	(0,000003)	(0,000653)	(0,015250)
β_4	0,000000	-0,001860	-0,000380	-0,003310
	(-)	(0,000975)	(0,000413)	(0,003080)
β_5	-0,000397	-0,000530	0,000000	-0,000920
	(0,000248)	(0,000394)	(-)	(0,001480)
β_6	-0,000060	-0,000280	-0,000313	-0,000320
	(0,000180)	(0,000198)	(0,000146)	(0,000370)
n.º de observações	340	273	179	425
R^2	0,7885	0,8819	0,9009	0,9485

[a] Seg. equação (19) ou (16).

[b] Erros-padrão assintóticos entre parêntesis.

[c] Seg. equação (18).

No caso da resposta do trigo a nitrogênio, como o efeito residual é irrelevante para a soja, decidiu-se estimar aquela resposta diretamente. O modelo adotado neste caso foi uma função do tipo Mitscherlich:

$$Y_{ne} = \alpha M_e \ [1\text{-exp} \ (c^* b^*_{Nne} + c \, x_{Nne})] + u_{ne} \tag{20}$$

onde Y_{ne} é o rendimento (kg/ha) do n-ésimo tratamento do e-ésimo experimento, M_e é o rendimento máximo observado no e-ésimo experimento, b^*_{Nne} é o teor de

TABELA 3. Nós estimados para as respostas relativas do trigo e soja à disponibilidade total de fósforo e potássio.

Fósforo			Potássio		
z_p^a	Rendimento relativo soja[b]	Rendimento relativo trigo[b]	z_k^c	Rendimento relativo soja[b]	Rendimento relativo trigo[b]
0	0,000	0,000	0	0,000	0,000
75	0,549	0,197	40	0,534	-0,830[e]
225	0,868	0,799	110	0,721	0,553
375	-[d]	0,905	185	0,915	0,885
525	0,997	-[d]	260	0,970	0,970
675	1,000	1,000	410	1,000	1,000

[a] disponibilidade total de P em kg de P_2O_5/ha ($z_p = \lambda_p b_p^* + x_p$);

[b] como uma fração do teto de rendimento;

[c] disponibilidade total de K em kg de K_2O/ha ($z_k = {}_k b_k^* + x_k$);

[d] não há mudança de inclinação neste ponto;

[e] estimativa esdrúxula devido a falta de observações no intervalo 0-40 kg de K_2O/ha.

matéria orgânica da observação n, e e x_{Nne} é a quantidade de N, em kg/ha, aplicado no n-ésimo tratamento do e-ésimo experimento. Note que, em (20), o termo entre colchetes representa a resposta relativa à disponibilidade total de nitrogênio. Esta disponibilidade total, por sua vez, é definida como $z_N = \lambda_N b_N^* + x_N$ onde, em vista de (20), tem-se $\lambda_N = c^*/c$. A Tabela 4 sintetiza as estimativas obtidas para o modelo (20).

TABELA 4. Resultados estatísticos para a resposta do trigo ao nitrogênio (n.º de observações: 158; R^2 = 0,8823).

Parâmetro[a]	Estimativa	Erro-Padrão assintótico
α	0,8507	0,01328
c^*	-0,5634	0,05571
c	-0,0429	0,02990

[a] Seg. equação (20).

As estimativas de c^*e c permitem estimar λ_N = 13,13, isto é, cada ponto percentual de matéria orgânica no solo gera uma disponibilidade equivalente a uma aplicação de 13,13 kg de N por ha. A partir da curva estimada, adotou-se a aproximação em segmentos lineares reportada na Tabela 5, notando-se que valores intermediários são obtidos por interpolação.

Análise econômica

Uma síntese do sistema biológico em estudo é dada a seguir.

A disponibilidade total de N, P e K no início da safra t é:

$$z_{N,t} = 13{,}13\ b^*_{Nt} + x_{Nt} \tag{21}$$

$$z_{P,t} = 48{,}26\ b^*_{Pt} + x_{Pt} \quad \text{(para solos do tipo 1, isto é, argilosos)} \tag{22}$$

$$z_{K,t} = 3{,}73\ b^*_{Kt} + x_{Kt} \tag{23}$$

onde, para a t-ésima safra, z_{Nt} é kg de N/ha disponível total, b^*_{Nt} é o teor percentual de matéria orgânica no solo, x_{Nt} é N aplicado em forma de fertilizante (kg N/ha), z_{Pt} é kg de P_2O_5/ha disponível total, b^*_{Pt} é o teor indicado na análise do solo para fósforo (em ppm), x_{Pt} é fósforo aplicado em forma de fertilizante (kg P_2O_5/ha), z_{Kt} é kg K_2O/ha disponível total, b^*_{Kt} é o teor indicado na análise de solo para potássio (em ppm) e x_{Kt} é potássio aplicado em forma de fertilizante (kg K_2O/ha).

TABELA 5. Nós estimados para a resposta relativa de Trigo à disponibilidade total de Nitrogênio.

z_N[a]	Rendimento relativo de Trigo[b]
0	0,000
30	0,724
60	0,924
90	0,978
120	1,000

[a] disponibilidade total de N em kg de N/ha ($z_N = \lambda_N b^*_N + x_N$)

A dinâmica do fósforo e do potássio no solo é dada pelas funções estimadas de efeito residual:

$$b^*_{Pt} = 0{,}8895\ (b^*_{Pt-1} + 0{,}02072\ x_{Pt-1}) \qquad (24)$$

$$b^*_{Kt} = 0{,}8139\ (b^*_{Kt-1} + 0{,}2682\ x_{Kt-1}) \qquad (25)$$

As respostas do trigo e soja, em rendimentos relativos, aparecem nas Tabelas 3 e 5 da seção anterior. As funções de resposta podem ser representadas como combinações convexas das grades estimadas. Para a soja tem-se:

$$YRS_t \leq 0{,}000s_{p1t} + 0{,}549s_{p2t} + 0{,}868s_{p3t} + 0{,}997s_{p4t} + 1{,}000s_{p5t}$$

$$z_{Pt} = 0\ s_{p1t} + 75s_{p2t} + 225s_{p3t} + 525s_{p4t} + 675s_{p5t}$$

$$1 = s_{p1t} + s_{p2t} + s_{p3t} + s_{p4t} + s_{p5t}$$

$s_{pit} \geq 0$ $(i = 1, 2, \ldots, 5)$; no máximo duas ponderações adjacentes $s_{pit} > 0$

$$YRS_t \leq 0{,}000s_{k1t} + 0{,}534s_{k2t} + 0{,}721s_{k3t} + 0{,}915s_{k4t} + 0{,}970s_{k5t} + $$
$$+ 1{,}000s_{k6t}$$

$$z_{Kt} = 0s_{k1t} + 40s_{k2t} + 110s_{k3t} + 185s_{k4t} + 260s_{k5t} + 310s_{k6t}$$

$$1 = s_{k1t} + s_{k2t} + s_{k3t} + s_{k4t} + s_{k5t} + s_{k6t}$$

$s_{kjt} \geq 0$ $(j = 1, 2, \ldots, 6)$; no máximo duas pondèrações adjacentes $s_{kjt} > 0$

onde:

YRS_t é o rendimento relativo de soja na t-ésima safra, s_{pit} é a ponderação do i-ésimo nó na resposta da soja ao fósforo na t-ésima safra e s_{kjt} é a ponderação do j-ésimo nó na resposta da soja ao potássio na t-ésima safra. Para o trigo tem-se:

$$YRT_t \leq 0{,}000w_{p1t} + 0{,}197w_{p2t} + 0{,}799w_{p3t} + 0{,}905w_{p4t} + 1{,}000w_{p5t}$$

$z_{pt} = 0w_{p1t} + 75w_{p2t} + 225w_{p3t} + 375w_{p4t} + 1{,}000s_{p5t}$

$1 = w_{p1t} + w_{p2t} + w_{p3t} + w_{p4t} + w_{p5t}$

$w_{pit} \geqslant 0$ $(i = 1, = , \ldots, 5)$; no máximo duas ponderações adjacentes

$w_{pit} > 0$

$YRT_t \leqslant 0{,}000w_{k1t} + 0{,}553w_{k2t} + 0{,}885w_{k3t} + 0{,}970w_{k4t} + 1{,}000w_{k5t}$

$z_{kt} = 0w_{k1t} + 110w_{k2t} + 185w_{k3t} + 260w_{k4t} + 410w_{k5t}$

$1 = w_{k1t} + w_{k2t} + w_{k3t} + w_{k4t} + w_{k5t}$

$w_{kjt} \geqslant 0$ $(j = 1, 2, \ldots, 5)$; no máximo duas ponderações adjacentes

$w_{kjt} > 0$

$YRT_t \leqslant 0{,}000w_{n1t} + 0{,}724w_{n2t} + 0{,}924w_{n3t} + 0{,}978w_{n4t} + 1{,}000w_{n5t}$

$z_{Nt} = 0\,w_{n1t} + 30w_{n2t} + 60w_{n3t} + 90w_{n4t} + 120w_{n5t}$

$1 = w_{n1t} + w_{n2t} + w_{n3t} + w_{n4t} + w_{n5t}$

$w_{n1t} \geqslant 0$ $(1 = 1, 2, \ldots, 5)$; no máximo duas ponderações adjacentes

$w_{n1t} > 0$

onde:

YRT_t é o rendimento relativo na t-ésima safra, w_{pit} é a produção do i-ésimo nó na resposta do trigo ao fósforo, w_{kjt} é a ponderação do j-ésimo nó na resposta do trigo ao potássio e w_{n1t} é a ponderação do l-ésimo nó na resposta do trigo ao nitrogênio.

Para completar os elementos do sistema biológico é necessário estimar os tetos de produtividade física do trigo e soja, isto é, a quantos kg/ha corresponde um rendimento relativo de 100% (ou 1,000) para cada cultivo. Segundo o Sistema de produção para a cultura da soja e os Pacotes tecnológicos para o Trigo (1975a,b) pode-se tomar tetos de rendimentos esperados de 1.800 kg/ha para o trigo e de 2.800 kg/ha para a soja. Estes valores permitem, então, a correspondência entre rendimentos relativos ou percentuais e rendimentos físicos absolutos.

Para realizar a análise econômica, adotou-se um horizonte de 8 safras consecutivas (trigo, soja, trigo etc.) e uma taxa de desconto de 3% por semestre. Os preços adotados, equivalentes à média estadual em 1976, foram os seguintes (em Cr\$/kg): 5,61 para N, 7,06 para P_2O_5, 2,49 para K_2O, 2,03 para trigo e 1,84 para soja. A formulação adotada foi a de programação linear separável multiperiódica, com o objetivo de maximizar o valor presente da receita líquida (Lanzer 1977a).

Os resultados obtidos foram os seguintes:

a. estoques ótimos de fertilidade para o trigo:

z_N = 57,15 kg N/ha (ou 4,35% de conteúdo de matéria orgânica)

z_P = 375,0 kg P_2O_5/ha (ou 7,8 ppm de P para solos tipo 1 e o dobro para o tipo 2)

z_K = 202,6 kg K_2O/ha (ou 54,3 ppm de K)

b. estoques ótimos de fertilidade para soja:

z_P = 456,0 kg P_2O_5/ha (ou 9,4 ppm de P para solos tipo 1 e o dobro para o tipo 2)

z_K = 260,0 kg K_2O/ha (ou 69,7 ppm de K)

Os preços dos insumos foram parametrizados no intervalo de 0,6 a 1,4 vezes os preços médios adotados na análise. A conclusão foi de que os resultados obtidos sob preços médios são muito estáveis, particularmente com relação a aumentos nos preços.

Em vista destes resultados, a análise volta-se agora a uma avaliação crítica das recomendações de adubação adotadas no sul do Brasil na época desta pesquisa. Tais recomendações não distinguem entre estoques de fertilidade a manter para o trigo e a soja. Em qualquer dos anos, os cientistas de solo recomendam atingir um estoque de 9 ppm de P para solos tipo 1 (e o dobro para outros solos) e 60 ppm de K.

Portanto, conclue-se que os resultados da otimização econômica diferem pouco daqueles adotados nas recomendações agronômicas quanto aos estoques visados de P e K (as diferenças relativas estão entre 5% e 15%). Conseqüentemente, na análise que se segue, os níveis de estoque adotados nas recomendações agronômicas serão considerados como ótimos.

Para manter os estoques de P e K nos níveis desejados, os cientistas de solo recomendam aplicações de 75 kg P_2O_5/ha/safra e 40 kg K_2O/ha/safra. Tais recomendações podem ser avaliadas através das equações de efeito residual (equações (24) e (25)). Tomando inicialmente o caso do fósforo, e fazendo $b^*_{pt-1} = b^*_{pt} = \beta^*_p$ (onde β^*_p é então definido como o estoque que se deseja manter estável em termos de ppm de P) e resolvendo para $x_{pt-1} = \chi_p$ (onde χ_p é então definido como a quantidade de P_2O_5 em kg/ha/safra requerida para manter o estoque de P no nível visado) chega-se a $\chi_p = 5.996\,\beta^*_p$ para solos tipo 1 e $\chi_p = 2{,}998\,\beta^*_p$ para solos tipo 2. Portanto, para um estoque visado de $\beta^*_p = 9$ ppm (solo tipo 1; o dobro para o solo tipo 2), tem-se que a dose de manutenção de adubo fosfatado é de, aproximadamente, 54 kg P_2O_5/ha/safra. Este valor contrasta com a recomendação agronômica de 75 kg P_2O_5/ha/safra. De modo análogo para o caso do potássio, tomando a equação (25) e fazendo $b^*_{kt-1} = b^*_{kt} = \beta^*_t$ (onde β^*_k é então definido como o estoque que se deseja manter estável em termos de ppm de k) e resolvendo para $x_{kt-1} = \chi_k$ (onde χ_k é então definido como a quantidade de K_2O em kg/ha/safra requerido para manter o estoque de k no nível visado), chega-se a $\chi_k = 0{,}853\,\beta^*_k$. Assim, para um estoque visado de $\beta^*_k = 60$ ppm de k, tem-se que a dose de manutenção de adubo potássio é de aproximadamente 52 kg de K_2O/ha/safra. Este valor contrasta com a recomendação agronômica de 40 kg da K_2O/ha/safra.

Em resumo, embora os estoques computados no problema de otimização econômica se encontrem próximos daqueles adotados nas recomendações agronômicas (diferenças relativas encontradas aqui estão entre 5% a 15%), é evidente que o mesmo não ocorre em termos da adubação preconizada para sustentar aqueles estoques (diferenças relativas encontradas neste caso ficaram entre 30% e 50%).

A análise anterior centrou-se em P e K. Para o nitrogênio estimou-se que as recomendações agronômicas deveriam ser diminuídas entre 10% e 50%, a diferença aumentando com o aumento no teor de matéria orgânica do solo.

A Tabela 6 sumariza os custos de estratégias alternativas na manutenção da fertilidade do solo, isto é, das recomendações agronômicas versus as recomendações resultantes desta pesquisa. Deve ser notado que, uma vez que ambas as alternativas pressupõem os mesmos estoques de fertilidade, nenhuma diferença significativa de produtividade deve ser discernível. Portanto, os ganhos da adoção das recomendações decorrentes desta pesquisa se realizariam pela redução nos custos de adubação. Esta redução foi estimada em Cr$ 228,00/ha/ano (preços de julho 1976) ou US$ 27.30/ha/ano. O decréscimo relativo no custo de adubação se situaria em torno de 20%, um montante significativo.

TABELA 6. Custos anuais de adubação requeridos para manter o estoque de fertilidade química em níveis ótimos para a sucessão Trigo-Soja (RS; preços de julho/1976).

Item	Recomendação agronômica[a]		Recomendação otimizada	
	Quantidade[b]	Custo[c]	Quantidade[b]	Custo[c]
Manutenção de N p/trigo[d]	30,0	168,30	20,0	112,20
Manutenção de P p/trigo	75,0	529,50	55,0	388,30
Manutenção de K p/trigo	40,0	99,60	50,0	124,50
Manutenção de P p/soja	75,0	529,50	55,0	388,30
Manutenção de K p/soja	40,0	99,60	50,0	124,50
Custo Total		1.426,50		1.137,80

[a] UFRGS (1973);

[b] em kg N/ha, kg P_2O_5/ha e kg K_2O/ha para N, P e K, respectivamente;

[c] supondo b^*_{Nt} = 3% e Z_N desejado cerca de 60 kg N/ha; vide equação (21) e estoques ótimos para trigo.

Por fim, deve ser notado que as recomendações de manutenção pressupõem que os estoques desejados de P e K já foram alcançados. Se tal não for o caso, as equações (24) e (25) podem ser empregadas para construir tabelas de adubação corretiva, isto é, de adubação destinada a construir o estoque de fertilidade. Por exemplo: supondo que a análise de solo indicou 40 ppm de K, qual a quantidade de K_2O que deveria ser empregada para atingir o estoque visado de 60 ppm? Substituindo $b^*_{kt-1} = 40$ e $b^*_{kt} = 60$ na equação (25) vem $x_{kt-1} \cong 126$ kg de K_2O/ha. Portanto, se a análise de solo da safra t - 1 indicou 40 ppm e são aplicados 126 kg de K_2O/ha na mesma safra, espera-se que na safra t a análise de solo indique a existência de um estoque em torno de 60 ppm de K. A partir daí, a recomendação de adubação potássica se restringiria à quantidade recomendada para manutenção (50 kg K_2O/ha/safra).

CONCLUSÕES

Foi desenvolvido um modelo de análise para a avaliação econômica do emprego de fertilizantes que incorpora princípios de ciências de solos de modo explícito. O uso deste modelo no caso da sucessão trigo-soja no extremo sul do Brasil indicou a presença de ineficiências econômicas significativas nas recomendações agronômicas de adubação em vigência na época da pesquisa. Seria proveitoso, numa etapa seguinte, a execução de experimentos visando a corroborar ou refutar os resultados aqui alcançados.

Um resultado importante detectado na pesquisa foi o elevado efeito residual dos fertilizantes fosfatados e potássicos. Isto indica que a análise econômica estática da resposta a estes fertilizantes é, metodologicamente, inadequada, pelo menos nas condições do sul do Brasil.

Várias hipóteses adotadas em Ciências de Solos foram também adotadas neste estudo, não havendo a preocupação específica de testá-las diretamente: acredita-se que tais testes tenham-se realizado alhures, posto que tais hipóteses são efetivamente aceitas como princípios em Ciências de Solos. Todavia, a formalização destes princípios não foi encontrada na literatura, o que sugere, por sua vez, que o assunto ainda está em aberto para mais pesquisas.

REFERÊNCIAS

BALMUKAND, B.H. Studies in crop variation. V. The relation between yields and soil nutrients. **J. Sci., 18**: 602-27, 1928.

