

ISSN 1677-9274

Avaliação e Comparação de Estimadores de Krigagem para Variáveis Agronômicas – Uma Proposta



República Federativa do Brasil

Fernando Henrique Cardoso
Presidente

Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento

Marcus Vinicius Pratini de Moraes
Ministro

Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária - Embrapa

Conselho de Administração

Márcio Fortes de Almeida
Presidente

Alberto Duque Portugal
Vice-Presidente

Dietrich Gerhard Quast
José Honório Accarini
Sérgio Fausto
Urbano Campos Ribeiral
Membros

Diretoria Executiva da Embrapa

Alberto Duque Portugal
Diretor-Presidente

Bonifácio Hideyuki Nakasu
Dante Daniel Giacomelli Scolari
José Roberto Rodrigues Peres
Diretores-Executivos

Embrapa Informática Agropecuária

José Gilberto Jardine
Chefe-Geral

Tércia Zavaglia Torres
Chefe-Adjunto de Administração

Kleber Xavier Sampaio de Souza
Chefe-Adjunto de Pesquisa e Desenvolvimento

Álvaro Seixas Neto
Supervisor da Área de Comunicação e Negócios

Documentos 3

ISSN 1677-9274

Avaliação e Comparação de Estimadores de Krigagem para Variáveis Agronômicas – Uma Proposta

José Ruy Porto de Carvalho
Sidney Rosa Vieira

**Embrapa Informática Agropecuária
Área de Comunicação e Negócios (ACN)**

Av. Dr. André Tosello s/nº
Cidade Universitária "Zeferino Vaz" – Barão Geraldo
Caixa Postal 6041
13083-970 – Campinas, SP
Telefone/Fax: (19) 3789-5743
URL: <http://www.cnptia.embrapa.br>
Email: sac@cnptia.embrapa.br

Comitê de Publicações

Amarindo Fausto Soares
Francisco Xavier Hemerly (Presidente)
Ivanilde Dispatto
José Ruy Porto de Carvalho
Marcia Izabel Fugisawa Souza
Suzilei Almeida Carneiro

Suplentes

Fábio Cesar da Silva
João Francisco Gonçalves Antunes
Luciana Alvin Santos Romani
Maria Angélica de Andrade Leite
Moacir Pedroso Júnior

Supervisor editorial: *Ivanilde Dispatto*
Normalização bibliográfica: *Marcia Izabel Fugisawa Souza*
Capa: *Intermídia Publicações Científicas*
Editoração eletrônica: *Intermídia Publicações Científicas*

1ª edição

Todos os direitos reservados

Carvalho, José Ruy Porto de.

Avaliação e comparação de estimadores de krigagem para variáveis agronômicas – uma proposta / José Ruy Porto de Carvalho e Sidney Rosa Vieira. — Campinas : Embrapa Informática Agropecuária, 2001.

21 p. : — (Documentos / Embrapa Informática Agropecuária ; 3)

ISSN 1677-9274

1. Estimadores de Krigagem. 2. Geoestatística. 3. Semivariograma.
4. Variação espacial. I. Vieira, Sidney Rosa. II. Título. III. Série.

551.015195 (21. ed.)
CDD – 551.021 (21. ed.)
551.0727 (21. Ed.)

Autores

José Ruy Porto de Carvalho

Eng. Agr., Ph.D. em Estatística Aplicada, Pesquisador da Embrapa Informática Agropecuária, Caixa Postal 6041, Barão Geraldo - 13083-970 - Campinas, SP.
e-mail jruy@cnptia.embrapa.br

Sidney Rosa Vieira

Eng. Agr., Ph.D., Pesquisador do Instituto Agronômico, Centro de Solos e Recursos Agroambientais, Caixa Postal 28 – 13001-970 – Campinas, SP.
e-mail sidney@cec.iac.br

Apresentação

A Embrapa Informática Agropecuária estabeleceu em 1999, como uma das suas grandes linhas de pesquisa, a área de Agricultura de Precisão com o intuito de apresentar à sociedade brasileira uma nova abordagem do gerenciamento agrícola integrado. Baseada na variabilidade espacial e temporal das culturas e propriedades do solo, a Agricultura de Precisão, através, da geoestatística, busca racionalizar a aplicação de insumos e pesticidas.