BARBER, S.A. The changing philosophy of soil test interpretation. In: WALSH, H.L.M. & BEATON, J.D. ed. **Soil testing and plant analysis.** s.l., Soil Sci. Soc. of America, Inc., 1973. p.210.

BAUM, E.L.; HEADY, E.O. & BLACKMORE, J. **Methodological procedures in the economic analysis of fertilizer use data.** s.l., The Iowa State College Press, 1956.

BAUM, E.L.; HEADY, E.O.; PESEK, J.T. & HILDRETH, C.G. **Economic and technical analysis of fertilizer innovations and resource use.** s.l., The Iowa State College Press, 1957.

BRADY, N.C. **The nature and propesty of soils.** 8.ed. s.l., McMillan, 1974. Cap. 2.

BRAY, R.H. Confirmation of the nutrient mobility concept of soil-plant relationships. **Soil Sci., 95**(2): 124-31, 1963.

BRAY, R.H. The correlation of a phasfones soil test with the respouse of wheat through a modified Mitscherlich equation. **Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 22:**314-7, 1958.

BRAY, R.H. A nutrient mobility concept of soil-plant relationships. **Soil Sci., 78:**9-23, 1954.

BURT, O. Farm level economics of soil conservation in the palouse area of the Northwest. **Am. J. Agric. Econ., 63**(1):83-92, 1981.

CATE, R.B. & NELSON, L.A. A simple statistical procedure for particing soil test correlation data into two classes. **Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 35:**858-60, 1971.

COREY, R.B. & SCHULTE, E.E. Factors affecting the availability of nutrient to plants. In: WALSH, H.L.M. & BEATON, J.D. ed. **Soil testing and plant analysis.** Rev. Ed. Soil Sci. Soc. of America, Inc., 1973. p.31.

CROWTHER, E.W. & YATES, F. Fertilizer policy in wartime; fertilizer requirements of arable crops. **Empire Jour. Exp. Agr., 9:**77-97, 1941.

EPSTEIN, E. Mineral nutrition of plants principles and perspectives. s.l., John Wiley and Sons, 1972. p.55-6.

FEDERAÇÃO DAS COOPERATIVAS DE TRIGO. **Custo de produção - trigo (Rev. safra 76) Soja (Estimat. Safra 76/7) - Lavouras em sucessão.** Porto Alegre, 1976.

HILDRETH, C.G. Discrete models with qualitative restrictions. In: BAUM, E.L.; HEADY, E.O. & BLACKMORE, J. eds. **Methodological procedures in the economic analysis of fertilizer use data.** s.l., The Iowa State College Press, 1956.

LANZER, E.A. **Fertilizer recommendations from the dynamic Liebig-Mitscherlich model; the** case of wheat-soybeans in southern Brazil. Davis, Univ. California, 1977a. Tese Doutorado.

LANZER, E.A. Um modelo de quantificação do efeito residual da calagem para análise econômica. **Rev. Econ. rural, 2:**1-16, 1977b.

MALAVOLTA, E.; HAAG, H.P.; MELLO, F.A.F. & BRASIL, M.D.C. **La nutrición mineral de algumas cosechas tropicales.** Berna, Inst. Internac. de La Potassa, 1964. p.13.

PACOTES tecnológicos para o trigo. Pelotas, EMBRAPA, 1975b. (Circular Técnica, 71).

POIRIER, D.J. **A note on the use of linear splines in regression analysis.** s.l., University of Wisconsin, 1973. p.2.

RIO GRANDE DO SUL. Universidade Federal. Departamento de Solos. **Tabelas de adubação corretiva e adubação de manutenção para os solos e culturas dos Estados do Rio Grande do Sul e Santa Catarina.** Porto Alegre, 1973.

ROUSE, R.D. **Soil test theory and calibration for catton, lorn, soybeans and coastal bermudegress.** Alabama, Aguz. Exp. Sta. Auburn University, 1968. (Bulletin, 375).

RUSSEL, J. A soil conditions and plant growth. 10.ed. Longmans, 1973. p.49.

RYAN, J. **A generalized crop fertilizer production function.** Raleigh, North Carolina State University, 1972. Tese Doutorado.

SATAUBER, M.S.; BURT, D.R. & LINSE, F. Economic evaluation of nitrogen fertilization of grasses when carry - over is significant. **Am. J. Agric. Econ., 57**(3):463-71, 1975.

SISTEMAS de produção para a cultura da soja. Pelotas, EMBRAPA, 1975a. (Circular, 51).

TISDALE, S.L. & NELSON, W.L. **Soil fertility and fertilizers.** 7.ed. s.l., MacMillan Co., 1971. p.538, 618.

ASPECTOS TEÓRICOS SOBRE INCORPORAÇÃO DE RISCOS EM MODELOS DE DECISÃO

Elmar Rodrigues da Cruz[1]

INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta alguns pontos teóricos que servirão de referência para os estudos empíricos; expõe idéias de forma sucinta, de como os riscos e as incertezas podem ser incorporadas aos modelos de tomadas de decisão abordados pela literatura.

Convém lembrar, logo de início, que a diferenciação clássica entre situações de risco e incerteza apresentadas por Knight (1921) não é estritamente apropriada para o caso da agricultura. Caracterizar-se-á aqui uma situação de **risco** onde o agricultor (ou pesquisador) tenha uma idéia subjetiva da probabilidade da ocorrência de determinado evento. Não será abordada, portanto, a probabilidade objetiva (isto é, o limite da freqüência relativa, computado através de fórmulas apresentadas em Livros texto de Estatística), conforme havia pensado Knight (1921) uma vez que na agricultura a disponibilidade de dados não permite um tratamento assintótico de probabilidades. Quanto às situações de **incerteza**, estas seriam caracterizadas por uma absoluta ignorância por parte do tomador de decisões, quanto às probabilidades da ocorrência dos eventos, segundo Knight (1921).

Também a situação de absoluta ignorância não é estritamente aplicável. Todos

[1] Economista, Ph.D., Departamento de Estudos e Pesquisas - EMBRAPA. Caixa Postal 11131G, CEP 70333 - Brasília, DF.

nós temos subjetivamente uma idéia de probabilidades. O que ocorre é que cada um, via de regra, tem uma idéia pessoal diferente da dos outros. Por exemplo, se se perguntar a dez pessoas qual a probabilidade do Brasil vir a ganhar o próximo campeonato mundial de futebol, é quase certo que teremos dez percentuais de probabilidade diferentes. Dentro desta ótica, o conceito de incerteza coincide com o de risco com probabilidades subjetivas, podendo os termos risco e incerteza serem usados indistintamente.

Vale a pena lembrar que no ambiente agrícola, onde o conhecimento dos eventos é imperfeito, não existe o conceito de ótimo absoluto. Uma técnica pode ser melhor que a outra somente sob determinadas circunstâncias, tendo em conta, por exemplo, os diversos objetivos dos produtores, que dependem das suas atitudes subjetivas quanto ao risco. Com isto, o que se quer dizer é que a hipótese clássica de maximização do lucro pode não ser sempre a mais apropriada no contexto agrícola, podendo o agricultor ter em mente objetivos bem mais diversos, tal como a segurança de uma renda mínima. Por esta razão, a pesquisa necessita de se preocupar não apenas com os retornos médios de alternativas tecnológicas mas, também, com o desempenho destas em condições desfavoráveis.

Caso o agricultor venha a ter uma idéia do risco envolvido na tecnologia melhorada, e, se porventura, na pior das hipóteses, a adoção desta trouxesse ganhos maiores que os ganhos provenientes da tecnologia tradicional, então haveria maiores possibilidades do agricultor aceitá-la mais prontamente. Para o agricultor o que melhor caracteriza risco é o desvio entre aquilo que ele espera ganhar e o que ele teme ganhar (perder?) em situações desfavoráveis, muito embora na mesa de jogo este mesmo agricultor possa ter um comportamento completamente oposto.

Portanto, sempre que possível, os resultados da pesquisa poderiam ser medidos não apenas em retornos médios esperados (Cr$) como também seriam dimensionados os retornos mínimos que ocorreriam em situações desfavoráveis (exemplo: decorrentes de pouca chuva). Estes retornos mínimos deveriam ser comparados com os obtidos através da tecnologia em uso. Com estes dados o agricultor terá maiores probabilidades de aceitar os resultados da pesquisa.

A apresentação que segue aborda inicialmente a incorporação de risco em modelos que se prestam a comparações isoladas (individuais) de ações alternativas. Mais adiante, serão explicados os modelos que abrangem a propriedade rural como um todo, usando-se a programação matemática.

MODELOS DE INCORPORAÇÃO DE RISCO EM DECISÕES ISOLADAS (INDIVIDUAIS)

O princípio de Bernoulli

A teoria da decisão de Bernoulli é uma abordagem generalizada para a tomada de decisão sob condições de risco. É uma teoria normativa baseada em probabilidades subjetivas de um tomador de decisão a respeito da ocorrência de eventos incertos, e, em preferências pessoais, pelas conseqüências potenciais destes eventos. (Dillon 1971).

O princípio de Bernoulli, colocado em termos de um único objetivo (exemplo maximizar a utilidade esperada dos retornos ou da renda), envolve os axiomas de ordenamento, continuidade e independência.

Segundo Dillon (1971) estes axiomas podem ser especificados como segue:

a. **Ordenamento**: a ordem de preferência de uma pessoa por alternativas de ação pode ser representada por um ordenamento. Desta forma, uma pessoa ao se confrontar com duas alternativas A e B, ou prefere A ou prefere B ou é indiferente a ambas.

   De um modo geral, o axioma de ordenamento assegura a transitividade da escolha de eventos incertos por parte do tomador de decisão, no sentido de que se A é preferido a B e B é preferido a C, então A será preferido a C.

b. **Continuidade**: o axioma da continuidade implica na existência de equivalente assegurado (**certainty equivalent**) tendo em vista que, sob este axioma, sempre existe uma quantia certa B que se tornará indiferente a uma loteria envolvendo os eventos incertos A e B para uma dada probabilidade p de A ocorrer e para 1-p de C ocorrer.

c. **Independência**: o axioma da independência implica que a presença de um evento C não distorcerá a escolha entre dois eventos A e B.

Estes três axiomas resultam no princípio de Bernoulli, também conhecido pelo Teorema da Utilidade Esperada ou ainda pelo Teorema Fundamental da Teoria da Utilidade de Neumann & Morgenstern (1947). Este teorema afirma que se os três axiomas dados acima não forem violados, então existe uma função U de utilidade para um tomador de decisão que associa um único índice de utilidade para qualquer evento incerto com o qual o tomador de decisão se defronta.

As propriedades desta função U de utilidade são:

a. Se A é preferido a B então
$U(A) > U(B)$

b. Se $U(A) > U(B)$ então A será preferido a B (para assegurar transitividade)

c. $U(A) = E\,U(A)$

d. $U(A) = a.U(A) + b \qquad a > 0$

O ordenamento dos eventos incertos é assegurado pelas propriedades (a) e (b) da função U, que são originadas da característica da transitividade dos axiomas.

O axioma da continuidade permite a mensuração dos níveis de probabilidade P_j para dados níveis dos eventos X_j ou, alternativamente, permite a elicitação dos níveis dos eventos X_j para dados níveis de probabilidade P_j.

Em que pese a consistência da teoria de Bernoulli, merece destaque o fato desta ser de aplicação muito geral, pouco dizendo sobre o comportamento dos indivíduos.

Mais especificamente, os axiomas e as propriedades de U não dão nenhuma indicação se o tomador de decisão é averso, indiferente ou propenso ao risco[2]. Por outro lado, nada se pode inferir sobre o formato de U nem sobre quais sejam os momentos relevantes para a análise das distribuições de probabilidade dos eventos.

O MODELO MÉDIA-VARIÂNCIA (E-V)

Tendo em vista que o excessivo grau de generalidade do Teorema da Utilidade Esperada dificulta a sua aplicação empírica, várias são as tentativas feitas na literatura objetivando tornar este teorema operacional do ponto de vista empírico (Cruz 1979).

---

[2] Koch (1974) tentou mostrar que o princípio de Bernoulli implica aversão ao risco. Entretanto, Bitz & Rogusch (1976) mostraram que os resultados de Koch (1974) são baseados numa interpretação errônea dos axiomas da teoria.

Um passo inicial dado no sentido de restringir a generalidade do teorema da Utilidade Esperada foi a análise média-variância (E-V **Analysis**), que considera apenas os dois primeiros momentos das distribuições de probabilidade dos retornos ou da renda (Markowitz 1959). A análise E-V pode ser rigorosamente derivada dos axiomas da teoria de Bernoulli, sob duas hipóteses (Markowitz 1959); Tobin 1958; Feldstein 1969):

a. presumindo-se que a função de utilidade do tomador de decisão seja quadrática, ou;

b. supondo-se que a distribuição de probabilidade dos retornos seja normal.

A análise E-V presume que o tomador de decisão escolha a alternativa que apresente menor variância para uma mesma média, ou a alternativa que apresente maior média para um nível igual de variância. Quando uma alternativa A comparada com uma alternativa B apresentar maior média e maior variância, então diz-se que ambas as alternativas são eficientes sob o critério da análise E-V. Esta característica da análise E-V tende a ser indesejável, pois, em certos casos, uma alternativa A pode apresentar um retorno médio muito superior, e apenas um pequeno acréscimo de variância em relação a B será o suficiente para tornar ambas as alternativas igualmente desejáveis.

Para superar tal dificuldade da análise E-V, vários autores introduziram na literatura diferentes critérios para a escolha de alternativas sob condições de risco. Entre estes critérios podem-se citar os métodos "**ad hoc**", ou seja, não baseados em derivação teórica ou em axiomas. Tais métodos, normalmente, consistem em regras de algibeira onde a preocupação maior é a segurança do tomador de decisão ao invés da maximização da sua utilidade esperada. Por isto, são chamados de critérios de segurança-primeiro (**safety-first**). Roumasset (1976) e Anderson (1976) dentre eles destacam-se:

- critério da segurança mínima (Roy 1952);
- critério da máxima chance condicionada (Telser 1955), ou suas variantes (Baumol 1963; Boussard & Petit 1967; Webster & Kennedy 1975);
- critério da segurança fixa (Kataoka 1963), cujo caso especial é o conhecido MAXIMIN (Máximo dos mínimos ganhos) usado em teoria dos jogos, (McInerney 1967 e 1969).

DOMINÂNCIA ESTOCÁSTICA - D.E.

Como o risco é algo subjetivo, intrínseco à formação psicológica de cada tomador de decisão, é extremamente onerosa a técnica de se obter as funções-utilidade de cada um para se aplicar o princípio de Bernoulli. Para contornar tal problema, foram desenvolvidas regras de dominância estocástica, que levam em conta toda a distribuição cumulativa de probabilidade dos retornos, ao invés de simplesmente a média e a variância (Quiry & Saposnik 1962, Hadar & Russell 1969, Anderson 1974 e Meyer 1977).

As preferências do tomador de decisão para x estão consubstanciadas numa função de utilidade U(x) que é definida para todos os valores de x no intervalo [a, b].

Primeiro grau de dominância estocástica (PDE)

Presume-se que os tomadores de decisão preferem mais x do que menos. Isto quer dizer que U(x) é monotonicamente crescente entre [a, b] ou seja,

$$U_1(x) = \frac{\partial\, U(x)}{\partial\, x} > 0$$

Obviamente, a distribuição de probabilidade f(x) dominará g(x) por PDE se e somente se F_1 (R) $\leqslant$ G_1 (R) para todos os R em [a, b] com sinal de inigualdade estrita para pelo menos um valor de R, onde:

$$F_1\,(R) = \int_a^R f(x)\;dx$$

$$G_1\,(R) = \int_a^R f(x)\;dx$$

ou seja, são as funções de distribuição acumuladas (PDA) de f(x) e g(x) no intervalo [a, b]. Está implícito que f(x) e g(x) são funções de densidade para a variável x dentro do intervalo [a, b].

A prova de que f(x), é preferida a g(x) por (PDE) está contida em Anderson (1974).

Segundo grau de dominância estocástica (SDE)

Assume-se que quantidades adicionais sucessivas de x têm valor cada vez menor para o tomador de decisão, ou seja

$$\frac{\partial^2 U(x)}{\partial x^2} = U_2(x) < 0$$

Este é um caso de uma utilidade marginal decrescente, e como $U_1(x) > 0$, a função é côncava com respeito à variações em x, e o indivíduo reage como tendo aversão ao risco.

A distribuição f(x) dominará g(x) por SDE se e somente se $F_2(R) < G_2(R)$ para todos os R possíveis com a estrita inigualdade prevalecendo em, pelo menos, um valor de R,

onde:

$$F_2(R) = \int_a^R F_1(x) \quad dx$$

$$G_2(R) = \int_a^R G_2(x) \quad dx$$

Na Fig. 1, H_1 é eliminado por PDE, pois é inferior em todos os pontos de probabilidade a F_1 e G_1.

Pode-se também eliminar G_1 pois ele se cruza duas vezes com F_1, e a área maior é A, à esquerda de F_1.

Isto é melhor evidenciado na Fig. 2, onde F_2 apresenta maiores valores de x para todas as probabilidades.

Terceiro grau de dominância estocástica (TDE)

Muitas vezes o conjunto de distribuições da variável x, após a seleção por PDE e SDE, ainda é muito grande. Ainda poderá haver muitas opções que não passaram de um crivo inicial, e que ainda não foram dominadas estocasticamente, isto é, são consideradas ainda eficientes.

Tem-se em mãos um terceiro critério de seleção de opções eficientes

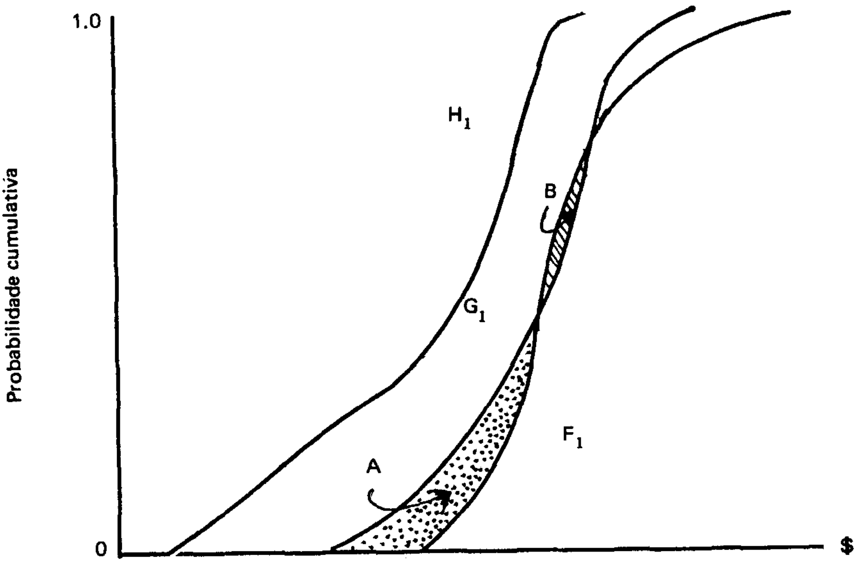


FIG. 1. Ilustração do Primeiro Grau de dominância estocástica.

onde:

$$\frac{\partial^3 U(x)}{\partial x^3} = U_3(x) > 0$$

que adicionado aos dois primeiros $U_1(x) > 0$ e $U_2(x) < 0$ completa os critérios de separação entre opções eficientes e ineficientes (as não dominadas das dominadas estocasticamente).