Este documento apresenta uma proposta para a solução de uma das principais preocupações dos usuários da geoestatística, ou seja, definir qual o melhor estimador de krigagem para a situação delineada.

José Gilberto Jardine
Chefe-Geral

Sumário

Revisão de Literatura	9
Objetivos	12
Material e Métodos	12
Referências Bibliográficas	19

Avaliação e Comparação de Estimadores de Krigagem para Variáveis Agronômicas – Uma Proposta

José Ruy Porto de Carvalho

Sidney Rosa Vieira

Revisão de Literatura

A oportunidade da aplicação de Geoestatística em problemas com dados distribuídos espacialmente abriu a possibilidade de sua utilização em diversos domínios das ciências naturais. Matheron (1963) define Geoestatística como a aplicação do formalismo das funções aleatórias ao reconhecimento e predição de fenômenos naturais.

Variabilidade espacial na área agronômica tem sido motivo de estudo à algum tempo. Smith (1910) e Montgomery (1913) já se preocupavam com os efeitos da variabilidade do solo em experimentos de rendimento de grãos. Entretanto, esta preocupação com a variabilidade espacial teve uma grande descontinuidade com a introdução das técnicas de casualização, repetição e melhor conhecimento das funções de distribuição, levando à introdução da amostragem ao acaso e conseqüentemente a independência entre amostras. Com a introdução da estatística experimental ou clássica (Fisher, 1956), a variabilidade espacial entre amostras foi relegada a segundo plano.

O desenvolvimento da geoestatística iniciou-se a partir de 1951, quando um matemático sul-africano D. G. Kige, estudando dados de concentração de ouro, chegou à conclusão que as variâncias obtidas não faziam nenhum sentido, sem levar em consideração a distância entre amostras

(Krige, 1951). Entretanto, foi com Matheron (1963, 1971) que a Geoestatística teve um grande impulso com o desenvolvimento da Teoria das Variáveis Regionalizadas.

Variável Regionalizada baseia-se em variáveis aleatórias que consideram aspectos espaciais, ou seja, as posições relativas onde foram observados os diversos valores a serem introduzidos nos modelos. Possuem também características qualitativas estreitamente ligadas à estrutura do fenômeno natural que representam, tais como, a localização, a continuidade e a anisotropia (varia com a direção).

Para determinar se a estatística clássica ou geoestatística deve ser usada, utiliza-se o semivariograma que expressa a dependência espacial entre as amostras. Havendo dependência espacial, pode-se estimar valores da propriedade em estudo para os locais não amostrados dentro do campo, sem tendenciosidade e com variância mínima, pelo método denominado krigagem (Vieira, 2000).

O estudo da estrutura espacial dada pela análise da função de covariância espacial (semivariograma) não constitui o objetivo final da análise espacial. Na realidade é necessário estimar os valores das variáveis em locais não amostrados visando o conhecimento da distribuição espacial de certa variável em estudo. Desta forma, a análise da estrutura espacial deve ser vista como um passo fundamental, mas não final, que precede as técnicas de estimação (interpolação), de qualquer valor em qualquer posição da área em estudo, sem tendência e com variância mínima.

Os métodos de Krigagem são métodos de interpolação que procuram minimizar o erro de estimação. Na realidade o erro de estimação é nulo. O problema que se coloca normalmente é o de estimar o valor de uma variável em locais não amostrados, a partir de valores de locais amostrados.

McBratney (1984) afirma que krigagem apresenta melhores resultados de estimação para valores de variáveis em locais não amostrados do que as técnicas normalmente usadas para classificação de solo. Esta melhoria é atribuída à maneira pela qual as variáveis regionalizadas interpretam a natureza da variação dos muitos atributos do solo.

Apesar deste sucesso, alguns autores criticam a teoria de variáveis regionalizadas, indicando que krigagem é uma técnica global e não local e computacionalmente cara (Sibson, 1981; Gower, 1973).