Diz-se que f(x) domina g(x) por TDE se e somente se $P_3(R) \leqslant G_3(R)$ para todos os R em [a, b] com sinal de iniguldade estrito para pelo menos um valor de R,

onde:

$$P_3(R) = \int_a^R F_2(x)\, dx$$

$$G_3(R) = \int_a^R G_2(x)\, dx$$

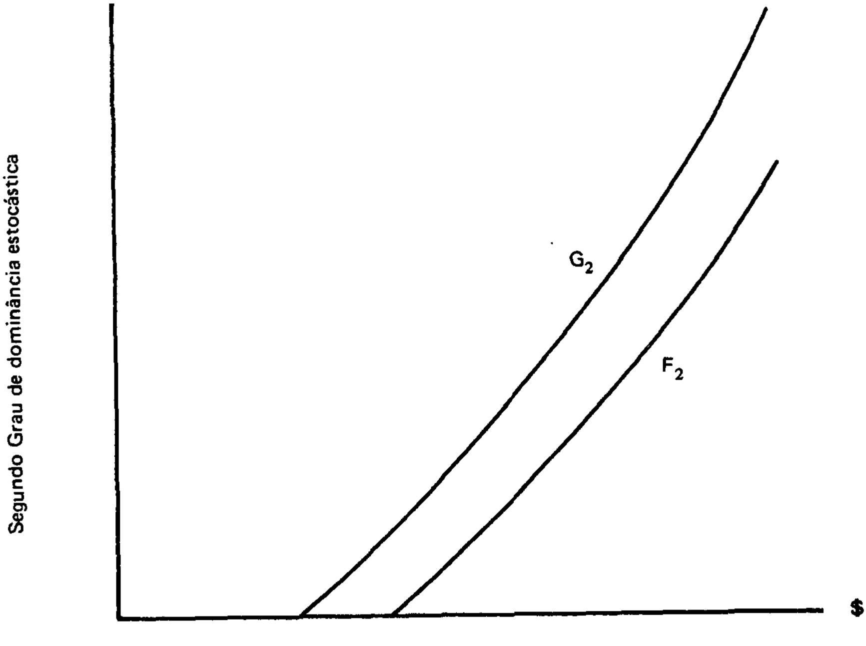


FIG. 2. Ilustração do Segundo Grau de dominância estocástica.

Aplicações para distribuições discretas

Toma-se todas as n observações da variável x em ordem ascendente, oriundas de, digamos, duas distribuições de probabilidade $f(x_1)$ e $g(x_1)$.

Com os X_1 apresentados nesta ordem ascendente para $f(x_i)$ e $g(x_i)$, usam-se os resultados abaixo que são os relativos a distribuições discretas, adaptados dos resultados anteriores relativos a distribuições contínuas.

O cálculo de PDE para funções discretas pode ser especificado a partir da função de distribuição acumulada obtida através de n observações de x_i:

$$F_1(R) = P(x \leqslant R)$$

$$F_1(x_r) = \sum_{i=1}^{r} f(x_i) \qquad (r = 1 \ldots n)$$

tem-se que PDE pode ser especificada como: $f(x_i)$ domina $g(x_i)$ se e somente se $F_1(x_i) \leqslant G_1(x_i)$ para todos os x_i, com inigualdade estrita para pelo menos um valor de x_i. Após a aplicação de PDE tomam-se as opções não dominadas (eficientes) e passa-se para SDE.

O cálculo de SDE para funções discretas, no caso de Dominância Estocástica de Segundo Grau, pode ser expresso como segue:

$$F_2(x_r) = \sum_{i=1}^{r} F_1(x_i) \quad \Delta x_i \qquad (r = 1 \ldots n-1)$$

sendo

$$\Delta x_i = x_i + 1 - x_i$$

e x_n é o valor mais alto tomado por x.

Assim se $F_2(x_r) \leqslant G_2(x_r)$ para todos os $r < n$ e $U_1(x) > 0, U_2(x) < 0$, então $f(x_i) \geqslant g(x_i)$.

Como SDE impõe mais restrições que PDE nas funções de preferência, após o seu crivo o conjunto de opções eficientes poderá ser menor.

O TDE é ainda mais restritivo, e portanto poderá reduzir bastante o conjunto de opções eficientes. Obtém-se, então, apenas opções que satisfaçam a todas estas restrições:

- $U_1(x) > 0$ (mais x é preferido que menos x)
- $U_2(x) > 0$ (decrescente utilidade marginal)
- $U_3(x) > 0$ (decrescente aversão ao risco)

TDE é expresso, no caso discreto, por:

$$F_3(x_r) = \sum_{i=1}^{r} P_2(x_i) \quad \Delta x_i \qquad (r = 1 \ldots n-1)$$

No âmbito da pesquisa agropecuária as técnicas de dominância estocástica apresentados acima são ilustradas por Garcia & Cruz (1979).

A generalização da dominância estocástica

Meyer (1977) mostrou que se pode relaxar a hipótese restritiva de que todos os tomadores de decisão são aversos ao risco. Implicita no segundo grau de D.E., explicado anteriormente.

A alternativa exposta por Meyer (1977) é o conceito de dominância estocástica com respeito a uma função. Detalhes sobre esta abordagem podem ser encontrados em Crocomo (1979).

Os métodos de Hanoch e Levy para incorporação de risco

O critério de Hanoch & Levy (1970) para a incorporação de risco usado neste trabalho é baseado nos axiomas de Bernoulli e no Teorema da Utilidade Esperada, com as seguintes hipóteses adicionais:

a. a função de utilidade do tomador de decisão é quadrática;

b. a função de distribuição de probabilidade dos retornos é simétrica. Sob estas condições, o critério de Hanoch & Levy (1970) é um caso especial das regras de dominância estocástica que não presumem simetria e nem tampouco qualquer forma específica da função de utilidade.

Hanoch & Levy (1970) derivaram outros critérios usando hipóteses alternativas[3]. Este estudo limita-se porém, ao caso da simetria, pelas seguintes razões:

a. existe extensa literatura que usa e justifica a hipótese de funções de utilidade quadráticas, como uma aproximação razoável para o comportamento do tomador de decisão, pelo menos dentro de um certo intervalo de retornos. (Feldstein 1969; Tsiang 1972; Tobin 1958; e Anderson 1973);

b. a hipótese da simetria das distribuições de probabilidade das variáveis sob investigação pode ser satisfeita a partir de uma grande variedade de distribuições (exemplo: normal, uniforme, triangular, beta etc.). Estudos empíricos reportados em Cruz (1979) evidenciam que, para aplicações agrícolas, as distribuições de rendimentos e preços esperados são aproximadamente simétricas. Por outro lado, o uso de distribuições simétricas é mais aceitável relativamente a hipótese de normalidade, que é bem mais

[3] Entre estas cita-se a hipótese da função de utilidade cúbica e o pressuposto de assimetria previamente conhecida das distribuições de probabilidade dos retornos.

forte e que tem sido usada por Freund (1956) e Wiens (1976), em aplicações na agricultura.

A função de utilidade quadrática pode ser representada da seguinte forma:

$$U(X) = a + bX + cX^2 \tag{1}$$

onde X é uma variável aleatória representando o retorno ou a rentabilidade esperada (num dado período de tempo) das alternativas sob consideração do tomador de decisão. Neste caso, presumindo-se utilidade marginal positiva, tem-se:

$$U'(X) = b + 2cX > 0 \tag{2}$$

Supondo-se aversão ao risco por parte do tomador de decisão (veja-se evidências empíricas em Dillon & Scandizzo 1978) então:

$$U''(X) = 2c < 0 \tag{3}$$

As equações (2) e (3) implicam que X é limitado no intervalo $X < K$ onde $K = -b/2C$ maior que 0.

Desta forma a função de utilidade quadrática poderá ser representada por:

$$U(X) = 2KX - X^2 \qquad (K > 0;\ X < K) \tag{4}$$

Para se comparar as duas distribuições simétricas, Hanoch & Levy (1970) derivaram a seguinte regra:

X_1 dominará X_2 se,

$$2(\mu_1 - \mu_2)\sigma_1 + (\mu_1 - \mu_2)^2 - (\sigma_1^2 - \sigma_2^2) > 0 \tag{5}$$

onde:

$\mu_1 = E(X_1)$

$\mu_2 = E(X_2)$

$\sigma_1 = \sqrt{Var}(X_1)$

$\sigma_2 = \sqrt{Var}(X_2)$

Quando o número de alternativas a serem comparadas é muito grande, o método de Hanoch & Levy (1970) tem a vantagem de reduzir bastante o número de alternativas eficientes, ou seja, ele dispõe de alto poder de discriminação. Uma ilustração deste método é apresentado em Fonseca & Cruz (1981).

MODELOS DE INCORPORAÇÃO DE RISCO PARA A PROPRIEDADE RURAL COMO UM TODO

Motad

Serão vistos agora os modelos de risco que usam a programação matemática. Tais modelos são mais apropriados para o planejamento da propriedade rural como um todo.

How & Hazell (1968) desenvolveram a aplicação de programação quadrática à agricultura. Posteriormente Hazell (1971), reconhecendo as dificuldades da aplicação do método, propôs o uso do **Motad** (Minimization of Total Absolute Deviation) que oferece a grande vantagem de usar programas enlatados convencionais de programação linear (P.L.).

O método é muito interessante e merece um destaque especial. Defina-se A como o desvio da renda média absoluta:

$$A = \frac{1}{s} \sum_{h=1}^{s} \left| \sum_{j=1}^{n} (c_{hj} - g_j) x_j \right| \qquad (1)$$

como um estimador não tendencioso do desvio da renda média absoluta da população, onde:

s = nº de observações numa amostragem aleatória de margens brutas.

g_j = média amostral das margens brutas de j atividades.

c_{hj} = margem bruta da h ésima observação da j ésima atividade;

$(j = 1 \ldots n)$ e $(h = 1 \ldots s)$

x_j = o nível da j ésima atividade.

Usando-se A como medida de incerteza toma-se E, a média da margem bruta total, que juntamente com A são os parâmetros fundamentais na seleção de um programa de atividade de uma fazenda. Estas serão eficientes se tiverem o mínimo A para um dado E. O critério é portanto: Minimizar E-A, e a solução deste objetivo é obtida através da P.L. convencional com uma rotina paramétrica para a derivação de opções **farm plans** eficientes. Na equação (1) ve-se que $\frac{1}{s}$ é uma constante. Isto equivale a minizar sA.

Para isto, definem-se as seguintes variáveis:

$$Y_h = \sum_{j=1}^{n} c_{hj}\, x_j - \sum_{j=1}^{n} g_j x_j$$

para todos os h, (h = 1 ... s)

tem-se então

Minimizar

$$sA = \sum_{h=1}^{s} \left| Y_h \right|$$

Definindo-se

$$Y_h = Y_h + - y_h^-$$

sendo:

$$Y_h^+ = \left| \sum_{j=1}^{n} (c_{hj} - g_j)\, x_j \right|$$

quando $\sum_{j=1}^{n} (c_{hj} - g_j)\, x_j$ for positivo, e y_h^- quando for negativo.

Se y_h^+ é y_h^- forem selecionados de uma forma tal que um ou outro seja zero tem-se:

$$\left| y_h \right| = y_h^+ + y_h^- \qquad (h = 1 \ldots s)$$

O modelo tentará naturalmente a seleção dos x_j (j = 1 ... n) que, sujeita a um mínimo E-A, maximizem a renda.

Tem-se que $\sum_{h=1}^{s} y_h^+$ é a soma dos valores absolutos dos desvios positivos da margem bruta total em redor da média esperada, e $\sum_{h=1}^{s} y_h^-$ a soma negativa, ambos em termos de margens brutas médias amostrais.

Isto significa que $\sum_{h=1}^{s} y_h^+$ será igual a $\sum_{h=1}^{s} y_h^-$ caso g_j $(j = 1 \ldots n)$ sejam margens brutas médias amostrais. O modelo **Motad** proposto por Hazell (1971) teria então a seguinte formulação, baseada em minimizar somente a soma dos valores absolutos dos desvios negativos das margens brutas totais em torno da média (pois os desvios positivos são benéficos e não devem ser minimizados):

Minimizar

$$\frac{1}{2} sA = \sum_{h=1}^{s} y_h^- \tag{2}$$

Tal que:

$$\sum_{j=1}^{n} (c_{hj} - g_j) x_j + y_h^- > 0 \tag{3}$$

(para todos os h, h = 1 ... s)

e

$$\sum_{j=1}^{n} f_j x_j = \lambda \tag{4}$$

$$\Sigma a_{ij} x_j < b_i \qquad \text{(todos os i, i = 1 ... n)} \tag{5}$$

$$x_j, y_h^- > 0 \qquad \text{(todos os h e j)} \tag{6}$$

f_j é a margem bruta prevista para cada atividade.

a_{ij} é o coeficiente técnico da matriz de tecnologia usual em P.L. e os

b_i (i = 1 ... m) são os níveis de fatores limitantes.

λ é o coeficiente de parametrização, crescendo a partir de zero até a solução máxima dada por P.L. convencional.

Como o modelo é paramétrico haverá um conjunto de soluções eficientes e cabe ao tomador de decisão a escolha da solução, de acordo com as suas preferências, pois esta depende da função utilidade de cada um, que é subjetiva.

Um exemplo com quatro culturas é dado por Hazell (1971). Entretanto, o exemplo mais interessante é dado por Holanda & Sanders (1975) pois ali são tratadas as consorciações de algodão com sorgo, milho e feijão na região de Seridó, RN.

MODELOS DE TEORIA DOS JOGOS COM PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

Outra linha de raciocínio para incorporação de risco em modelos de planejamento da propriedade rural é baseada na teoria dos jogos, desenvolvida por Neumann & Morgenstern (1947).

Os interessados sobre detalhes poderão consultar uma vasta literatura disponível sobre a teoria dos jogos, apresentada até mesmo em livros elementares de estatística como o Wonnacott & Wonnacott (1972). O que não são muito conhecidos são os métodos de usar a teoria dos jogos para aplicações agrícolas. Por esta razão, descrever-se-á o processo a seguir.

O ponto inicial da análise é o critério de MAXIMIN (Máximo entre os Mínimos Ganhos), onde o tomador de decisão escolhe o melhor entre os piores resultados de cada alternativa. Para melhor entender este critério, procurar-se-á explicar primeiro o que significa uma estratégia mista para aplicações agrícolas, onde é necessário combinar duas ou mais atividades A_i (i = 1 ... M) para se maximizar o critério MAXIMIN:

a. o interesse do agricultor seria de escolher as proporções P_i (i = 1 ... n) de recursos disponíveis (terra, capital, mão-de-obra, etc.) que seriam alocados na produção das culturas (atividades) A_i durante o ano ou o período de planejamento;

b. dentro desta ótica, o conceito de estratégia mista teria a interpretação acima e não aquela que é comumente apresentada na literatura de teoria dos jogos (McInerney 1967).

Para a montagem do modelo MAXIMIN, o agricultor teria m recursos disponíveis A_i e os estados na natureza s_j $j = 1 \ldots n$ seriam definidos como as condições de tempo que possivelmente afetariam a produção com iguais probabilidades de ocorrência. Ter-se-ia também, como parte integrante do modelo, uma matriz de margens brutas $[c_{ij}]$ que representaria os retornos por hectare (ou outra unidade) que seriam resultantes da combinação de cada estado da natureza com cada atividade escolhida.

A estratégia do agricultor seria a de obter a melhor combinação das atividades da fazenda que lhe assegurem uma renda mínima garantida dentro da situação de incerteza que ele se defronta.

Dantzig (1951) demonstrou que cada jogo de duas pessoas-soma zero é formalmente equivalente a um problema de programação linear devidamente especificado. Isto significa que se podem usar os enlatados de P.L. na solução de problemas de MAXIMIN.

Tome-se o jogo Agricultor x Natureza no qual o primeiro tem m atividades de produção e a Natureza tem n possíveis estados (digamos n possíveis pré-fixados níveis de precipitação pluviométrica) durante o período de produção.

Portanto, há uma matriz m x n de possíveis margens brutas. O que se deseja do modelo seria a determinação de uma proporção P_i para cada A_i de tal modo que a margem bruta total resultante nunca fosse menor que um valor mínimo V, qualquer que fosse o estado da natureza.

O que se quer, portanto, é determinar estes P_i que maximizam V (critério MAXIMIN).

Esta condição seria satisfeita na seguinte forma:

$$
\begin{array}{lll}
c_{11}p_1 + c_{21}p_2 + \cdots + c_{m1}p_m \geq V & & \text{se ocorrer } S_1 \\
\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots & & \\
c_{1n}p_1 + c_{2n}p_2 + \cdots + c_{mn}p_m \geq V & & \text{se ocorrer } S_n
\end{array}
$$

Com a condição de:

$$\sum_{i=1}^{M} p_i = 1$$

Para se achar a função objetiva V para ser maximizada McInerney (1969) sugere que se usem variáveis mudas.

Para cada uma das n equações acima usar-se-ia uma nova variável $p_m + j$ de tal modo que cada inequação seja transformada em equação. O sistema de equações seria então:

$$C_{11}p_1 + c_{21}p_2 + \dots + c_{m1}p_m - p_{m+1} = V \text{ para } S_1$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$c_{1n}p_1 + c_{2n}p_2 \dots + c_{mn}p_m - p_{m+n} = V \text{ para } S_n$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

$p_i \geq 0$ (para todos os i = 1 ... m+n)

Subtraindo-se a primeira equação no sistema acima sucessivamente de cada uma das equações seguintes, eliminar-se-iam as incógnitas V com exceção da primeira equação restante.

Esta é portanto a função objetivo. Ter-se-ia, portanto, o seguinte modelo:

Maximizar:

$$V = \sum_{i=1}^{m+n} c_{ii}\, p_i$$

Sujeito às seguintes n - 1 relações:

$$\sum_{i=1}^{m+n} c_{ij}\, p_i = 0$$

e

$$\sum_{i=1}^{m} p_i = 1$$

$$P_i \geq 0 \text{ (para todos } i = 1 \ldots m + n)$$

Deve-se incluir também as restrições de disponibilidade de recursos, normais à qualquer problema de P.L.

O modelo completo é, portanto, assim especificado:

Maximizar:

$$V = \sum_{i=1}^{m+n} c_{i1}\, p_i$$

Sujeito à n - 1 restrições (MAXIMIN)

$$\sum_{i=1}^{m+n} a_{ij}\, p_i = 0$$

bem como a r restrições (disponibilidade de recursos)

$$\Sigma\, d_{ik}\, p_i \leq b_k$$

$$\sum_{i=1}^{m} p_i \leq L \qquad (i = 1 \ldots m)$$

$$p_i \geq 0$$

Na especificação, acima, definem-se as atividades em termos de hectares. Com isto o nível destas atividades, obtido pela solução do modelo (as proporções p_i) medirá a proporção da área total da fazenda que será alocada a cada atividade.

Daí a razão da inclusão de $\sum_{i=1}^{m} p_i \leq L$

Onde L é a área total da propriedade (ou área cultivável) e os p_i são expressos agora em termos de área a ser alocada a cada atividade (ou as outras unidades normalmente incluídas em P.L. relativas à parte da pecuária etc.).

Na coleta de dados, para a alimentação do modelo. McInerney (1969) usa uma série de cinco anos e cada ano refletiria um estado da natureza (Tabela 1).

TABELA 1. Matriz de margens brutas.

Atividades	Estados natureza					Média
	I	II	III	IV	V	
A_1	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{15}	$\frac{1}{5} \sum_{j=1}^{5} c_{ij}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
A_m	c_{m1}	c_{m2}	c_{m3}	c_{m4}	c_{m5}	$\frac{1}{5} \sum_{j=1}^{5} c_{mj}$

Nem sempre será possível a obtenção de margens brutas em cada cultura por um período de cinco anos. Neste caso, uma alternativa seria a de se obter as margens brutas para cada estado da natureza através de entrevistas com os produtores os quais, através de sua experiência, poderiam dar uma idéia das margens brutas de cada cultura, sob condições de vários tipos de clima.

A comparação dos resultados do modelo MAXIMIN com as da P.L. convencional é facilmente obtida através do uso da última coluna (Média) da Tabela 1. Os dados desta coluna alimentariam, como é sabido, o modelo de P.L. convencional.

Enquanto o modelo de P.L. comum maximiza a margem bruta presumindo certeza (isto é, ela não prevê o que acontece com o agricultor caso haja um ano ruim), o modelo MAXIMIN assegura um máximo entre o mínimo de ganhos que o agricultor enfrentaria.

Se o agricultor estiver interessado em **maximizar o lucro** no período considerado (seja 5 anos) e estiver preparado para suportar as conseqüências dos anos ruins, então o modelo convencional de P.L. é o mais indicado. O modelo de MAXIMIN seria factível para o agricultor que não pode se dar ao luxo de tolerar as conseqüências dos anos de baixo retorno, ou prejuízos.

Há, entretanto, um grave inconveniente com o uso deste modelo. É que a especificação dos estados da natureza é totalmente arbitrária, e o modelo depende crucialmente desta especificação. As margens brutas de três estados da natureza poderão gerar soluções bem diferentes daquelas resultantes de oito estados, por exemplo.

ESCOLHA DE UM MODELO DE RISCO

Para fins práticos, a escolha de um modelo de risco depende da disponibilidade de dados, dos objetivos a que se pretende chegar, e dos recursos disponíveis. Os exemplos empíricos apresentados a seguir ilustram estes pontos. Para aplicações que envolvem comparações de alternativas isoladas duas a duas, dispõe o Departamento de Estudos e Pesquisas (DEP) – EMBRAPA – de pacotes já implantados no computador (Cruz 1980). Para aplicações que envolvem a propriedade rural como um todo, pode-se fazer uso programa da IBM, MPSX. A matriz de programação correspondente deve ser montada individualmente, para atender as necessidades de cada caso. Baseado na Programação Linear, o DEP-EMBRAPA desenvolveu um pacote chamado de PROFAZENDA, com o objetivo de simplificar as atividades de planejamento da propriedade agrícola como um todo. A concepção desta modelagem e uma exemplificação de seu uso será objeto de artigo específico deste livro.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, J.R. Risk aversion and polynomial preference. **Aust. Econ. Paper,** 12(21): 261-2, 1973.

ANDERSON, J.R. Risk efficiency in the interpretation of agricultural production research. **R. Marketing Agric. Econ.,** 42(3):131-84, Set. 1974.

ANDERSON, J.R. **Modelling decision making under risk.** s.n.t. Paper presented to the Agricultural Development Council Conference on Risk, Uncertainty and Agricultural Development held at CIMMYT, Mexico (March), 1976.

ANDERSON, J.R.; DILLON, J.L. & HARDAKER, J.B. **Agricultural decision analysis.** Ames, Iowa State University Press, 1977.

BAUMOL, W.J. An expected gain - Confidence limit criterion for portfolio selection. **Management Sci., 10**(1):174-82, 1963.

BITZ, M. & ROGUSH, M. Risiko-Nutzen, Geldnutzen und Risikoeinstellung Zur Discussion um das Bernoulli-Prinzip. **Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 46**(12):853-68, 1976.

BORCH, K. **Economics of uncertainty.** Princepton, Princepton University Press, 1968.

BOUSSARD, J.M. & PETIT, M. Representation of farmers' behaviour under uncertainty with a focus-loss constraint. **J. Farm Econ., 49**(4):869-80, 1967.

CROCOMO, C.R. **Risk efficient fertilizer rates:** an application to corn production in the "Cerrado" region of Brazil". Michigan State University, 1979. Tese Doutorado.

DANTZIG, G.B. A proof of equivalence of the programming problem and the game problem. In: KOOPMANS, T.C. **Activity analysis of production and allocation.** .s.l., John Wiley, 1951.

CRUZ, E.R. da. **On the determination of priorities for agricultural research under risk.** Wye College, University of London, 1979. Tese Mestrado.

CRUZ, E.R. da. **PACTA — Programa de avaliação comparativa de tecnologias alternativas;** guia do usuário. EMBRAPA-DDM, 1980. 7p.

DILLON, J.L. An expository review of Bernoullian decision theory. **R. Marketing Agric. Econ., 39**(1):1-80, Mar. 1971.

DILLON, J.L. & SCANDIZZO, P.L. Risk attitudes of subsistence farmers in North East Brazil; a sampling approach. **Am. J. Agric. Econ., 60**(3):425-35, Aug. 1978.

FELDSTEIN, M.S. Mean variance analysis in the theory of liquidity preference and portfolio selection. **R. Econ. Stud., 36**(1):5-14, 1969.

FONSECA, V.H. & CRUZ, E.R. da. **Metodologia para incorporação de risco em modelos de decisão;** o caso do arroz no Rio Grande do Sul. Trabalho apresentado no 18º Congresso da SOBER, Recife, 1981.

FREUND, R.J. The introduction of risk into a programming model. **Econometrica, 24**(3): 253-63, 1956.

GARCIA, J.C. & CRUZ, J.C. Seleção pela dominância estocástica, de práticas agrícolas eficientes com respeito ao risco; uma aplicação para a cultura de milho. **Rev. Econ. rural.,** Brasília, 17(2):131-42, 1979.

HADAR, J. & RUSSEL, W.R. Rules for ordering uncertain prospects. **Am. Econ. R.,** Vol. **14**(1):25-34, Mar. 1969.

HANNOCH, G. & LEVY, H. Efficient portfolio selection with quadratic and cubic utility. **J. Busin., 43**(2):181-9, 1970.

HAZELL, P.B.R. A linear alternative to quadratic and semi-variance programming for farm planning under uncertainty. **A.J.A.E., 53**(1):53-62, Fev. 1971.

HOLANDA, A.N. & SANDERS, J.H. **Evaluating the introduction of new technology for small and medium farmers under very risky conditions**; the Seridó of Rio Grande do Norte. UFCE, 1975. Tese Mestrado.

HOW, R.B. & HAZELL, P.B.R. **Use of quadratic programming in farm planning under uncertainty.** Cornell, Dept. Agric. Econ., 1968. (A.E. RES. 250).

KATAOKA, S. A stochastic programming model. **Económétrica, 31**(1/2):181-96, 1963.

KNIGHT, F.H. **Risk, uncertainty and profit.** Boston, Houghton — Miffilin, 1921.

KOCH, H. Die Problematik der Bernoulli-Nutzentheorie, **Jahrbüch für Nationalökonomie and Statistik, 188**:193-223, 1974.

MCINERNEY, J.P. Linear programming and game theory models; some extensions. **J. Agric. Econ., 20**(2):269-78, 1969.

MCINERNEY, J.P. Maximin programming; an approach to farm planning under uncertainty. **J. Agric. Econ., 18**(2):279-89, 1967.

MARKOWITZ, H. **Portfolio selection**; efficient diversification of investiments. New York, John Wiley, 1959.

MEYER, J. Choice among distributions. **J. Econ. Theory, 14**:326-36, 1977.

NEUMANN, J. von & MORGENSTERN, O. **Theory of games and economic behaviour.** 2.ed. Princepton, Princepton University Press, 1947.

QUIRK, J.P. & SAPOSNIK, R. Admissibility and measurable utility functions. **R. Econ. Stud., 29**:140-6, 1962.

ROUMASSET, J. **Rice and risk**; decision making among low-income farmers. Amsterdam, North Holland, 1976.

ROY, A.D. Safety first and the holding of assets. **Econometrica, 20**(3):431-49, 1952.

TELSER, L.G. Safety first and hedging. **R. Econ. Stud., 23**(1):1-16, 1955.

TOBIN, J. Liquidity preference as behaviour towards risk. **R. Econ. Stud., 25**(1):65-85, 1958.

TSIANG, S.C. The rationale of the mean standard deviation analysis, skewness preference, and the demand for money. **Am. Econ. R., 62**:354-71, 1972.

WEBSTER, J.P.G. & KENNEDY, J.O.S. Measuring farmers' trade-offs between expected income and focus-loss income. **Am. J. Agric. Econ., 57**(1):97-105, 1975.

WIENS, T.B. Peasant risk aversion and allocation behaviour; a quadratic programming experient. **Am. J. Agric. Econ.**, 629-35, Nov. 1976.

WONNACOTT, R.J. & WONNACOTT, T.H. **Introductory statistics.** 2.ed. s.l., Johh Wiley, . 1972.

SELEÇÃO DE CULTIVARES E SISTEMAS DE PRODUÇÃO DE MILHO COM RESPEITO AO RISCO

João Carlos Garcia[1]

INTRODUÇÃO

O mercado brasileiro de sementes de milho tem sido abastecido de diferentes formas desde que se criaram as primeiras firmas produtoras de sementes. Houve um período em que as variedades dominaram o mercado. Surgiram, a seguir, os híbridos de ampla adaptação geográfica, até chegar aos nossos dias, quando já se dispõe de híbridos mais específicos com relação aos diversos ambientes onde o milho é cultivado.

Os materiais genéticos existentes apresentam diferentes características e possivelmente se prestam a diferentes tipos de manejo da cultura. Existem aqueles que suportam maior densidade de plantio, que requerem maior ou menor uso de fertilizantes e corretivos ou ainda apresentam maior resistência a pragas, doenças ou deficiência hídrica.

A decisão a ser tomada pelo agricultor não se limita, então, apenas a qual cultivar irá empregar, mas também abrange todo um sistema de produção que visa a aproveitar os diferentes potenciais das cultivares.

São apresentados, a seguir, dois exemplos de análises, feitas a fim de selecio-

[1] Eng.º - Agr.º, D.Sc. Centro Nacional de Pesquisa de Milho e Sorgo-EMBRAPA, Caixa Postal 151, CEP 35700, Sete Lagoas, MG.

nar sistemas de produção mais adequados às características de algumas cultivares disponíveis. Na próxima seção será fornecida uma breve visão da metodologia empregada e nas duas outras serão desenvolvidos os exemplos.

UM POUCO DE METODOLOGIA

A regra básica para a determinação econômica do uso de fatores de produção baseia-se no custo do insumo, no preço do produto e no acréscimo à produção possível de ser obtido com a última unidade de insumo adicionada ao processo produtivo (o produto marginal). Pode-se demonstrar que um dado fator de produção deve ser empregado até que o valor do produto marginal seja igual ao custo do insumo.

Por trás desta regra há uma pressuposição crucial, no que diz respeito à sua aplicação em análises econômicas no setor agrícola. Supõe-se que existe conhecimento perfeito sobre o resultado do processo produtivo e sobre o preço futuro do produto. Dadas as características da produção agrícola, pode-se considerar que estas suposições são bastante fortes e de ocorrência limitada.

A capacidade restrita de se realizar inferências sobre acontecimentos futuros, como os citados, é que torna necessária a introdução da análise de risco no estudo da tomada de decisões econômicas na agricultura.

Para a realização de análises que envolvam risco são necessários dois tipos de informações:

a. a probabilidade de ocorrência de cada um dos eventos que se está estudando;

b. a avaliação das conseqüências relacionadas com a ocorrência destes eventos (Dillon 1971).

Existe uma série de problemas para a formulação de probabilidades, associadas a rendimentos de práticas agrícolas. Um dos mais sérios é a geralmente curta série de dados disponíveis para se derivar curvas de distribuição de probabilidades (como as empregadas por Day (1965) e Fonseca (1977). De um modo geral, um experimento é repetido por apenas dois ou três anos e algum artifício tem que ser utilizado para gerar toda a curva de distribuição de probabilidade. O método utilizado nos dois exemplos seguintes é o da técnica de "dados esparsos" (Anderson 1973). Ela consiste em se ajustar manualmente a curva de probabilidade acumulada, tomando-se, como informação básica, pontos obtidos por meio da regra de Schlaiffer (Anderson 1973). Segundo esta regra, ao se ordenar, em ordem crescente, as N observações disponíveis, a p-ésima observação é uma boa estimativa da fração p/ (N + 1) de probabilidade acumulada. Desta forma, considerando-se o conjunto três, seis, dez e seis, obtido como resultado de dado tratamento em um experimento qualquer, os valores três, seis, seis e dez são boas estimativas das frações de probabilidade acumulada 0,2: 0,4: 0,6 e 0,8, respectivamente.

Para a caracterização da curva, de modo a permitir seu ajuste, são necessários ainda seus pontos extremos, ou seja, o máximo e o mínimo esperado para o tratamento, nas condições do experimento. Uma vez plotados os pontos no gráfico, ajusta-se manualmente, com base neles, uma curva em forma de S "esticado" (terá esta forma se nas abscissas estiver a probabilidade acumulada e nas ordenadas os valores obtidos). Um exemplo, com os dados acima, e onde os pontos extremos foram considerados como um e doze, está na Fig. 1.

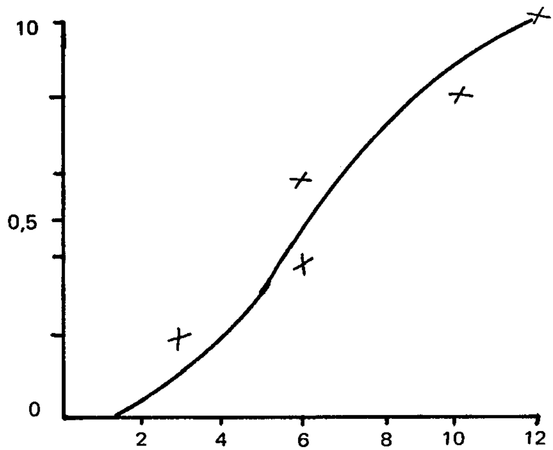


FIG. 1. Exemplo de obtenção da curva de probabilidade acumulada, com o uso da técnica de dados esparsos.

A curva de distribuição de probabilidade assim obtida, possibilita inferências sobre uma série de parâmetros que ajudam a caracterizar o risco de determinada tecnologia (tais como: média, variância, coeficientes de assimetria etc.).

Sendo possível conseguir curvas de distribuição de probabilidade aceitáveis para as tecnologias que se deseja testar, resta agora compará-las.

O ponto de partida para análises que envolvem as preferências dos indivíduos é a formulação de funções de utilidades. Estas englobam as preferências dos indivíduos, por algumas características das alternativas (no caso específico aqui: tecnologias) que ele tem para escolher.

O problema está, justamente, na formulação matemática destas funções de utilidade. Por seu caráter pessoal, ela está relacionada com fatores psicológicos de difícil mensuração e, sobretudo, individuais. Para contornar esta dificuldade, existem técnicas que possibilitam selecionar, dentre as alternativas disponíveis, aquelas que seriam escolhidas por agricultores com determinado tipo de comportamento genérico (p. ex.: avessos com relação ao risco). Como exemplo destas técnicas, tem-se a análise Renda-Variância ou o uso da dominância estocástica (Anderson, 1974; Anderson et al. 1977; Dillon 1977; Garcia & Cruz 1979).

Estas técnicas servem para reduzir o conjunto de alternativas testadas àquelas que atendem aos propósitos dos agricultores com dado comportamento genérico assumido. Posteriormente, pode-se realizar uma segunda seleção, com base nas características das tecnologias de modo a adequá-las a agricultores com diferentes graus de, digamos, aversão ao risco.

Especificamente, para o caso do uso da dominância estocástica, a seleção se dá em três etapas: na primeira são escolhidas as alternativas que atenderiam aos propósitos de agricultores que preferem mais lucro (p. exemplo) a menos lucro (dominância de 1º grau); na segunda, seriam escolhidas aquelas que atenderiam aos agricultores avessos ao risco (dominância de 2º grau); e na terceira, seriam selecionadas as que atenderiam a agricultores que se tornam menos avessos ao risco quanto mais ricos ficam (dominância de 3º grau).

Outra alternativa consiste na seleção pela dominância estocástica, porém, com base em funções de utilidade expressas matematicamente. Detalhes sobre esta abordagem podem ser encontrados em Crocomo (1979). Estas funções servirão para representar diferentes graus de comportamento com relação ao risco. O que se obterá será o conjunto de alternativas que seriam escolhidas por agricultores com função de utilidade de características semelhantes à utilizada.

AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO COM RELAÇÃO AO RISCO DE CULTIVARES DE MILHO EM DIFERENTES NÍVEIS DE ADUBAÇÃO E DENSIDADE DE PLANTIO

Os dados utilizados, no primeiro exemplo, são resultantes de um experimento realizado durante três anos (1973/74, 1974/75 e 1975/76), com dois híbridos (Ag 257 e IAC-Hmd 7974) e duas variedades (IAC – Maya X e IPEACO Dentado Composto VI M) de milho, quatro níveis fixos de adubação (30-25-10, 80-75-40, 130-125-70, 180-175-100) e três populações (30, 60 e 90 mil plantas/ha).

Serão avaliados os resultados dos ensaios montados em Governador Valadares e Sete Lagoas. Maiores detalhes e uma análise agronômica deste experimento estão em Correa et al. (s.d.).