Existem na literatura poucos trabalhos que comparam quantitativamente os métodos de predição espacial. Laslett et al. (1987) fizeram uma amostragem para pH a fim de comparar a acurácia de vários métodos de predição espacial. Estes métodos foram classificados como global e local, interpoladores e não interpoladores, estimadores ajustados e não ajustados. As técnicas usadas foram: média global, mediana, médias móveis, inversa do quadrado da distância, interpoladores de Akima, vizinhança natural, superfície quadrática, laplace, splines e krigagem ordinário. Todos os métodos mostraram alguma deficiência e concluíram que os interpoladores apresentaram uma má estimacão nas vizinhanças dos valores amostrados e que nos futuros experimentos, pares de valores amostrados, devam estar mais próximos e alguns deles definidos como valores para estimacão a prior.

Laslett & McBratney (1990) realizaram um novo experimento em diferentes tipos de solos para comparar os estimadores de krigagem com estimadores Laplaciano e de Akima, incluindo muitos pares de amostras próximas. Concluíram que a performance dos métodos geoestatísticos é superior em relação aos demais métodos. Isto porque o interpolador de Akima apresenta péssimos resultados por considerar de grande importância os distúrbios encontrados nos dados. Os interpoladores Laplacianos apresentam uma pobre estimacão da variância residual para valores próximos dos dados amostrais.

Weber & Englund (1992) avaliaram a acurácia relativa de 15 estimadores espaciais, usando 54 amostras de dados, mostrando que os estimadores da distância inversa e distância inversa ao quadrado tiveram uma performance um pouco melhor que krigagem ordinária e simples. Eles concluíram que apesar dos métodos de inversa distância apresentarem melhores resultados eles não podem ser considerados como melhores estimadores para todos os possíveis tipos de dados. Os dados usados não apresentaram anisotropia o que favoreceria os métodos de krigagem.

Weber & Englund (1994) realizaram uma comparação mais intensiva de diferentes interpoladores de distância inversa e krigagem. Eles avalia-

ram a performance relativa em cinco conjuntos de dados que representam diferentes tipos de fenômenos físicos. Concluíram que os métodos de distância inversa continuaram apresentando melhor performance devido a seleção de opções com respeito ao conjunto de dados usados.

Como os métodos de krigagem usam a dependência espacial entre amostras vizinhas, expressa no semivariograma, para estimar valores em qualquer posição dentro do campo, sem tendência e com variância mínima, ou seja, são estimadores ótimos, este trabalho irá avaliar diferentes tipos de estimadores de krigagem visando definir qual a melhor distribuição espacial de diferentes variáveis agronômicas para a bacia hidrográfica do ribeirão São Domingos em Pindorama.

Objetivos

Avaliar e comparar diferentes tipos de estimadores ótimos de krigagem visando explorar seus potenciais na determinação da melhor distribuição espacial de variáveis agronômicas para a bacia hidrográfica do ribeirão São Domingos em Pindorama.

Material e Métodos

Os dados que servirão de subsídios para a avaliação e comparação dos diferentes métodos de krigagem serão provenientes de diferentes levantamentos de variáveis agronômicas já realizados dentro da bacia hidrográfica do ribeirão São Domingos na estação experimental de Pindorama do Instituto Agronômico. São dados de infiltração, de retenção de água, granulométricos e químicos. As medições foram efetuadas com permeâmetro de carga constante no campo, o que permite calcular a infiltração tridimensional (Infil), a condutividade hidráulica saturada (K_{fs-R}), o potencial matricial de fluxo ($\Phi-R$) e o parâmetro Alpha, o qual estabelece a relação exponencial entre condutividade hidráulica e umidade de solo. As amostras para análise química foram coletadas em diferentes anos e culturas, para verificar ou não, o acúmulo superficial de fertilizantes. Foram determinados pH, P, K, Ca, e Mg, conforme metodologia da

Embrapa (1997). As porcentagens de areia, silte e rendimento de culturas complementam os dados. Foram 393 pontos amostrais para as variáveis de infiltração, fertilidade, granulometria e rendimento de culturas em um grid triangular de 5m e 206 pontos amostrais para as variáveis de retenção de água em um grid quadrado de 10m, nos anos de 1997 e 1999. A distribuição espacial de todas essas variáveis darão subsídios para uma avaliação global de toda a bacia.