Para cada uma destas combinações de local, cultivar, adubação e população foi obtida uma curva de distribuição de probabilidade, baseando-se no método exposto na seção dois. Como somente três pontos são disponíveis (as médias de rendimento para cada ano), pode-se obter estimativas de produção para três fatores de probabilidade acumulada (0,25, 0,5 e 0,75). Os pontos de mínimo e máximo de cada distribuição foram 0,0 (zero) e o maior rendimento dentro de todas repetições de cada tratamento, para dado local. Estes pontos são subjetivos, porém o limite inferior parece bastante razoável pois é o mínimo de produção que se pode obter. Após o ajuste manual de cada distribuição, elas foram divididas em 20 segmentos de igual amplitude de probabilidade acumulada (5%), sendo estes os pontos empregados para a seleção pela dominância estocástica. Foi feita uma seleção por local.

Os aspectos econômicos foram verificados de forma contábil. A distribuição de probabilidade dos lucros, que é intimamente relacionada com a distribuição de probabilidade dos rendimentos, é que dará indicação de maior ou menor risco da combinação estudada. Para o cálculo deste lucro, foi considerado o preço de semente e de fertilizantes de agosto de 1978, publicados em Conjuntura Estatística (1978). Para o milho utilizou-se do preço mínimo da safra 78/79. Os resultados para cada região estão na Tabela 1.

Em Governador Valadares, um híbrido e as duas variedades se mostraram em condições de serem escolhidos por agricultores avessos ao risco. Os níveis de adubação foram os mais baixos e apenas o híbrido admitiu maior densidade de plantio. A combinação de maior lucro (IAC-Hmd 7974, 60.000 plantas, adubação A) mostra que, mesmo para proprietários indiferentes ao risco, não seria recomendável o uso de doses de adubo acima da mínima testada.

A diferença de custo entre as distribuições selecionadas é apenas o maior gasto com sementes, que a distribuição de maior lucro requer. Nesta situação, dos 21 pontos de lucro gerados, apenas no caso de produção nula é que as duas outras distribuições (IAC Maya X, 30.000 plantas, adubação A; e IPEACO, 30.000 plan-

TABELA 1. **Atividades selecionadas pela dominância estocástica de 1º, 2º e 3º grau*, para duas regiões do Estado de Minas Gerais.**

Cultivar	POP.**	AD.***	Regiões							
			Governador Valadares				Sete Lagoas			
			A	B	C	D	A	B	C	D
	30		1	0	0	0	3	0	0	0
Ag 257	60		1	0	0	0	3	3	0	0
	90		1	0	0	0	1	0	0	0
	30		1	0	0	0	0	0	0	0
IAC-Hmd 7974	60		3	0	0	0	0	0	1	0
	90		0	0	0	0	0	0	0	0
	30		3	0	0	0	3	0	0	0
IAC-Maya X	60		1	0	0	0	0	0	0	0
	90		0	0	0	0	0	0	0	0
	30		3	0	0	0	0	0	0	0
IPEACO COMPOSTO	60		0	0	0	0	0	0	0	0
Dent. VI M.	90		0	0	0	0	0	0	0	0

* Se uma combinação é dominante de 1º grau, possui o número um, se também é de 2º, o número dois, e se também de 3º, o número três.

** População em 1000 plantas/ha.

*** Níveis de adubo: A(30-25-10); B(80-75-40); C(130-125-70); D(180-175-100).

tas, adubação A) apresentam maior lucro (no caso, menor prejuízo). Isto leva à conclusão que somente agricultores fortemente avessos ao risco prefeririam uma das duas à primeira. Caso seja descartada a possibilidade de um fracasso total na cultura, a distribuição de maior lucro médio esperado seria a escolhida.

Em Sete Lagoas, quatro distribuições foram selecionadas. Um híbrido (Ag 257) e uma variedade (IAC Maya X) seriam as cultivares mais recomendadas para os agricultores avessos ao risco. O maior lucro esperado neste local (Ag 257, 60.000 plantas e adubação B) foi conseguido em um nível de adubação maior do que em Governador Valadares. Em ordem decrescente de lucro esperado, tem-se as combinações Ag 257, 60.000 plantas, adubação A; IAC Maya X, 30.000 plantas, adubação A; e Ag 257, 30.000 plantas, adubação A.

$$\overline{Y}_{it} = a_i + b_{1i}Ca + b_{2i}P + b_{3i}Ca^2 + b_{4i}P^2 + b_{5i}Ca.P + b_{6i}CaP^2 + b_{7i}Ca^2.P \quad (1)$$

onde:

$\overline{Y}it$ é o rendimento esperado do híbrido i no ano t em kg/ha;

Ca é a quantidade de calcário empregado, em t/ha;

P é a dose de P_2O_5 utilizada anualmente em kg/ha.

A partir destas superfícies de respostas médias, foram calculadas as doses ótimas econômicas de calcário e fósforo para cada híbrido. Estas seriam as doses **médias** recomendadas para cada híbrido (Tabela 2).

TABELA 2. Doses econômicas de calagem e fósforo.

Híbridos*	Ca (t/ha)	P_2O_5 (kg/ha)
1	4,68	38,63
2	5,03	80,43
3	6,34	102,73

* Híbridos 1 e 2 foram desenvolvidos no CNPMS e o número 3 é um híbrido comercial.

No cálculo destas doses, existem dois problemas. A aplicação de calcário não é uma atividade que proporciona todos os seus retornos em um ano, portanto, um tratamento especial deve ser dado a seu preço. Porém, não se dispõe de informações sobre o comportamento do calcário aplicado em dado ano, sobre a acidez do solo nos anos seguintes e sua relação com fatores climáticos e biológicos ocorridos nestes anos. Para contornar esta situação, o preço do calcário foi dividido por três (suposto intervalo entre calagens). Com respeito ao fósforo, a existência de efeito residual também traz o mesmo problema. Neste caso, considerou-se que todo o fósforo aplicado seria consumido no mesmo ano. O preço do P_2O_5, calculado com base no do superfosfato triplo, foi empregado para os cálculos.

Foram ajustadas também nove outras equações, uma para cada híbrido em cada ano de experimento. Estas equações são do tipo da equação 1 e representam o comportamento dos híbridos nos três anos. Elas fornecem uma aproximação para seu desempenho em diferentes condições climáticas possíveis na região do experimento.

Neste caso, a diferença no custo de produção entre a combinação de maior lucro e as outras é grande. Apesar do conjunto Ag 257, 60.000 plantas e adubação B certamente ser o recomendado para agricultores indiferentes (ou com pequena aversão) ao risco, aqueles mais avessos certamente escolheriam entre Ag 257, 60.000 plantas, adubação A e IAC Maya X, 30.000 plantas, adubação A. Esta última apresenta maior lucro (menor prejuízo) no caso de uma produção nula e nas partes superiores das curvas de distribuição de freqüência. Entretanto, a diferença entre os lucros em um mesmo nível de probabilidade é pequena, o que torna difícil a separação. Já o sistema Ag 257, 30.000 plantas adubação A, somente seria aceito por agricultores extremamente avessos ao risco.

Estes resultados apresentados são passíveis de críticas em alguns pontos. Primeiro, o experimento não fornece informações sobre cada um dos sistemas no nível zero de adubação. Isto seria necessário principalmente para a região de Governador Valadares, onde as combinações com maior nível de fertilizantes não foram selecionadas. Segundo, os dados empregados são resultados de um experimento. Neste caso existe um grau de controle, sobre os outros fatores não considerados, muito grande e isto pode incluir uma fonte de erro quando se assume que os agricultores tomariam estes dados, para formulação de suas expectativas, sem qualquer ajustamento. Terceiro, não existe um relacionamento entre os resultados dos experimentos e as condições físicas e químicas dos solos onde os testes foram realizados. A menos que se admita uma homogeneidade muito grande dos solos cultivados com milho, em cada região, deve-se encarar com reservas a extrapolação destes dados para uma região geográfica maior. Por outro lado, o uso de doses fixas de fertilizantes impedem que se avalie a possibilidade de recomendações intermediárias, ou mesmo de redução de um dado nutriente.

RESPOSTA DE HÍBRIDOS DE MILHO À CALAGEM E FÓSFORO

O trabalho de pesquisa que gerou os dados aqui utilizados está sendo realizado no Centro Nacional de Pesquisa de Milho e Sorgo, com vistas a obter híbridos de milho adaptados às condições de elevada acidez e baixo nível de fósforo disponível. Dois destes híbridos foram testados em diferentes doses de calagem (0; 2 e 7 t/ha) e de fósforo (0; 40; 80 e 160 kg de P_2O_5/ha), contra um híbrido comercial, durante três anos. Uma visão mais detalhada da análise econômica pode ser encontrada em Garcia (1981).

Foram ajustadas para cada híbrido (com os dados dos três anos em conjunto) equações do tipo da número 1.

As doses econômicas de calcário e fósforo, substituídas nas equações anuais dos híbridos a que se referem, fornecerão as produções possíveis de serem obtidas com estas doses, nos três anos. Estes dados possibilitam, com a técnica de "dados esparsos", a geração de curvas de distribuição de probabilidade para os três conjuntos, híbrido-dose de calcário, dose de fósforo.

A partir daí é possível compará-los por meio da dominância estocástica.

Como exemplo de um tipo de simulação que pode ser feita, serão geradas duas curvas de distribuição de probabilidade para cada híbrido. Uma delas será baseada na regra de Schlaiffer, sendo os dados dos três anos estimativas das frações 0,25; 0,5 e 0,75. A outra tomará como base estimativas de técnicos do CNP-Milho e Sorgo acerca da probabilidade de ocorrência de anos com características climáticas semelhantes às que efetivamente ocorreram. Neste caso, os dados dos três anos representariam as frações 0,6; 0,8 e 0,9.

Com o primeiro conjunto de curvas de distribuição de probabilidade (Regra de Schlaiffer), e com o uso das técnicas de dominância estocástica simples, não foi possível separar os conjuntos que seriam escolhidos por agricultores avessos ao risco. Entretanto, algumas informações adicionais podem ser fornecidas (Tabela 3), o que possibilita algumas inferências sobre o grau de risco associado com cada conjunto. Pode-se notar um nível crescente de risco do híbrido 1 para o 2 e para o 3, o que sugeriria a mesma ordem de adequação para agricultores com graus decrescentes de aversão ao risco.

TABELA 3. Algumas características das distribuições de probabilidade dos lucros dos três híbridos testados*

Híbridos	1	2	3
Maior prejuízo (Cr$/ha)	20.441	22.516	24.935
Probabilidade de prejuízo	26%	26%	30%
Lucro médio (Cr$/ha)	5.369	5.905	7.559
Desvio-padrão do lucro (Cr$/ha)	10.622	11.568	16.321
Mediana do lucro (Cr$/ha)	7.579	8.862	10.195
Lucro máximo (Cr$/ha)	19.500	20.372	30.664
Probabilidade de maior lucro em relação aos outros híbridos	21%	23%	54%

* Preços da safra 1980/81.

Com a outra curva de distribuição de probabilidade (Regra do CNPMS), os conjuntos dos híbridos 1 e 2 foram separados como possíveis de ser escolhidos por agricultores avessos ao risco. O que de certa forma confirma a característica de maior risco de conjunto com o híbrido 3.

Se os dados das curvas de distribuição da probabilidade forem submetidos a outro teste de dominância estocástica, na qual se faz mais explícita a função de utilidade (Crocomo (1979), ter-se-ão os resultados da Tabela 4. Estes confirmam, com um pouco mais de detalhes, aqueles obtidos anteriormente.

TABELA 4. Graus de comportamento com relação ao risco e escolha de conjuntos de híbridos-calagem-fosfato*.

Comportamento	Regra Schaiffer	Regra CNPMS
Propensos ao risco	3	3
Baixa propensão	3	3 e 2
Baixa aversão	1, 2 e 3	2 e 1
Média aversão	1	1
Alta aversão	1	1

* Os números referem-se à combinação que engloba o híbrido com a dose econômica de calcáreo e fósforo (Tabela 2).

Estes resultados poderiam ser ainda mais refinados se, ao invés de empregar apenas os níveis ótimos de calcário e fósforo, fossem comparadas curvas de distribuição de probabilidades obtidas com várias combinações de doses de calcário e fósforo. Isto implica, entretanto, em um volume imenso de trabalho manual, pois seriam necessárias cerca de 130 distribuições para cobrir, com razoável precisão, as possibilidades dos três híbridos (considerando-se intervalos de 1 t/ha de calcáreo e 10 kg/ha de P_2O_5/ha).

Para contornar este problema está sendo tentado o ajuste, por meio de regressões não-lineares, das curvas de distribuição de probabilidade. Algumas tentativas têm sido feitas com o equipamento de computação disponível no CNP-Milho e Sorgo e os resultados têm sido animadores. Isto reduzirá em muito o esforço para a obtenção das distribuições e posterior comparação com respeito ao risco.

CONCLUSÕES

Os dois exemplos conduzem a conclusões gerais muito semelhantes, ou seja, a de que a escolha do cultivar implica na escolha também de todo um sistema de produção que se mostra mais adequado. Isto pode lançar alguma luz sobre as causas da utilização de certo nível tecnológico na cultura do milho no Brasil.

Com os resultados do primeiro exemplo pode-se entender a baixa população de plantas/ha e o uso restrito de fertilizantes, características das lavouras de milho. Isto, de certa forma, é condicionado pelo uso de variedades, para as quais este sistema se mostra mais adequado. Deve-se lembrar que parte considerável dos agricultores usava, e ainda usa, variedades em seus plantios. A introdução de híbridos no sistema de produção certamente modificará esta situação. Dependendo, é lógico, das características e requerimentos dos novos híbridos.

Esta última ressalva se apóia nos resultados do segundo exemplo. Para condições semelhantes às estudadas naquele experimento, existiriam híbridos de milho com potenciais sensivelmente diferentes. Como tal, a escolha de um deles conduz ao uso de sistemas de produção diferentes. Cada um destes sistemas híbrido-calagem--doses de fósforo se mostra mais adequado para um determinado grupo de agricultores. Neste caso, a escolha do público certo para quem será dirigida a difusão destes sistemas será vital para a sua adoção que, em última análise, dependerá ainda das condições econômicas (preços de insumos e produtos etc.) e dos esquemas de redução de risco (seguros etc.) que por ventura existam.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, J.R. Sparce data, climatic variability, and yield uncertainty in response analysis. **Am. J. Agric. Econ.**, Menasha, **55**(1):77-82, Feb. 1973.

ANDERSON, J.R. Risck efficiency in the interpretation of agricultural production research. **Rev. Market. Agric. Econ.**, New South Wales, **42**(3):131-84. Sept. 1974.

ANDERSON, J.R.; DILLON, J.L. & HARDAKER, B. **Agricultural decision analysis.** Ames, Iowa State University, 1977. 344p.

CORREA, L.A.; SILVA, J.; CRUZ, J.C.; MEDEIROS, J.B.; VIANA, A.C. & SILVA, A.F. **Competição de cultivares, níveis de adubação e densidade de milho em três regiões do estado de Minas Gerais.** s.n.t. Trabalho apresentado nos Anais da XII Reunião de Milho e Sorgo.

CROCOMO, C.R. **Risk efficient fertilizer rates;** an application to corn production in the Cerrado Region of Brazil. Michigan, State University, 1979. Tese Doutorado.

DAY, R.H. Probability distribution of field crop yields. **Am. J. Farm Econ.**, Menasha, **47**(3): 713-41. Ago. 1965.

DILLON, J.L. An expository review of Bernoullian decision theory. **Rev. Market. Agric. Econ.**, New South Wales, **39**(1):3-80, Mar. 1971.

DILLON, J.L. **The analysis of response in crop and livestock production.** 2.ed. Oxford, Pergamon, 1977. 213p.

CONJUNTURA/ESTATÍSTICA. **Inf. Agropec.**, Belo Horizonte, **42**(4):94-104, Out. 1978.

FONSECA, V.O. da. Análise econômica da aplicação de doses e fontes de nitrogênio na cultura do trigo, sob condições de riscos, em Pelotas, Rio Grande do Sul. **R. Econ. rural**, **2**(15):245-58, 1977.

GARCIA, J.C. **Modificação no ambiente versus adaptação das plantas ao meio.** Uma análise econômica. s.n.t. Trabalho apresentado no XIX Congresso da SOBER. Recife, 1981.

GARCIA, J.C. & CRUZ, L.C. Seleção, pela dominância estocástica, de práticas agrícolas eficientes com respeito ao risco; uma aplicação para a cultura do milho. **R. Econ. rural.** Brasília, **17**(2):131-42, Abr./Jun. 1979.

PLANEJAMENTO DA EMPRESA AGRÍCOLA EM CONDIÇÕES DE RISCO

Fernando Curi Peres[1]

INTRODUÇÃO

Em alguns países desenvolvidos, o serviço de extensão rural e a universidade convocam, periodicamente, alguns agricultores – geralmente os mais eficientes de uma determinada região– para o planejamento das atividades de suas empresas para o próximo ano. Cada agricultor preenche um questionário, indicando as disponibilidades dos seus fatores de produção e as características especiais desses fatores quando elas são distintas daquelas geralmente encontradas na região. Os dados alimentam um modelo de programação linear desenhado para uma empresa típica. É, então, gerado um plano ótimo de exploração da empresa, no período considerado, para cada agricultor. Nestes "dias de planejamento" os agricultores recebem, mediante o pagamento de uma importância relativamente modesta, um serviço de assessoramento, que beneficia também os pesquisadores tanto do serviço de extensão quanto da universidade. Isto porque os pesquisadores interagem profundamente com os agricultores nas discussões sobre preços esperados para os insumos/produtos e sobre as alternativas tecnológicas viáveis.

Neste capítulo, demonstrar-se-á, sucintamente, como estes modelos são construídos, com ênfase especial a aspectos ligados ao uso de fertilizantes. Primeiramente, aponta-se a necessidade de planejamento levando em consideração as interações

[1] Eng.º - Agr.º, Ph.D. EMBRAPA-DEP e Prof. Colaborador do Departamento de Economia e Sociologia Rural da ESALQ-USP, Caixa Postal 09, Piracicaba, SP.

entre as diversas atividades da empresa com especial enfoque no risco associado a cada empreendimento. Em seguida, será desenvolvido um modelo de planejamento em condições de risco, baseado no chamado enfoque da média-variância, como proposto por Markowitz. Mostra-se, depois, como as diversas alternativas tecnológicas no uso de fertilizantes podem ser incorporadas. Finalmente, transcrever-se-á um artigo da revista Pesquisa Agropecuária Brasileira no qual se desenvolveu o plano de uma empresa específica, utilizando uma aproximação linear ao modelo apresentado.

PLANEJAMENTO DA EMPRESA VERSUS PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES

A formação de profissionais por nossas faculdades de agronomia é feita de maneira relativamente departamentalizada e, em geral, carente de uma visão de integração entre as diversas disciplinas estudadas. Além disto, o crédito rural é feito às culturas; só, em casos especiais, ocorre o financiamento à empresa. Os pesquisadores e extencionistas tendem, portanto, a avaliar as alternativas tecnológicas e/ou sugerir diferentes planos aos agricultores baseados em técnicas de orçamentação parcial. Embora útil em muitos casos, a orçamentação parcial pode não ser o instrumento adequado, especialmente em situações de risco. Assim, "pesquisadores e órgãos de extensão tradicionalmente tendem a encarar as novas tecnologias comparando-as às atuais, separadamente ou em pares. A abordagem básica mais adequada é avaliar tecnologias dentro do contexto do estabelecimento agrícola como um todo, de modo a levar em conta considerações do tipo **portfólio** pertinentes à decisão quanto à combinação de tecnologias a ser usada no plano agrícola em nível de estabelecimento" (Dillon 1975).

Na análise da economicidade de uma nova tecnologia, os preços relevantes são os preços-sombra, os quais refletem a relativa escassez dos fatores de produção dentro do sistema produtivo da empresa. Dificilmente estes preços-sombra podem ser corretamente avaliados quando se usam técnicas de orçamentação parcial. As instituições de pesquisa e os serviços de difusão de tecnologias precisam testar a competitividade de novas tecnologias dentro do sistema produtivo das propriedades de uma região. Para melhor orientar a pesquisa agronômica, as políticas agrícolas e os agricultores em geral, torna-se necessário conhecer os preços-sombra dos fatores de produção em cada contexto, de modo a aperfeiçoar seu uso e/ou relaxar eventuais restrições ao processo produtivo.

Um exemplo pode elucidar este ponto. Em determinadas regiões do Estado de São Paulo, a pesquisa agronômica tem evidências de que a produtividade do milho pode ser aumentada de 20 - 30% se o plantio ocorrer logo no início do período chuvoso. As técnicas de orçamentação parcial indicam que a lucratividade da cultura seria maior se a prática fosse adotada. Os agricultores destas regiões, entretanto, insistem em plantá-lo mais tardiamente, mesmo com produtividade mais baixa. Será que esses agricultores são irracionais, ou não são maximizadores de lucro ?

Para tentar responder a essa pergunta, torna-se necessária uma análise mais detalhada dos tipos de restrições enfrentados pelos agricultores. Por exemplo, em algumas dessas regiões, algodão e cana são, além do milho, importantes culturas comerciais. Ora, dadas as disponibilidades de máquinas e mão-de-obra destas empresas, elas dificilmente poderão plantar as duas culturas, simultaneamente, no período apropriado. Se o milho for plantado de acordo com a recomendação da pesquisa agronômica e o algodão for plantado mais tarde, a colheita do algodão pode coincidir com o início da colheita da cana-de-açúcar, encarecendo, assim, os preços da mão-de-obra para o algodão. Sendo o milho pouco exigente em mão-de-obra na época da colheita, é melhor para o agricultor plantá-lo mais tarde e o algodão mais cedo, mesmo que o milho apresente produtividade menor.

Os agricultores precisam de instrumentos analíticos adequados à avaliação de níveis ótimos (ou eficientes) de produção que lhes permitam estimar os efeitos econômicos da adoção de tecnologias alternativas em termos tanto de renda quanto de variabilidade, associada a diferentes níveis de lucro ou risco.

Desenvolver-se-á, agora, um modelo de planejamento da empresa que trabalha em condições de incertezas tanto de clima como de preços.

UM MODELO DE RISCO

No desenvolvimento de um modelo de planejamento em condições de risco, como proposto por Markowitz (1952), inicialmente, será considerado um caso irrealmente simples para facilitar a apresentação. Em seguida, mostrar-se-á como pode ser generalizado para o caso real de uma empresa com muitas alternativas de investimento.

Imagine-se um agricultor que considera somente a possibilidade de cultivar milho e/ou criar porcos. Sua disponibilidade de capital operacional é de Cr$ 10.000.000,00 e este é, praticamente, o único fator limitante de suas atividades. Segundo seus cálculos, cada cruzeiro aplicado na cultura do milho lhe proporciona um lucro líquido (R_m), no fim do ano agrícola, de cerca de Cr$ 0,60, em condições normais. Este é, no entanto, um valor esperado. Pressupõe-se também que o lucro por cruzeiro associado à produção de milho tem uma distribuição normal com o desvio padrão[2] (σ_m) de 0,30. Isto quer dizer que, em cerca de 70% dos casos, o lucro/Cr\$ estará entre os valores Cr\$0,30 e Cr\$0,90, mais próximo de Cr\$0,90 nos anos bons, e de Cr\$0,30 nos anos ruins. De maneira semelhante, o agricultor estima que cada cruzeiro aplicado na criação de suinos (R_s) produz um lucro líquido de Cr\$0,45, com risco ou desvio padrão (σ_s) de 0,10. Ele estima, ainda, que o coeficiente de correlação entre os retornos das duas culturas (σ) é de -0,8, ou seja, em relação à margem bruta por unidade, quando o ano é favorável ao milho, ele é desfavorável à suinocultura, e vice-versa.

Usando um gráfico para representar estas duas possibilidades, ao ponto M (0,30, 0,60) corresponderiam o retorno (lucro) e risco associados ao cultivo de milho, e ao ponto S (0,10, 0,45), a suinocultura (Fig. 1).

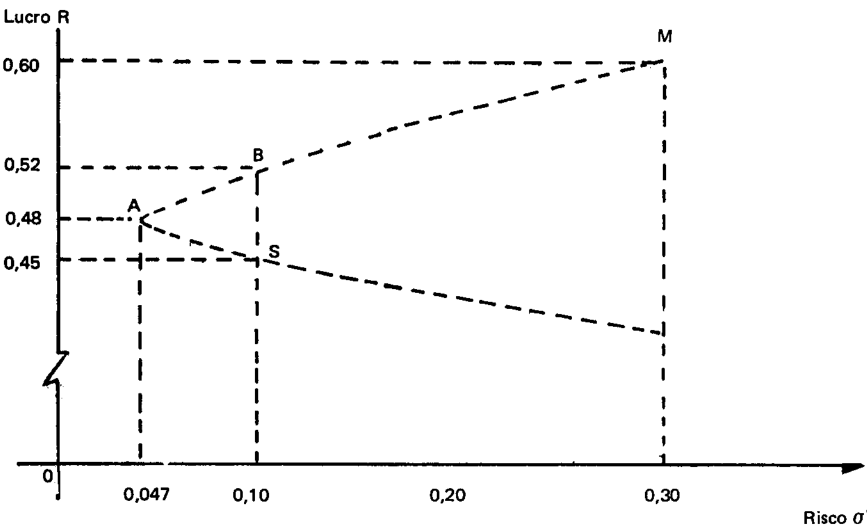


FIG. 1. Relação entre lucro e risco

Qual o retorno ou lucro total (R) esperado pelo agricultor que quer investir seu capital próprio nessas duas atividades ? Pode-se representá-lo por:

$$R = X_m R_m + X_s R_s \qquad (1)$$

---

[2] Neste caso, o desvio padrão do retorno esperado é usado como uma medida de risco.

onde X_m e X_s são as proporções do capital operacional aplicado na cultura do milho e na suinocultura, respectivamente. Deve-se notar que, por definição,

$$X_m + X_s = 1. \qquad (2)$$

Qual o risco, ou desvio padrão (σ) associado ao lucro total (R) ? Ele é estimado pela raiz quadrada da variância associada ao lucro total esperado. A variância é representada por:

$$\sigma^2 = X_m^2\sigma_m^2 + X_s^2\sigma_s^2 + 2X_mX_s\sigma_{ms} \qquad (3)$$

onde

σ_{ms} é a covariância entre os retornos das duas atividades. Sabe-se que o coeficiente de correlação (ρ) é igual a

$$\rho = \frac{\sigma_{ms}}{\sigma_m\sigma_s} \text{ ou, ainda, } \sigma_{ms} = \sigma_m\sigma_s\rho$$

portanto, (3) pode ser reescrito como

$$\sigma^2 = X_m^2\sigma_m^2 + X_s^2\sigma_s^2 + 2X_mX_s\sigma_m\sigma_s\rho \qquad (3')$$

As equações (1), (2) e (3') têm quatro incognitas σ, R, X_m e X_s. Podem-se usar duas das três equações para eliminar duas variáveis (X_m e X_s, por exemplo) e expressar R como função de σ. Substituindo os valores conhecidos nas três equações tem-se:

$$R = 0{,}60X_m + 0{,}45X_s$$

$$1 = X_m + X_s$$

$$\sigma^2 = 0{,}09\,X_m^2 + 0{,}01\,X_s^2 + 2(0{,}30)\,(0{,}10)\,X_mX_s\,(-0{,}8)$$

Substituindo o valor de X_s na primeira e terceira equação pelo valor $X_s = 1 - X_m$, da segunda, ter-se-á:

$$R = 0{,}6\,X_m + 0{,}45\,(1 - X_m) = 0{,}45 + 0{,}15\,X_m$$

Há, agora, duas equações e três incógnitas:

$$X_m = \frac{R - 0{,}45}{0{,}15}$$

$$\sigma^2 = 0{,}09\ X_m^2 + 0{,}01\ (1 - X_m)^2 - 0{,}048\ X_m\ (1 - X_m)$$

Substituindo o valor de X_m nesta última equação, tem-se:

$$\sigma^2 = 0{,}09 \left(\frac{R - 0{,}45}{0{,}15}\right)^2 + 0{,}01 \left[1 - \left(\frac{R - 0{,}45}{0{,}15}\right)\right]^2 - 0{,}048 \left(\frac{R - 0{,}45}{0{,}15}\right) \left[1 - \left(\frac{R - 0{,}45}{0{,}15}\right)\right]$$

que, por simplificação, é igual a:

$$\sigma^2 = 6{,}5778\ R^2 - 6{,}3733\ R + 1{,}5460 \qquad (4)$$

ou ainda:

$$6{,}5778\ R^2 - 6{,}3733\ R + 1{,}5460 - \sigma^2 = 0$$

Resolvendo para R, tem-se:

$$R = \frac{6{,}3733 + \sqrt{-0{,}0581 + 26{,}3112\ \sigma^2}}{13{,}1556} \qquad (5)$$

Como apenas interessam valores reais de R, a função só é definida para $\sigma^2 \geq 0{,}0022$ ou, aproximadamente, $\sigma \geq 0{,}0470$. Há, ainda, uma razão econômica para se considerar somente o sinal positivo para a raiz do discriminante em (5).

Na Fig. 1, os pontos S e B têm, respectivamente, ordenadas (0, 10, 0,45) e (0, 10, 0,52). Ora, o ponto B é claramente preferível ao S já que, para um mesmo risco, a combinação de atividades correspondente ao ponto B tem um valor esperado do retorno superior ao do ponto S. Assim, como se pressupõe que os agricultores são aversos a risco, pode-se definir a chamada fronteira eficiente. Fronteira eficiente é o lugar geométrico dos pontos correspondentes ao mínimo de risco necessário para atingir determinado valor da função R, dadas as limitações de recursos da empresa. Alternativamente, a definição pode ser dada na forma dual, isto é fronteira eficiente é o lugar geométrico dos pontos correspondentes ao máximo de lucro esperado (R), para dado valor do risco incorrido pela empresa, $\overline{\sigma}$. Ora, neste caso, pode-se dizer que o ponto S é, claramente, ineficiente quando comparado a B. Em geral, só a parte da curva correspondente ao segmento ABM pertence à fronteira eficiente. Os outros pontos são ineficientes ou dominados.

A Fig. 1 permite, ainda, verificar alguns resultados interessantes. À primeira vista, pode parecer que a atitude de um agricultor extremamente averso a risco deveria ser a de se especializar na cultura de menor risco – suinocultura – no presente caso. O mínimo de risco será conseguido quando:

$$\frac{d\sigma^2}{dR} = 0 \quad \text{desde que} \quad \frac{d^2\sigma^2}{dR^2} > 0$$

que corresponde a R = 0,48 e σ = 0,047, ou ao ponto A da Fig. 1. Ora,

$$X_m = \frac{R - 0{,}45}{0{,}15} = \frac{0{,}4845 - 0{,}45}{0{,}15} = 0{,}23 \text{ ou}$$

23% dos recursos deverão ser aplicados no cultivo de milho e 77% aplicados na suinocultura. Isto mostra, num modelo matemático, o que qualquer agricultor sabe: **A diversificação é uma maneira racional de reduzir risco.**

Existem ainda dois outros casos de interesse no presente enfoque. Um deles, é o caso extremo, de correlação perfeitamente negativa (ρ = - 1) entre os retornos ou lucros. Neste caso, (3') pode ser reescrito como:

$$\sigma^2 = (X_m\sigma_m - X_s\sigma_s)^2$$

O novo sistema passa a ser

$$R = X_mR_m + X_sR_s$$

$$1 = X_m + X_s$$

$$\sigma = X_m\sigma_m - X_s\sigma_s$$

e a nova fronteira eficiente será dada por:

$$R = 0{,}49 + 0{,}37\ \sigma$$

A Fig. 2 mostra a fronteira eficiente (reta CM) para este caso de correlação negativa perfeita. Pode-se notar que ao ponto C corresponde uma combinação de atividades com lucro esperado de Cr$ 0,49 por cruzeiro aplicado e com risco nulo (com o grau de probabilidade requerida). Isto poderia ser conseguido aplicando 27% do capital, ou Cr$2.700.000,00 no cultivo de milho e 73%, ou Cr$7.300.000,00 na suinocultura.

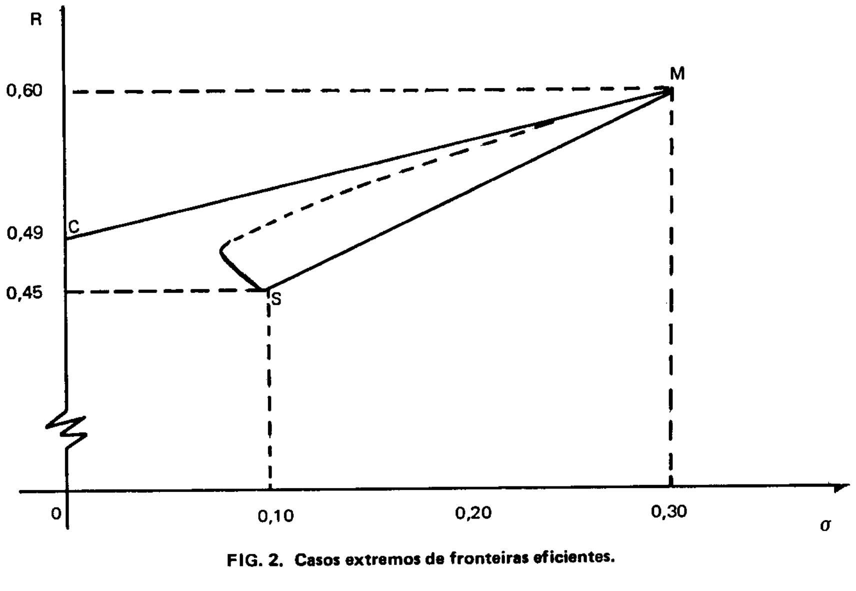


FIG. 2. Casos extremos de fronteiras eficientes.

Um outro caso extremo seria dado por uma correlação positiva perfeita ($\rho = 1$). Neste caso, a fronteira eficiente ($R = 0{,}37 + 0{,}75\ \sigma$) degenera-se no segmento SM da Fig. 2, e a diversificação perderia sua atratividade, na redução do risco.

Do ponto de vista prático, dificilmente encontram-se duas atividades agropecuárias cujos retornos apresentem tão alta correlação positiva. O leitor pode verificar que, nos casos gerais (mesmo quando $\rho = 0$), a fronteira eficiente terá a forma da linha pontilhada da Fig. 2. Mostrar-se-á, em seguida, como este modelo pode ser generalizado para o caso realista de n atividades com risco.

Considere-se o modelo estático e determinista, de curto prazo, de determinação da combinação ótima de atividades de uma empresa agropecuária:

maximizar

$$R = f'X \tag{6}$$

sujeito a

$$AX < b \tag{7}$$

e $$X > 0 \tag{8}$$

onde R é o retorno ou margem bruta total; f, um vetor das margens brutas ou preços associados a cada atividade; X, o vetor de atividades; A, a matriz de coeficientes técnicos e institucionais que determinam ou refletem o nível tecnológico da empresa; e b, o vetor das restrições físicas e financeiras que condicionam a capacidade de produção da firma. Uma das características importantes dos modelos de programação linear é que para serem práticos como instrumento de planejamento, eles devem ser grandes. Em geral, as dimensões dos vetores X e b excedem algumas centenas de linhas, especialmente quando se trabalha com versões dinâmicas dos modelos. Felizmente, estão, generalizadamente, disponíveis programas de processamento destes modelos que podem trabalhar com vetores com milhares de elementos.

Os elementos do vetor f são valores esperados (médias) dos retornos ou margens brutas das diversas atividades. Chame Ω a matriz das covariâncias destas margens brutas. O elemento típico da matriz Ω é σ_{kj} e, quando $k = j$, σ_{jj} é a variância da margem bruta associada à atividade j. Já que $\sigma_{kj} = \sigma_{jk}$, Ω é uma matriz simétrica. A fronteira eficiente que mostra as alternativas de troca entre lucro e risco de uma empresa agrícola, pode ser calculada por:

minimizar

$$\sigma^2 = X' \Omega X \tag{9}$$

sujeito a

$$f' X = \lambda \tag{10}$$

$$AX \leq b \qquad (11)$$

$$X \geq 0 \qquad (12)$$

onde λ é um escalar, o qual deve ser parametrizado de forma a gerar os diversos pontos (σ , R) da fronteira eficiente. É claro que o maior valor de $\lambda = \overline{\lambda}$ será dado pela solução do modelo (6) a (8).

Como se pode estimar Ω ? Pode-se fazê-lo através de séries históricas de margens brutas. Pode-se produzir as séries relevantes utilizando-se dados de contabilidade agrícola, quando eles existem. Se as séries disponíveis são suficientemente longas, deve-se retirar delas as tendências "trends" que, por acaso, contenham, e trabalhar com os resíduos (Hazell 1971b). Este fato incorpora ao modelo a pressuposição de que os agricultores percebem estas tendências, de acordo com a chamada hipótese das expectativas racionais (Muth 1961).

Antes de passar para o caso específico dos fertilizantes, convém lembrar que o modelo (9) a (12) permite que uma ou mais atividades sejam atividades "sem risco". A aplicação de recursos de caixa em papéis governamentais, com remuneração prefixada, pode ser um exemplo destas atividades. O arrendamento de terras a uma usina de açúcar, mediante pagamento préfixado, é um outro. No caso da existência de alguma destas atividades, a fronteira eficiente terá, em geral, a forma dada na Fig. 3.