Para definição de nossos estimadores de krigagem consideremos a situação de estimar o valor de um atributo contínuo z para qualquer local não amostrado u , usando os dados de z que foram amostrados na área de estudo **A**.

Krigagem é um nome genérico adaptado pelos geoestatísticos para a família de algoritmos de regressão de mínimos quadrados generalizados (Goovaerts, 1997). Todos os estimadores de krigagem são variantes do estimador básico de regressão linear $Z^*(\mathbf{u})$, que é definido por:

$$Z^*(\mathbf{u}) - m(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}(\mathbf{u}) [Z(\mathbf{u}_{\alpha}) - m(\mathbf{u}_{\alpha})]$$

Onde $\lambda_{\alpha}(\mathbf{u})$ são os pesos definidos para os dados $z(\mathbf{u}_{\alpha})$, interpretado como uma realização da variável aleatória $Z(\mathbf{u}_{\alpha})$. As quantidades $m(\mathbf{u})$ e $m(\mathbf{u}_{\alpha})$ são os valores esperados das variáveis aleatórias $Z(\mathbf{u})$ e $Z(\mathbf{u}_{\alpha})$. O número de amostras necessárias para a estimação bem como seus pesos variam de um local para outro. Na prática, somente os $n(\mathbf{u})$ pares de observação perto do local \mathbf{u} a ser estimado são mantidos. A interpretação de $z(\mathbf{u})$ e $z(\mathbf{u}_{\alpha})$, como realizações das variáveis aleatórias $Z(\mathbf{u})$ e $Z(\mathbf{u}_{\alpha})$, permitem a definição do erro de estimação como uma variável aleatória $Z^*(\mathbf{u}) - Z(\mathbf{u})$. A estimação por krigagem se baseia na minimização da estimativa da variância do erro $\sigma^2_{E}(\mathbf{u})$ sobre a suposição da não tendenciosidade do estimador, ou seja:

$$\sigma^2_{E}(\mathbf{u}) = \text{Var}\{Z^*(\mathbf{u}) - Z(\mathbf{u})\}$$

que é minimizada por:

$$E\{Z^*(\mathbf{u}) - Z(\mathbf{u})\} = 0$$

O estimador de krigagem varia conforme o modelo adotado para a função aleatória $Z(\mathbf{u})$. Ela é usualmente decomposta em um componente residual $R(\mathbf{u})$ e um componente de tendência $m(\mathbf{u})$, ou seja:

$$Z(\mathbf{u}) = R(\mathbf{u}) + m(\mathbf{u})$$

O componente residual é modelado como uma função aleatória estacionária com média zero e covariância $C_R(\mathbf{h})$, ou seja:

$$E\{R(\mathbf{u})\} = 0$$

$$\text{Cov}\{R(\mathbf{u}), R(\mathbf{u}+\mathbf{h})\} = E\{R(\mathbf{u}) \cdot R(\mathbf{u}+\mathbf{h})\} = C_R(\mathbf{h})$$

O valor esperado da variável aleatória Z no local \mathbf{u} é o valor do componente de tendência neste local, isto é:

$$E\{Z(\mathbf{u})\} = m(\mathbf{u})$$

Os diversos estimadores de krigagem se diferenciam conforme o modelo considerado para o componente de tendência.

Krigagem simples

A krigagem simples considera a média $m(\mathbf{u})$ como conhecida e constante em toda área de estudo \mathbf{A} . O estimador linear $Z^*_{SK}(\mathbf{u})$ é definido como:

$$Z^*_{SK}(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}^{SK}(\mathbf{u}) Z(\mathbf{u}_{\alpha}) + [1 - \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}^{SK}(\mathbf{u})]m$$

Os $n(\mathbf{u})$ pesos $\lambda_{\alpha}^{SK}(\mathbf{u})$ são determinados de tal maneira que a variância do erro seja mínima $\sigma^2_E(\mathbf{u}) = \text{Var}\{Z^*_{SK}(\mathbf{u}) - Z(\mathbf{u})\}$ mediante a condição de não tendenciosidade.

Krigagem ordinária

Na krigagem ordinária as flutuações locais da média são consideradas, limitando o domínio de sua estacionaridade para a vizinhança do local $W(\mathbf{u})$. A média é constante, mas desconhecida. O estimador linear é definido por:

$$Z^*_{OK}(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}^{OK}(\mathbf{u}) Z(\mathbf{u}_{\alpha}) \text{ para}$$

$$\sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}^{OK}(\mathbf{u}) = 1$$

Os $n(\mathbf{u})$ pesos $\lambda_{\alpha}^{OK}(\mathbf{u})$ são determinados de tal maneira que a variância do erro seja mínima.

Krigagem com um modelo de tendência ou krigagem universal

Krigagem com um modelo de tendência (Journel & Rossi, 1989) ou também conhecido como Krigagem Universal (Journel & Huijbregts, 1978) especifica que a média da amostra a ser estimada varia primeiro dentro da vizinhança $W(\mathbf{u})$ e depois sobre toda a área de estudo considerada \mathbf{A} . O estimador linear é definido como:

$$Z^*_{KT}(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}^{KT}(\mathbf{u}) Z(\mathbf{u}_{\alpha}) \text{ para}$$

$$\sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}^{KT}(\mathbf{u}) f_k(\mathbf{u}_{\alpha}) = f_k(\mathbf{u}) \text{ para } k = 0, \dots, K$$

Krigagem em blocos

Krigagem em blocos é um nome genérico para a estimação de z valores de um segmento, superfície ou um volume de qualquer tamanho ou forma. Considere o problema de estimar o valor médio de um atributo qualquer z sobre um bloco V centrado em \mathbf{u} . Sendo o processo em média linear, o valor do bloco $z_V(\mathbf{u})$ é definido como:

$$z_V(\mathbf{u}) = 1/|V| \int_{V(\mathbf{u})} z(\mathbf{u}') d\mathbf{u}' \approx 1/N \sum_{i=1}^N z(\mathbf{u}'_i)$$

onde $|V|$ é a medida (tamanho, área, volume) do bloco V . O valor do bloco $z_V(\mathbf{u})$ pode ser estimado como a média linear das N estimativas, ou seja:

$$Z^*_{V}(\mathbf{u}) = 1/N \sum_{i=1}^N Z^*_{OK}(\mathbf{u}'_i) = 1/N \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha}(\mathbf{u}'_i) z(\mathbf{u}_{\alpha})$$

Krigagem fatorial

Os algoritmos de krigagem introduzidos até agora foram delineados para estimar um valor desconhecido de um atributo contínuo z , num ponto ou num bloco. Com krigagem fatorial, o objetivo não é estimar z , mas entender a origem deste valor. Este tipo de estimador é muito usado para rastrear a concentração de metais pesados no solo. Pretende-se introduzir este estimador em diferentes variáveis da área agronômica e verificar seu comportamento em relação aos demais métodos aqui definidos.

Krigagem fatorial divide o componente residual $R(\mathbf{u}) = Z(\mathbf{u}) - m(\mathbf{u})$ em diversos componentes espaciais independentes (fatores) baseados no ajuste do modelo do semivariograma. Considere o problema de estimar o componente espacial $Z^l(\mathbf{u})$. O estimador de krigagem ordinária destes componentes espaciais é:

$$Z^l_{OK}(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha l}^{OK}(\mathbf{u}) Z(\mathbf{u}_{\alpha})$$