Uma vez gerada a fronteira eficiente, ela deve ser apresentada ao agricultor para que ele escolha a combinação eficiente de atividades que está mais de acordo com seu grau de aversão ao risco. Os chamados preços-sombra, neste modelo, indicam a razão entre as variações no risco incorrido ($\Delta\sigma^2$) e variações na restrição (Δb_i). Assim, pode-se avaliar o risco adicional que o empresário precisaria incorrer se ele quisesse plantar um hectare adicional de uma determinada cultura; ou qual a redução no risco incorrido se ele desejasse reduzir seus empréstimos bancários, por exemplo.

O leitor atento já notou que o modelo (9) a (12) é um modelo de programação quadrática. Embora as restrições sejam relações lineares, a função objetivo (9) é uma função quadrática, o que impede o uso do eficientíssimo método símplex, diretamente, na sua solução. Felizmente, pode-se gerar a fronteira eficiente da Fig. 2, com uma boa aproximação, através de um modelo que utiliza os desvios absolutos com relação à média como uma "proxy" para risco. O MOTAD proposto por Hazel (1971a) permite gerar aquela fronteira, utilizando algoritmos largamente divulgados de resolução de problemas de programação linear. O MOTAD é descrito

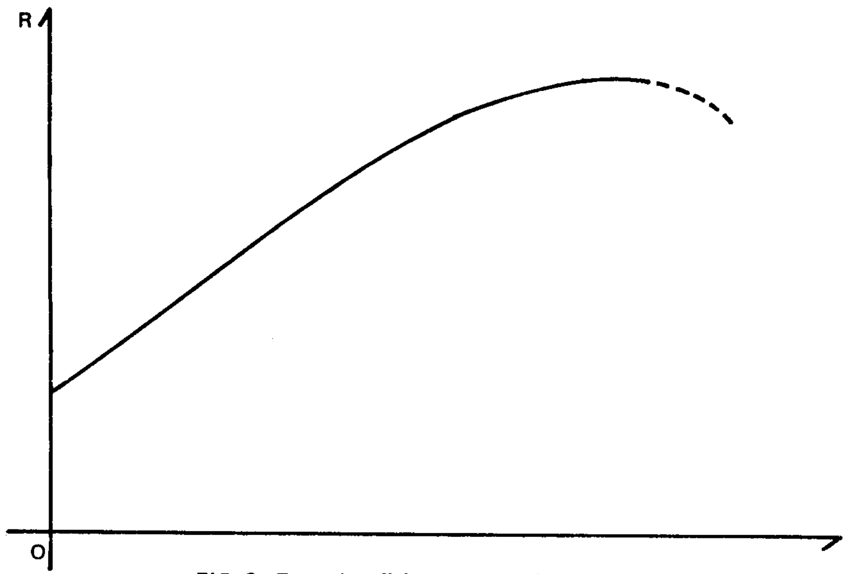


FIG. 3. Fronteira eficiente com atividade sem risco.

no artigo de Azevedo Filho & Peres (1982), o qual complementa este capítulo. Uma vez mostrado como pode ser desenvolvido um modelo de planejamento da empresa agrícola em condições de risco, podem-se tecer algumas considerações referentes à incorporação, neste modelo, da possibilidade do uso de diferentes doses e/ou tipos de fertilizantes nas diversas culturas.

PLANEJAMENTO DO USO DE FERTILIZANTES

Em princípio, a programação linear trabalha com funções que os economistas chamam "funções de Leontief" (Ferguson 1971)

$$g = \text{mínimo} \left(\frac{r_1}{\alpha_1}, \frac{r_2}{\alpha_2}, \ldots, \frac{r_p}{\alpha_p} \right)$$

que é uma função de produção caracterizada por proporções fixas entre os diversos fatores de produção (r_l). Quando se usa esta função, o produto (g) pode ser aumentado linearmente, $\left(g = \frac{r_l}{\alpha_l} \right)$ se r_l é o fator limitante da produção, de acordo com a chamada lei de Liebig, muito utilizada pelos engenheiros-agrônomos que trabalham na ciência dos solos. Quando nenhum fator está sendo utilizado em excesso, como a racionalidade econômica dos agricultores permite supor, então

$$g = \frac{r_1}{\alpha_1} = \frac{r_2}{\alpha_2} = \ldots = \frac{r_l}{\alpha_l} = \ldots = \frac{r_p}{\alpha_p} \quad \text{ou}$$

os fatores (ou insumos) são mutuamente limitantes. Felizmente, os modelos de programação linear podem ser expandidos de maneira a eliminar esta pressuposição implícita de "pacotes" tecnológicos rígidos. Isto é fundamental porque os agrônomos têm, em geral, superfícies de respostas (funções de resposta) do tipo não linear e que, freqüentemente, apresentam termos de interações significativos. Como podem estas funções ser incorporadas ao modelo ?

Chame-se X_k a atividade de cultivo de um hectare de uma cultura qualquer – soja, milho, pastagem – no modelo dado por (9) a (12). Admita-se que esta cultura esteja sendo cultivada com um pacote tecnológico que inclua o uso de 20 kg de N, 40 kg de P_2O_5 e 30 kg de K_2O, por ha. A atividade X_k produz, por unidade (ha), uma determinada produção – 33 sacos no caso de milho, por exemplo. A função (superfície de resposta) mostrada na Fig. 4 está compactada por simplicidade e pode ser aproximada pelos segmentos lineares OA, AB e BC.

Chame-se X_{k+1} a produção de milho com 125 kg/ha de fertilizantes (30 kg de N, 60 kg de P_2O_5 e 35 kg de K_2O) e com uma produção de 40 sacos/ha. Da mesma forma, X_{k+2} corresponde à atividade de produção de milho com 160 kg de fertilizantes por ha (40 kg de N, 80 kg de P_2O_5 e 40 kg de K_2O) com produção esperada de 45 sacos/ha. Se se chamar X_l, X_{l+1} e X_{l+2} as atividades de compra de N, P_2O_5 e K_2O, respectivamente, e X_p e X_{p+1} as atividades de venda e compra de milho, entre as restrições do modelo, estarão incluídos:

$$\ldots\ 20X_k + 10X_{k+1} + 10X_{k+2} - X_l\ \ldots \leq \text{estoque de N} \qquad (13)$$

$$\ldots\ 40X_k + 20X_{k+1} + 20X_{k+2} - X_{l+1}\ \ldots \leq \text{estoque de } P_2O_5 \qquad (14)$$

$$\ldots\ 30X_k + 5X_{k+1} + 5X_{k+2} - X_{l+2}\ \ldots \leq \text{estoque de } K_2O \qquad (15)$$

$$\ldots\ -33X_k - 7X_{k+1} - 5X_{k+2} + X_p - X_{p+1}\ \ldots \leq \text{estoque de milho} \qquad (16)$$

$$-X_k + X_{k+1} \leq 0 \qquad (17)$$

$$-X_{k+1} + X_{k+2} \leq 0 \qquad (18)$$

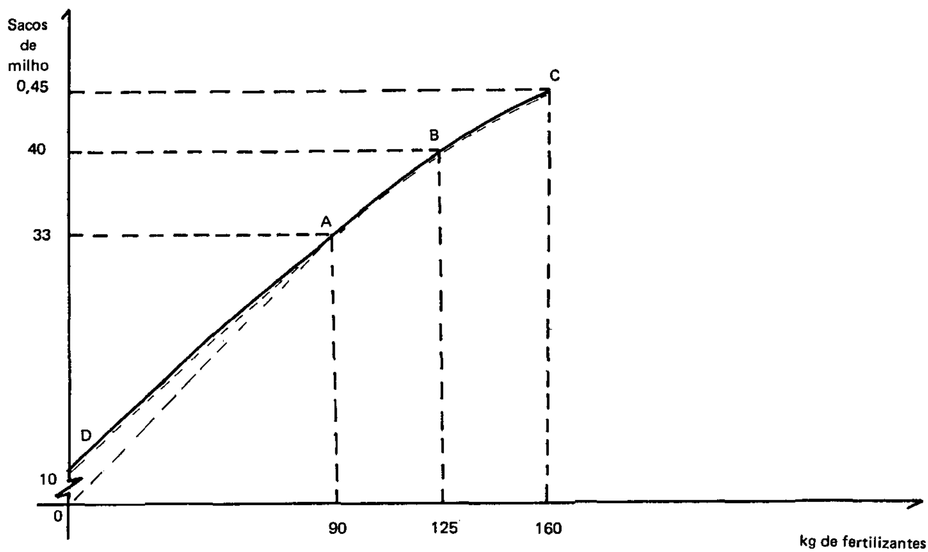


FIG. 4. Aproximação linear de uma função quadrática.

Os valores dos coeficientes na restrição lucro - equação (X) das variáveis X_{k+1} e X_{k+2} correspondem aos acréscimos nos custos de produção devido ao uso mais intensivo de fertilizantes. Estes valores deverão refletir os acréscimos nos custos de transporte dos fertilizantes e do produto, além dos custos adicionais decorrentes de sua aplicação. Os preços dos fertilizantes são os negativos dos coeficientes da restrição lucro dos vetores X_l, X_{l+1} e X_{l+2}. No cálculo dos coeficientes das variáveis X_{k+1} e X_{k+2}, na função objetivo - equação (9), pode-se fazer uso da relação $\sigma^2_{k+1} = \theta^2 \sigma^2_k$ se $X_{k+1} = \theta X_k$. Isto equivale à pressuposição implícita de que o risco associado a uma determinada cultura é proporcional à sua produtividade. Naturalmente, se existirem estimativas independentes das variações associadas aos diversos níveis de produtividade, então, estes valores deverão ser utilizados.

Se for considerada a possibilidade de produção de milho sem o uso de fertilizantes, como no ponto D da Fig. 4, pode-se criar uma nova atividade X_{k+3} com, por exemplo, produtividade esperada de 10 sacos/ha. Os coeficientes da variável X_{k+3} nas restrições (13) a (15) serão iguais a zero. À restrição (16) deve-se adicionar, agora, o termo $-10X_{k+3}$. O coeficiente de X_{k+3} na função lucro será igual ao coeficiente da variável X_k menos os custos de aplicação dos fertilizantes e menos ainda os custos de transporte interno e sacaria de 23 sacos (33 - 10) de milho.

Assim, a função não-linear DABC da Fig. 4 pode ser aproximada pelos segmentos DA, AB e BC. A aproximação pode ser tão boa quanto se desejar. O único preço a pagar é o crescimento do número de variáveis do modelo. Conforme se disse anteriormente, programas muito eficientes para resolver grandes problemas estão disponíveis e são de acesso fácil a qualquer usuário de computador.

Um ponto importante a ser lembrado é a possibilidade de incorporação, nestes modelos, de certos tipos de investimento, tal como a correção dos solos. Imagine-se que um determinado tipo de solo de cerrado só possa ser plantado com determinadas culturas, após uma correção com 60 kg de P_2O_5/ha além de calagem à base de 2 t/ha. Uma vez feito o investimento, a função de resposta pode ser uma do tipo da Fig. 4. Sem o investimento, a produção é nula. Como o modelo pode ser ampliado ? Basta criar uma atividade X_{k+4}, correção de um hectare de solo. É claro que o máximo de solo que se poderia corrigir, seria igual à disponibilidade daquele tipo de solo (I) na fazenda:

$$X_{k+4} < \text{disponibilidade solo tipo I (em ha)}$$

Em seguida, precisar-se-ia criar uma nova restrição, a qual asseguraria que as atividades X_k e X_{k+3} só fossem conduzidas em solos previamente corrigidos:

$$X_k + X_{k+3} - X_{k+4} \leqslant 0$$

Além disto, seria necessário adicionar, agora, o termo $60X_{k+4}$

$$\ldots\ 40X_k + 20X_{k+1} + 20X_{k+2} + 60X_{k+4} - X_{l+1} \ldots < \text{estoque de } P_2O_5,$$

na restrição (14) e acrescentar, nas outras restrições e na função objetivo, os coeficientes necessários. Expandido o modelo desta forma, estes solos corrigidos poderiam ser utilizados para outras culturas.

Em resumo, praticamente, todas as limitações decorrentes da formulação de um modelo de planejamento de empresas agrícolas, baseado em relações lineares, podem ser contornadas com o uso de aproximações. Pode-se resolver o problema de indivisibilidades com o uso de programação de números inteiros. A programação linear pode, ainda, ser utilizada mesmo na classe dos chamados problemas dinâmicos — o ajustamento temporal das variáveis é explicitado — desde que a variável tempo seja medida de maneira discreta.

Um exemplo de aplicação do modelo desenvolvido neste capítulo é o artigo "Competitividade da Cultura da Soja em uma Empresa da Região de Campinas, SP", transcrito a seguir. Na oportunidade, expressa-se gratidão aos editores da revista Pesquisa Agropecuária Brasileira que, gentilmente, permitiram a reprodução do artigo.

REFERÊNCIAS

DILLON, J.L. **Avaliação de tecnologias agrícolas alternativas sob risco.** Fortaleza, Centro de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Ceará, 1975. 22p.

FERGUSON, C.E. **The neoclassical theory of production and distribution.** Cambridge, England, Cambridge University Press, 1971. p.384.

HAZELL, P.B.R. A linear alternative to quadratic and semivariance programming for farm planning under uncertainty. **Am. J. Agric. Econ., 53**(1) Feb. 1971a.

HAZELL, P.B.R. A linear alternative to quadratic and semivariance programming for farm planning under uncertainty: reply. **A.J.A.E., 53,** Nov. 1971b.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **J. Finance, 7**(1), Mar, 1952.

MUTH, J.F. Rational expectations and the theory of price movements. **Econometrica, 29**:July, 1961.

COMPETITIVIDADE DA CULTURA DA SOJA EM UMA EMPRESA DA REGIÃO DE CAMPINAS, SP[1]

Adriano, J.B.V. Azevedo Filho[2]
Fernando Curi Péres[3]

INTRODUÇÃO

As regiões produtoras de cana-de-açúcar tendem à monocultura. Alguns agricultores que comandam altas tecnologias têm resistido à especialização e conseguido maiores lucros com cultivos mais rentáveis, embora enfrentando maiores riscos.

Este trabalho relata três fases do planejamento de uma empresa da Região de Campinas, SP (Fazenda AC01). Na primeira fase, foi determinado qual a combinação de culturas que maximiza o lucro da empresa. Na segunda, determinaram-se as modificações que ocorreriam naquela solução ótima se a soja fosse uma alternativa considerada. Finalmente, foi determinado o "trade-off" entre lucro e risco, com o qual o agricultor se defronta.

Utilizou-se o método da programação linear na determinação do lucro (remu-

---

[1] Artigo publicado na Revista Pesq. agropec. bras., Brasília, 17(4):599-605, abr. 1982.
Um resumo deste trabalho foi apresentado no II Seminário Nacional de Pesquisa de Soja, Brasília, DF, 1981.

[2] Eng.º - Agr.º, Fundação de Estudos Agrários Luiz de Queiroz (FEALQ). Aluno do Curso de Pós-Graduação em Economia Rural da ESALQ e bolsista do CNPq-FEALQ, Caixa Postal 9, CEP 13400 - Piracicaba, SP.

[3] Eng.º - Agr.º, Ph.D., EMBRAPA. Prof. Visitante, ESALQ.

neração aos fatores fixos ou margem bruta) máximo da empresa. O risco foi medido também no problema de programação linear, pela soma dos desvios absolutos com relação às médias dos retornos das culturas nos últimos seis anos. Trata-se de um estudo de caso. A análise pode, no entanto, elucidar bastante o uso potencial da programação linear na administração rural. Este procedimento pode ser utilizado em inúmeras situações, através de simples adaptações nos coeficientes utilizados. Seu uso é particularmente importante em decisões sob condições de risco.

MATERIAL E MÉTODOS

O modelo

O modelo utilizado, Gass (1969), pode ser simbolizado por

Maximizar

$$Z = f'x \tag{1}$$

Sujeito a:

$$Ax \leq b \tag{2}$$

e

$$x \geq 0, \tag{3}$$

onde Z é um escalar; f é um vetor de margens brutas; x é o vetor de atividades; A é a matriz dos coeficientes técnicos e b um vetor de restrições.

A função objetivo, Z, é o produto do vetor f (coluna) das margens brutas das diversas culturas pelo vetor x (coluna) das atividades. O vetor f inclui receitas tais como venda de algodão, milho, esterco, frangos de corte, juros de aplicações financeiras, etc. Estes valores (receitas) correspondem a elementos com sinais positivos. Todas as despesas, tais como a compra de insumos, o pagamento de trabalhadores, os juros de empréstimos contraídos, etc., correspondem a elementos com valores negativos.

As principais atividades consideradas foram:

a. Três atividades de produção de cana-de-açúcar, no sistema de parceria a

25% (o parceiro, a usina, é responsável por todos os custos de produção, cabendo como pagamento à fazenda, pelo uso da terra, 25% da produção obtida). Cada atividade corresponde à produção em um tipo diferente de solo. Na cana-de-açúcar, como nas outras culturas, os rendimentos são diferenciados para cada tecnologia considerada;

b. trinta e sete atividades de produção de algodão. Correspondem às combinações de três tipos de solo, duas épocas de plantio, três tipos de adubação e duas formas de colheita, além do plantio em sistema de parceria ("meia") nos solos de topografia desfavorável;

c. dezoito atividades de produção de milho: três tipos de solo, três tipos de adubação, e duas épocas de plantio;

d. cinco atividades de produção de soja: para solos diferentes e com dois tipos de adubação (com adubação em qualquer tipo de solo e sem adubação em solos que a longo período vêm recebendo adubação recomendada para outras culturas);

e. duas atividades de venda de algodão: colhido a mão e colhido à máquina;

f. uma atividade de pagamento pela colheita manual do algodão;

g. uma atividade de criação de frangos de corte num sistema de arrendamento onde se recebe uma quantia por ave e por ciclo de producão. Toda a cama de frango produzida pertence à fazenda. Esta cama de frango pode ser vendida, usada como alimento no confinamento de bois, ou aplicada nas culturas como fertilizante;

h. uma atividade de confinamento de bovinos de corte, engordados com cama de frango, milho triturado com palha e sabugo e cana picada, alimentos que podem ser produzidos na fazenda ou comprados, em atividades específicas do modelo. Esta atividade produz, além da carne, o esterco, que pode ser vendido;

i. três atividades de crédito rural, para algodão, soja e milho;

j. quinze atividades de aquisição de mão-de-obra. Em cada período de trabalho da mão-de-obra especializada, existe a possibilidade de serem contratadas horas extras de trabalho quando a quantidade existente na fazenda não for suficiente;

l. oito atividades de compra de insumos para as diversas culturas;

m. dezenove atividades de transferência de horas não utilizadas de tratorista para a disponibilidade de mão-de-obra não especializada;

n. doze atividades de investimento no "open-market" dos excedentes de capital operacional, em cada um dos doze subperíodos;

o. doze atividades de tomada de empréstimo, a taxas de juros de mercado oferecidas para cada um dos doze subperíodos do ano;

p. uma atividade de venda de milho;

q. uma atividade de compra de milho;

r. uma atividade de venda de soja;

s. diversas atividades de transferência.