Onde $\lambda_{\alpha l}^{OK}(\mathbf{u})$ é o peso associado aos dados $z(\mathbf{u}_{\alpha})$ para a estimação dos l componentes. Os únicos dados viáveis são os valores de $z(\mathbf{u}_{\alpha})$, os quais incluem a contribuição de todos $(L+1)$ componentes. Sob a suposição de não tendenciosidade, tem-se o estimador linear:

$$Z^l_{OK}(\mathbf{u}) = \sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\beta l}^{OK}(\mathbf{u}) C(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_{\beta}) + \mu_l^{OK}(\mathbf{u}) = C_l(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u})$$

$$\alpha = 1, \dots, n(\mathbf{u})$$

$$\sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\beta l}^{OK}(\mathbf{u}) = 0$$

Krigagem indicatriz

A predição espacial consiste na predição de valores de uma determinada propriedade de interesse em pontos georreferenciados não observados, utilizando-se amostras coletadas numa determinada região. Os métodos de krigagem constituem procedimentos de inferência espacial que consideram famílias de estimadores não tendenciosos e eficientes. Entretanto,

to, os métodos tradicionais de krigagem linear apresentam restrições à predição de variáveis indicatrizes, uma vez que estas apresentam distribuições discretas (Fuks, 1998). A krigagem indicatriz é um procedimento não linear que tem por objetivo estimar a probabilidade de um dado evento a partir de uma informação obtida (Switzer, 1977; Journel, 1983).

Considere o problema de estimar o valor indicatriz $i(\mathbf{u}; z_k)$ para qualquer local \mathbf{u} usando os dados disponíveis definidos para o mesmo valor limiar z_k . Existem duas metodologias de krigagem indicatriz, dependendo se a média indicatriz é considerada constante ou não na área de estudo \mathbf{A} .

Krigagem indicatriz simples

O estimador de krigagem indicatriz simples considera a média indicatriz conhecida e constante sobre \mathbf{A} . O estimador linear é escrito como uma combinação linear das $n(\mathbf{u})+1$ informações, como uma função aleatória $I(\mathbf{u}_\alpha; z_k)$ e função de distribuição acumulativa $F(z_k)$ da seguinte maneira:

$$[F(\mathbf{u}; z_k | (n))]_{sIK}^* = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_\alpha^{SK}(\mathbf{u}; z_k) I(\mathbf{u}_\alpha; z_k) + \lambda_m^{SK}(\mathbf{u}_\alpha; z_k) F(z_k)$$

Krigagem indicatriz ordinária

O estimador de krigagem indicatriz ordinária permite considerar as flutuações locais da média indicatriz limitando a estacionaridade da média para a vizinhança local $W(\mathbf{u})$. O estimador de krigagem indicatriz é uma combinação linear das $n(\mathbf{u})$ variáveis aleatórias indicatriz $I(\mathbf{u}_\alpha; z_k)$ nas vizinhanças $W(\mathbf{u})$ e é definido por:

$$[F(\mathbf{u}; z_k | (n))]_{oIK}^* = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_\alpha^{OK}(\mathbf{u}; z_k) I(\mathbf{u}_\alpha; z_k)$$

Validação

Para comparar os sete procedimentos de estimação por krigagem, sete conjuntos de dados serão criados para toda área de abrangência do estudo. Para cada método o Quadrado Médio Residual (Addink & Stein, 1999) será calculado pela seguinte fórmula:

$$\text{QMR} = \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n(u)} (Z_{\text{est},\alpha} - Z_{\alpha}^*)^2 \right\}^{1/2} / n(\mathbf{u})$$

Os resultados obtidos para o quadrado médio residual serão comparados e conclusões serão obtidas. O método que apresentar o menor quadrado médio residual será o método considerado como o mais eficiente.

Referências Bibliográficas

ADDINK, E. A.; STEIN, A. A comparison of conventional and geostatistical methods to replace clouded pixels in NOAA-AVHRR images. **Int. J. Remote Sensing**, v. 20, n. 5, p. 961-977, 1999.

EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos. **Manual de métodos de análise de solo**. 2. ed. rev. atual. Rio de Janeiro, 1997. 212 p. (EMBRAPA-CNPS. Documentos;1).

FISHER, R. A. **Statistical methods and scientific inference**. Edinburg: Oliver & Boyd, 1956. 175 p.

FUKS, S. D. Novos modelos para mapas derivados de informações do solo. In: ASSAD, E. D.; SANO, E. E. (Ed.). **Sistema de informações geográficas**: aplicações na agricultura. 2. ed. Brasília: EMBRAPA-SPI/EMBRAPA-CPAC, 1998. p. 373-410.

GOOVAERTS, P. **Geostatistics for natural resources evaluation**. New York: Oxford University Press, 1997. 512 p.

GOWER, J. C. A very old friend revisited again. **Mathematical Geology**, v. 5, p. 203-207, 1973.

JOURNEL, A. G. Nonparametric estimation of spatial distribution. **Mathematical Geology**, v. 15, p. 445-468, 1983.

JOURNEL, A. G.; HUIJBREGTS, C. J. **Mining geostatistics**. New York: Academic Press, 1978. 600 p.

JOURNEL, A. G.; ROSSI, M. E. When do we need a trend model in kriging? **Mathematical Geology**, v. 21, n. 7, p. 715-739, 1989.

KRIGE, D. G. A statistical approach to some basic mine evaluation problems on the witwatersrand. **Journal of South African Institution of Mining and Metallurgy**, Johannesburg, v. 52, p. 119-139, 1951.

LASLETT, G. M.; McBRATNEY, A. B. Further comparison of spatial methods for predicting soil pH. **Soil Science Society of America Journal**, v. 54, p. 1553-1558, 1990.

LASLETT, G. M.; McBRATNEY, A. B.; PAHL, P. J.; HUTCHINSON, M. F. Comparison of several spatial prediction methods for soil pH. **Journal of Soil Science**, v. 38, p. 325-341, 1987.

McBRATNEY, A. B. **Geostatistical soil survey**. 1984. 250 p. Ph.D. Thesis – Department of Soil Science, University of Aberdeen.

MATHERON, G. Principles of geostatistics. **Economic Geology**, Lancaster, v. 58, p. 1246-1266, 1963.

MATHERON, G. The theory of regionalized variables and its application. **Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique**, n. 5, 1971.

MONTGOMERY, E. G. **Experiments in wheat breeding**: experimental error in the nursery and variation in nitrogen and yield. Washington, D.C.: U.S. Department of Agriculture, 1913. 61 p. (Bur. Plant Indust. Bul., 269).

SIBSON, R. A brief description of natural neighbour interpolation. In: BARNETT, V. (Ed.). **Interpreting multivariate data**. Chichester: Wiley, 1982. p. 21-53.

SMITH, L. H. Plot arrangement for variety experiment with corn. **Proc. Amer. Soc. Agron.**, Madison, v. 1, n. 1907/09, p. 84-89, 1910.

SWITZER, P. Estimation of spatial distribution from point sources with application to air pollution measurement. **Bulletin of Statistical Institute**, v. 47, p. 123-137, 1977.

VIEIRA, S. R. Geoestatística em estudos de variabilidade espacial do solo. In: NOVAIS, R. F. de; ALVAREZ V., V. H; SCHAEFER, C. E. G. R. (Ed.). **Tópicos em ciência do solo**. Viçosa: Sociedade Brasileira de Ciência do Solo, 2000. v. 1, p. 1-54.

VIEIRA, S. R.; HATFIELD, T. L.; NIELSEN, D. R.; BIGGAR, J. W. Geostatistical theory and application to variability of some agronomical properties. **Hilgardia**, Berkeley, v. 51, p. 1-75, 1983.

WEBER, D. D.; ENGLUND, E. J. Evaluation and comparison of spatial interpolators. **Mathematical Geology**, v. 24, n. 4, p. 432-439, 1992.

WEBER, D. D.; ENGLUND, E. J. Evaluation and comparison of spatial interpolators II. **Mathematical Geology**, v. 26, n. 5, p. 589-603, 1994.

Embrapa

Informática Agropecuária

**MINISTÉRIO DA AGRICULTURA,
PECUÁRIA E ABASTECIMENTO**