As atividades propostas competem pelos recursos disponíveis na fazenda, colocados na forma de restrição, que correspondem aos valores do vetor b em (2). Simplificadamente, os recursos oferecidos pela fazenda abrangeram 365 ha de terra, três tratores Valmet 65 (56 HP), um trator CBT 1105 (100 HP), quatro tratoristas, três trabalhadores não especializados, uma colhedeira de algodão John Deere 499 e uma colhedeira de milho Penha de uma linha.

Assim, o vetor b compõe-se dos seguintes grupos de elementos:

a. Quatro tipos de solos;

b. doze períodos de trabalho dos tratores Valmet 65;

c. cinco períodos de trabalho da semeadura de três linhas;

d. sete períodos de trabalho do trator CBT 1105;

e. dezenove períodos de trabalho dos tratoristas;

f. quinze períodos de trabalho da mão-de-obra não especializada;

g. fluxo de caixa (capital operacional) subdividido em doze períodos;

h. dois períodos de trabalho da colhedeira de grãos;

i. os números máximos de cabeças que podem ser confinadas nas atividades de engorda de bovinos e na criação de frangos de corte;

j. restrições de rotação de culturas. A área de milho deveria ser, no mínimo, igual a 1/3 da área de algodão; a área com soja sem adubação e em solos apropriados (Mascarenhas et al. 1977) poderia, no máximo, ser igual à área de milho mais a quarta parte da área plantada com cana-de-açúcar;

l. dezenove restrições limitando a execução de horas extras de serviço nos períodos de trabalho dos tratoristas;

m. três restrições de crédito rural para culturas.

Na definição dos números estimados de horas disponíveis de serviço dos fatores de produção, em cada período, foram utilizados dados da Secção de Climatologia Agrícola do Instituto Agronômico de Campinas. Considerou-se o número de dias claros, parcialmente nublados e nublados, como sugerido por Wilkinson & Braunbeck (1977). Os resultados foram avaliados e considerados razoáveis por agricultores experientes da região.

Os coeficientes técnicos da matriz A foram calculados a partir de registros da fazenda AC01 e de outras propriedades com condições semelhantes. As produtividades das culturas foram estimadas por média de anos anteriores, incorporando variações esperadas pelo agricultor em face de tendências observadas nos anos recentes. Os preços dos produtos foram determinados de acordo com as informações existentes acerca dos mercados físico e futuro. Nos dois casos, a experiência do proprietário foi importante para definição dos valores finais.

As taxas de juros para contratação de empréstimos eventuais foram de 80% ao ano. O uso de crédito rural, bem como sua distribuição no fluxo de caixa, fez-se de acordo com as normas vigentes do Banco Central, para a safra 80/81. A taxa de retorno considerada nas aplicações do "open-market" foi de 2,5% ao mês.

Procedimento

Na primeira fase do trabalho, não foram permitidas as atividades de cultivo de soja. Foi então verificada a combinação de atividades que maximiza o lucro, no período.

A segunda fase constou da introdução das alternativas de cultivo de soja. Novamente foi determinada a combinação das atividades que maximiza o lucro. Também nesta fase admitiu-se, implicitamente, que o agricultor é indiferente ao risco. Nesta e na terceira fase pressupôs-se a existência de uma combinada em substituição à colhedeira de milho.

A terceira e última fase introduziu explicitamente o risco no modelo. Isto foi feito usando-se uma aproximação ao chamado enfoque da média-variância, Markowitz (1952) modificado por Hazell (1971). O modelo modificado é dado por:

Minimizar

$$\frac{S}{2} = \sum_{i=1}^{6} Y_i, \qquad (4)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{5} x_j D_{ij} + Y_i \geq 0 \qquad (5)$$

$$f'x = \lambda \qquad (6)$$

$$Ax \leq b \qquad (7)$$

$$x \geq 0 \text{ e } Y_i \geq 0, \qquad (8)$$

onde S é a soma dos desvios absolutos com relação às médias das receitas brutas expressas a preços esperados de maio de 1981; D_{ij} é o desvio em relação à receita média dos seis anos (1974/75 a 1979/80) da cultura j no ano i. Naturalmente, quando $\Sigma x_j D_{ij} \geq 0$, o y correspondente assume o valor zero, por causa das restrições dadas por (5) e (8). Y_i é, portanto, uma variável auxiliar, que mede a soma dos desvios, quando esta soma é negativa num determinado ano.

As receitas médias, $\bar{r}_j$, foram calculadas de acordo com:

$$\sum_{i=1}^{6} P_{ij} c_{ij}/n = \bar{r}_j, \quad j = 1, \ldots, 5, \qquad (9)$$

onde P_{ij} é a produtividade da cultura j no ano i, obtida através de dados de experimentos do Instituto Agronômico de Campinas (Algodão e Soja) e médias regionais (Milho e Cana). Admitiu-se produtividade constante para a engorda de bovinos. O valor c_{ij} é o preço recebido pelos agricultores, inflacionados para maio de 1981, para a cultura j no ano i. O valor n é o número de anos (6) considerados. Para inflacionar os preços, foi usado o índice de preços recebidos pelos agricultores, expandido a partir de outubro de 1980, na pressuposição da inflação deste índice da ordem de 80% até maio de 1981 (expectativa do proprietário). O desvio em relação à média foi calculado através de (10):

$$D_{ij} = (P_{ij}\, c_{ij} - r_j) \quad i = 1, \ldots, 5. \qquad (10)$$

Parametrizando o valor λ (lucro) desde o valor Z^* dado pela solução da Programação Linear na segunda fase, até valores próximos de zero, pode-se gerar a chamada "fronteira eficiente". Esta é definida como o lugar geométrico dos pontos correspondentes ao mínimo de risco necessário para atingir determinado valor da função lucro ($\bar{Z}$), dadas as limitações de recursos da empresa.

Com a introdução do risco na terceira fase, de acordo com o modelo (4) a (8), trabalhou-se com uma matriz final, com 186 colunas (atividades) e 139 linhas (restrições).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A solução do problema de maximização do lucro (primeira fase) está apresentada na Tabela 1.

TABELA 1. Combinação de atividades que maximizam o lucro bruto. Fazenda AC01 1980/81.

Culturas		Unidade	Valor	
Cana:	terra tipo 1[a]	ha	31,1	
Cana:	terra tipo 2[b]	ha	109,7	
Cana total		ha		140,8
Algodão:	terra tipo 4[c], sistema de produção com meeiro	ha	14,5	
Algodão:	terra tipo 3[d], adubação química e orgânica, plantio no período 1, colheita mecânica	ha	119,3	
Algodão total				133,8
Milho:	terra tipo 1[a], adubação química e orgânica, plantio no período 1	ha	45,4	
Milho:	terra tipo 1[a], adubação química e orgânica, plantio no período 2	ha	45,4	
Milho total		ha		90,8
Criação de frangos		1.000 aves/ciclo produtivo	15,0	
Confinamento de bois		25 cabeças	6,0	

[a] Latossolo Roxo eutrófico, relevo suave ondulado, com boa fertilidade, cultivados há mais de 20 anos com cana, algodão e milho.

[b] Latossolo Vermelho-Amarelo, relevo plano, atualmente com boa fertilidade, cultivadas há mais de 20 anos com cana, milho e algodão.

[c] Terras de topografia desfavorável, de difícil mecanização.

[d] Associação de Latossolo Vermelho-Amarelo e Podzólico Vermelho-Amarelo, relevo suave ondulado, de fertilidade média, cultivados há quatro anos com milho e algodão.

O lucro nesta solução foi de Cr$ 11.443.300,00/ano. É preciso notar que esta cifra corresponde a valores esperados de junho de 1981, os quais incluem cerca de Cr$ 1.500.000,00 de lucro devido a operações financeiras (aplicações de eventuais folgas no "open-market").

Quando foram introduzidas as diversas alternativas de cultivo de soja (segunda fase), a solução ótima incorporou aquela cultura, como apresentada na Tabela 2.

TABELA 2. Combinação de atividades que maximizam o lucro bruto com alternativas de produção de soja. Fazenda ACOT 1980/81.

Culturas		Unidade	Valor	
Cana:	terra tipo 1[a]	ha	86,4	
Cana total		ha		86,4
Algodão:	terra tipo 4[a], sistema de produção com meeiro	ha	14,5	
Algodão:	terra tipo 3[a], adubação química e orgânica, plantio no período, colheita manual	ha	54,2	
Algodão:	terra tipo 3, adubação química e orgânica, plantio no período 1, colheita mecânica	ha	28,7	
Algodão total		ha		97,4
Milho:	terra tipo 1, adubação química e orgânica, plantio no período 1	ha	45,4	
Milho:	terra tipo 1, adubação química e orgânica, plantio no período 2	ha	45,4	
Milho total		ha		90,8
Soja:	terra tipo 2[a], com adubação química	ha	22,5	
Soja:	terra tipo 1, sem adubação química	ha	30,3	
Soja:	terra tipo 3, sem adubação química	ha	38,0	
Soja total		ha		90,8
Criação de frangos		1.000 aves/ciclo produtivo	15,0	
Confinamento de bois		25 cabeças	6,0	

[a] Tipos de solo como definido na Tabela 1.

O novo valor da função objetivo, foi de Cr$ 12.045.700,00.

Antes de se considerar a possibilidade do cultivo de soja, a solução ótima indicava que cana deveria ser plantada em 141 ha, algodão em 134, e milho em 91 (Tabela 1). As criações de frango de corte e confinamento de bovinos foram acionadas até os respectivos limites físicos ou de capital. Com a introdução da possibilidade do cultivo da soja (Santa Rosa, 1.983 kg/ha) com adubação recomendada (372 kg/ha de 0 - 18 - 6) e sem adubação, porém plantada em rotação com milho, algodão ou cana, de modo a utilizar o adubo residual, a solução ótima indicou o plantio de 22,5 ha com adubação em solos de cultivo mais recente e 68 ha plantados sem adubo. A cana e o algodão cederam parte de suas áreas para a cultura da soja. Observou-se também que foi possível um melhor aproveitamento das máquinas existentes, além do uso eficiente do resíduo de adubação de outras culturas.

Com a introdução de risco no processo de decisão, usando-se o desvio absoluto com relação à média como variável "proxy", foi gerada a fronteira eficiente da Fig. 1. As combinações de culturas correspondentes a cada ponto da Fig. 1 estão apresentadas na Tabela 3. Como pode ser observado, a soja, com adubação residual, persiste na solução ótima mesmo a baixos níveis de risco. É preciso notar, no entanto, que soja com adubação recomendada só entra a altos níveis de risco. As culturas de algodão e milho cederam lugar à cana, que tem sua área aumentada à medida que se diminui o lucro esperado e, conseqüentemente, o risco.

Os pontos G e H já estão no segmento da fronteira eficiente, que não tem interesse prático para o proprietário da fazenda AC01. Isto porque não foi considerada a possibilidade de arrendar terra mediante pagamento de uma quantia fixa e sem risco. Ora, a partir do ponto F (lucro $\leqslant$ Cr$ 8.000.000,00) começa a sobrar terra não utilizada, à medida que o risco é reduzido. O mesmo fenômeno acontece com os 14,5 ha de topografia ruim que o modelo permite que sejam plantados com algodão em regime de parceria (meia). De qualquer maneira, o proprietário da

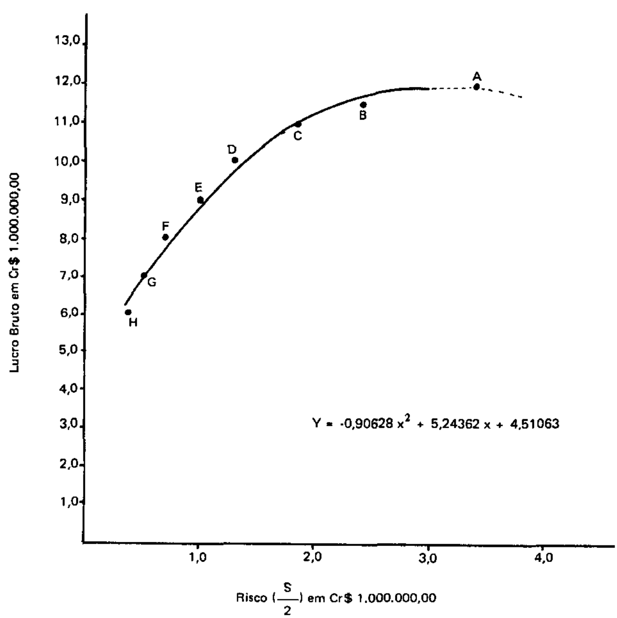


FIG. 1. "Fronteira eficiente" para a firma AC01. Ano Agrícola 1980-81.

TABELA 3. Combinações de culturas nos diversos pontos da fronteira eficiente. Fazenda AC01, 1980/81.

Atividades		Unidade	Pontos na Figura 1							
			A	B	C	D	E	F	G	H
Cana:	terra tipo 1[a]	ha	0	19,1	30,3	38,7	67,3	101,6	118,6	118,6
Cana:	terra tipo 2[a]	ha	91,0	108,9	108,9	108,9	108,9	108,9	77,9	24,2
Cana:	terra tipo 3[a]	ha	0	0	0	33,9	44,3	44,3	55,7	65,3
Cana total		ha	91,0	128,0	139,2	181,5	220,5	254,8	251,7	·208,1
Algodão:	terra tipo 4[a], sistema de produção a meia	ha	14,5	14,5	0	0	0	0	0	0
Algodão:	terra tipo 3, adubação química e orgânica, plantio no período 1, colheita manual	ha	48,9	0	0	0	0	0	0	0
Algodão:	terra tipo 3, adubação química e orgânica, plantio no período 1, colheita mecânica	ha	6,1	6,1	0	0	0	0	0	0
Algodão:	terra tipo 3, adubação química e orgânica, plantio no período 2, colheita manual	ha	22,1	35,3	30,25	4,8	0	0	0	0
Algodão total		ha	91,6	55,9	30,25	4,8	0	0	0	0
Milho:	terra tipo 1, adubação química e orgânica plantio no período 1	ha	45,4	45,4	45,4	35,3	8,2	0	0	0
Milho:	terra tipo 1, adubação química e orgânica, plantio no período 2	ha	45,4	45,4	45,4	45,4	45,4	18,6	0	0
Milho total		ha	90,8	90,8	90,8	80,7	53,6	18,6	0	0
Soja:	terra tipo 2, com adubo	ha	17,9	0	0	0	0	0	7,3	0
Soja:	terra tipo 1, sem adubo	ha	30,3	11,2	0	0	0	0	0	0
Soja:	terra tipo 3, sem adubo	ha	42,6	79,6	90,8	82,0	76,7	76,7	64,1	53,2
Soja total		ha	90,8	90,8	90,8	82,0	76,7	76,7	71,4	53,2
Criação de frangos		1.000 aves	15,0	15,0	15,0	15,0	15,0	15,0	15,0	15,0
Confinamento de bois		25 cabeças	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0
Lucro bruto esperado em Cr$ 1.000.000,00			12,0	11,5	11,0	10,0	9,0	8,0	7,0	6,0
Risco (Desv. absol. com relação à média) em Cr$ 1.000.000,00			3,4	2,4	1,9	1,3	1,0	0,7	0,5	0,4
$\frac{S}{2}$ / lucro) x 100			28,3	20,8	17,3	13,0	11,1	8,8	7,1	6,7

[a] Tipos de solo como definido na Tabela 1.

AC01 não se mostrou tão averso ao risco, a ponto de eliminar algodão ou milho de sua propriedade ou arrendar parte de suas terras mediante pagamento fixo.

A matriz das correlações simples entre os desvios absolutos das médias das receitas das diversas culturas está apresentada na Tabela 4. Embora a série estudada seja muito pequena[4], podem ser notados valores negativos relativamente altos para os coeficientes soja-cana, soja-milho, algodão-bovinos e soja-bovinos. Estes valores negativos são importantes fontes de redução de risco. À medida que aumenta a aversão ao risco, a solução ótima indica maiores áreas com cana, atividade de menor risco relativo. Só a soja e a engorda de bovinos em confinamento apresentam correlação negativa das receitas com cana, e, por esta razão, estas atividades permanecem na solução.

CONCLUSÃO

A soja mostrou-se altamente competitiva nas duas situações analisa(

[4] Numa situação altamente inflacionária como a brasileira, é provável que o agricultor baseie seus planos somente na sua experiência mais recente. Seis anos parecem suficientes, neste caso.

TABELA 4. Matriz das correlações simples entre os desvios absolutos das médias das receitas de diversas culturas. Fazenda AC01, Região de Campinas, SP. 1975-1980.

	Algodão	Milho	Soja	Cana	Bovinos
Algodão	1	-0,17	0,50	0,26	-0,71
Milho		1	-0,51	0,75	-0,24
Soja			1	-0,56	-0,57
Cana				1	-0,29
Bovinos					1

Fonte: Variações anuais das receitas, calculadas a partir de séries de preços e produtividades publicadas pelo IEA e experimentos do Instituto Agronômico de Campinas, ajustados para as produtividades da propriedade.

cipa do conjunto das atividades quando o agricultor quer o máximo de lucro (indiferente ao risco) e participa também quando ele se mostra averso ao risco.

Em vista dos resultados do modelo, o proprietário da fazenda AC01 está considerando a possibilidade de vender a colhedeira de algodão, o qual passaria a ser colhido manualmente, e comprar uma combinada de maior capacidade para colheita de grãos. Com a combinada, as áreas cultivadas com soja e milho poderiam se aproximar das quantidades compatíveis com a aversão ao risco do proprietário da empresa.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Estudos Agrários Luiz de Queiroz (FEALQ) pelo financiamento parcial do trabalho, e aos Drs. Nelson M. da Silva e M.A. Miranda, respectivamente, das Seções de Algodão e Leguminosas do IAC, pelo fornecimento de dados experimentais não publicados. Os professores Cicely M. do Amaral, Evaristo M. Neves e José F. Noronha, sugeriram interessantes aprimoramentos.

REFERÊNCIAS

GASS, S.I. **Linear programming**; methods and applications. 3.ed. New York, McGraw-Hill Book Company, 1969. p.358.

HAZELL, P.B.R. A linear alternative to quadratic and semivariance programming for farm planning under uncertainty. **Am. J. Agric. Econ., 53**(1):53-62, Fev. 1971.

MASCARENHAS, H.A.A.; MIYASAKA, S.; BRAGA, N.R.; MIRANDA, M.A. & TISSELLI FILHO, O. Cultura e adubação da soja. In: FUNDAÇÃO CARGILL. **A soja no Brasil Central.** 1977. p.87-138.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **J. Finance, 7**(1):77-91, Mar. 1952.

WILKINSON, R.H. & BRAUNBECK, O.A. **Elementos de maquinaria agrícola.** 4.ed. Roma, Organización de Las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación, 1977. v.1, p.16-7.